Condizionamento dei segnali di misura

LAC-SICSI 2007-2008

Necessità del condizionamento

- attenuazione di segnali troppo elevati,
- rettificazione e livellamento di segnali in alternata,
- trasformazione in tensione di segnali in corrente
- Adattamento di impedenza
- eliminazione di disturbi elettromagnetici sovrapposti al segnale utile.
- isolamento galvanico dei dispositivi elettronici di elaborazione dalla fonte di segnale.

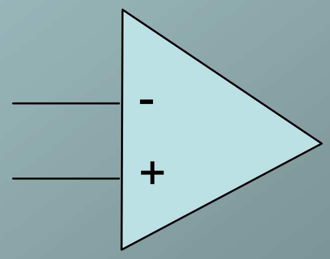
Circuiti attivi e passivi

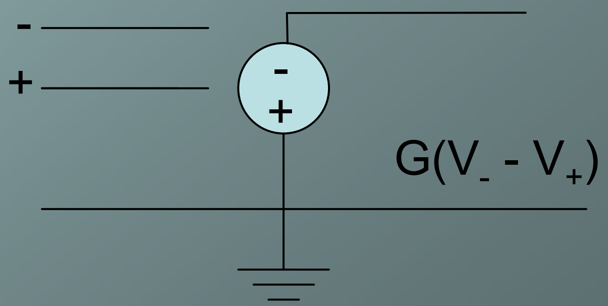
I circuiti per l'adattamento possono essere:

- **attivi** se fanno uso di componenti amplificatori (per es. transistor) e che hanno bisogno di un'alimentazione
- **passivi** se fanno uso di soli componenti passivi (per es. resistenze, condensatori) e non hanno bisogno di alimentazione.

Amplificatore operazionale

- Guadagno di tensione ad anello aperto ∞ (reale 10^4 – 10^5)
- Impedenza d'ingresso ∞ (reale 1 – 10^6 MΩ)
- Impedenza di uscita nulla (reale 10 – 100 Ω)
- Larghezza di banda ad anello aperto ∞ (reale 10 – 100 Hz)
- Complemento





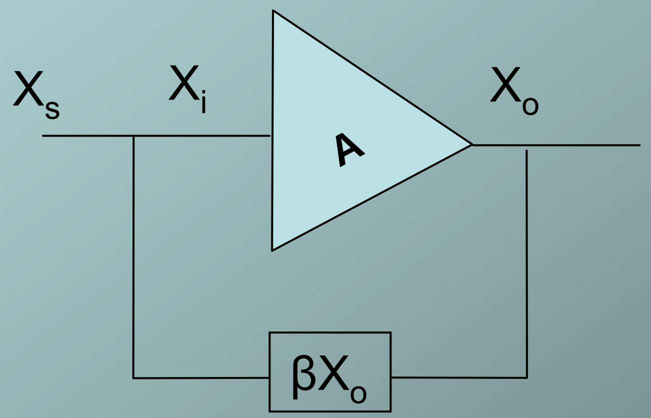
Amplificatori reazionati

Gli amplificatori si usano sempre (o quasi) in configurazione reazionata

$$A_f = \frac{X_0}{X_s}$$

$$A = \frac{X_0}{X_i}$$

$$X_i = X_s - \beta X_0 \Rightarrow A_f = \frac{A}{1+\beta A}$$



Effetto in frequenza della reazione

La reazione negativa ha effetto sulla larghezza di banda: Se

$$A = \frac{A_o}{1 + j\frac{f}{f_H}}$$

Introducendo l'effetto della reazione si ha:

$$A_f = \frac{\dfrac{A_0}{1+i\dfrac{f}{f_H}}}{1+\beta\dfrac{A_0}{1+i\dfrac{f}{f_H}}} = \frac{A_0}{1+\beta A_0 + i\dfrac{f}{f_H}} =$$

$$\frac{\dfrac{A_0}{1+\beta A_0}}{1+i\dfrac{f}{f_H(1+\beta A_0)}} = \frac{A_{0f}}{1+i\dfrac{f}{f_{Hf}}}$$

Avendo indicato con A_{0f} l'amplificazione a media frequenza e con f_{Hf} la nuova frequenza di taglio che risulta aumentata di un fattore $(1+\beta A_0)$.

Tipi di reazione negativa

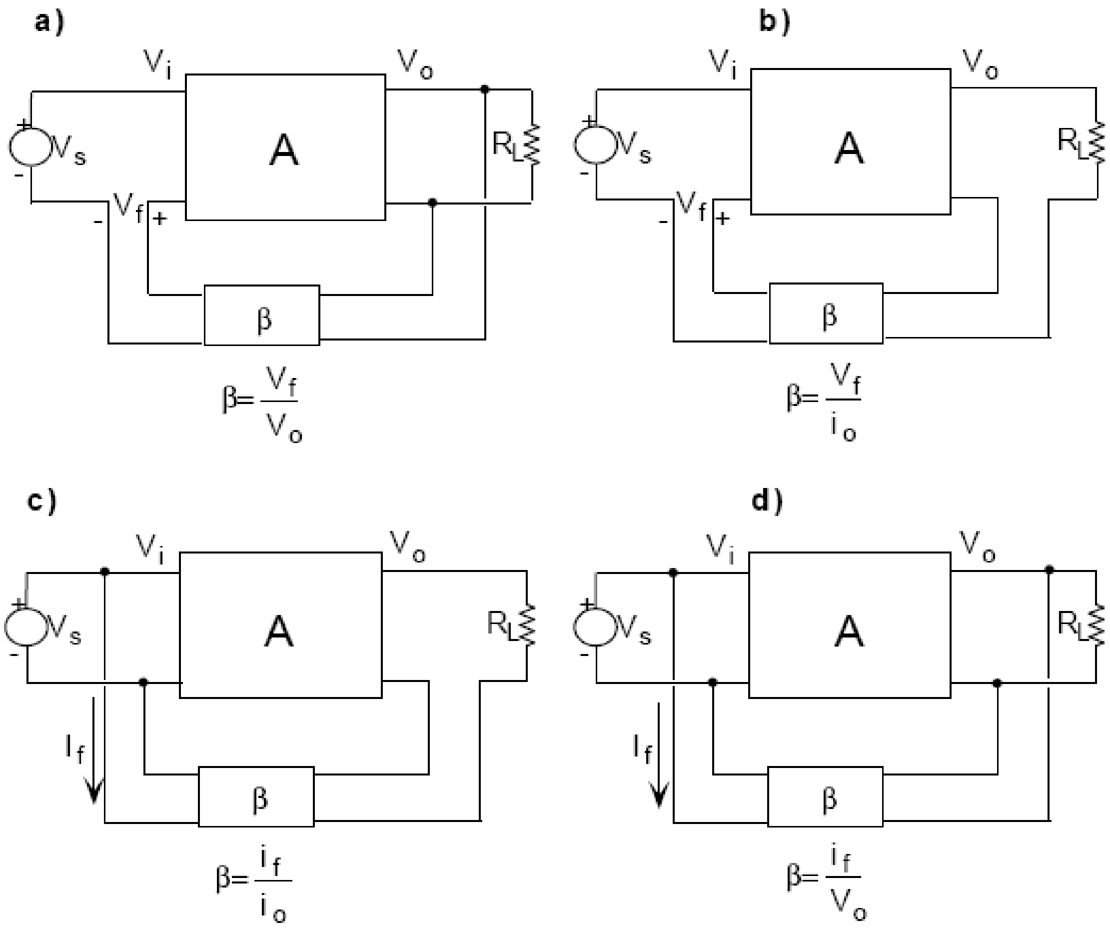
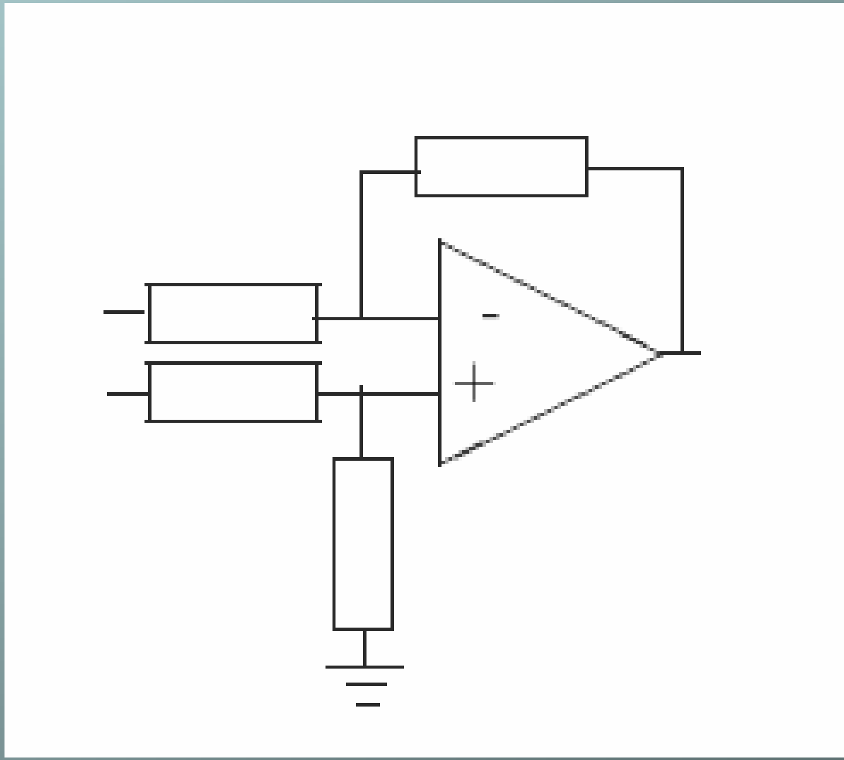


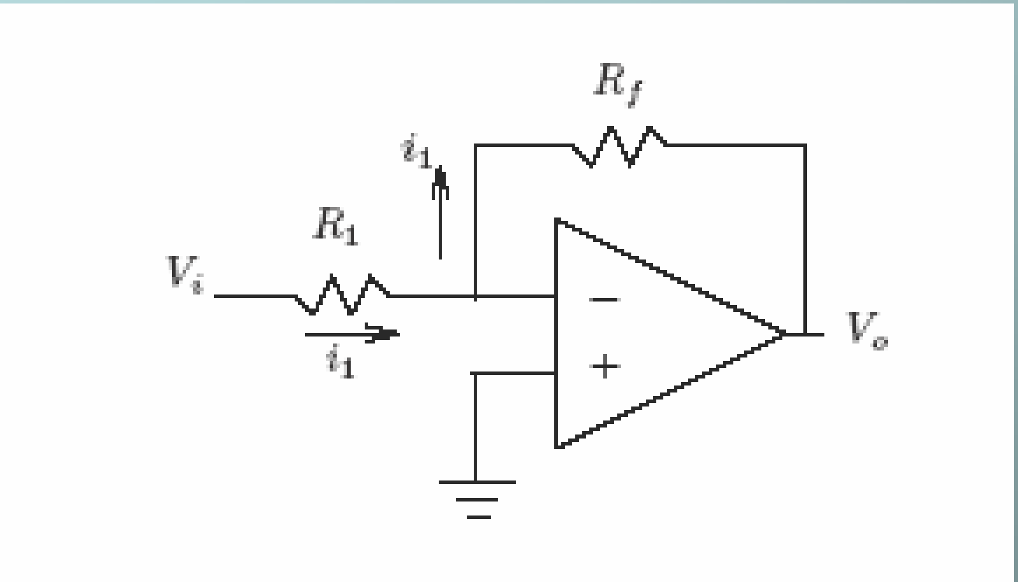
Figura 4.30: *Reazione negativa: a) di tensione in serie; b) di corrente in serie; c) di corrente in parallelo; d) di tensione in parallelo*

Amplificatori operazionali reazionati

- Invertente
- Non invertente
- Amplificatore di corrente
- Convertitore tensione corrente
- Convertitore corrente tensione
- Amplificatore differenziale



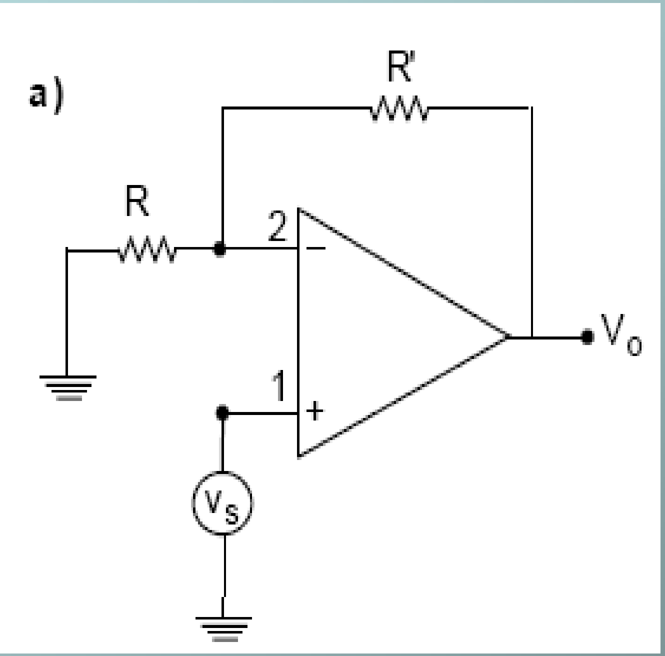
O.A. Invertente



Amplificatore in tensione: $i_1 = \frac{V_i}{R_1} = -\frac{V_o}{R_f} \Rightarrow A_v = -\frac{R_f}{R_1}$

Il fattore di reazione β vale R_1/R_f

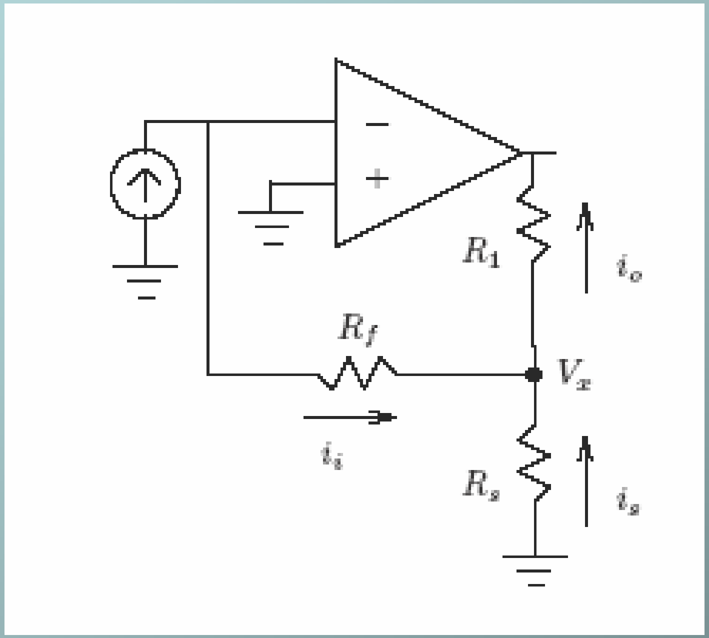
O.A. non invertente



- In 2: i' – i =0; e v_2=v_s
- v_2/R=(v_0-v_2)/R';
- v_2 (1/R+1/R') = v_0/R' ; v_0= (R+R')/R v_2

A_v = 1+R'/R

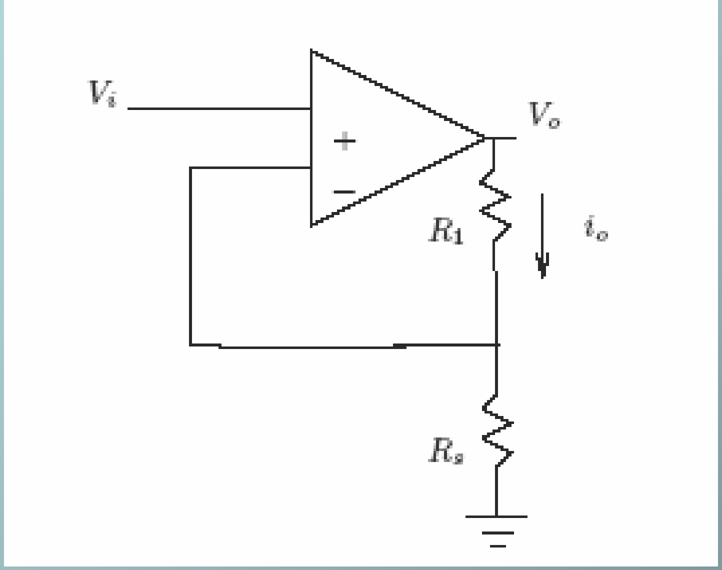
Amplificatore di corrente



$V_x = -i_i R_f = -i_s R_s$; $i_o = i_i + i_s$

Dunque: $A_i = i_o/i_i = 1+i_s/i_i = 1+R_f/R_s$

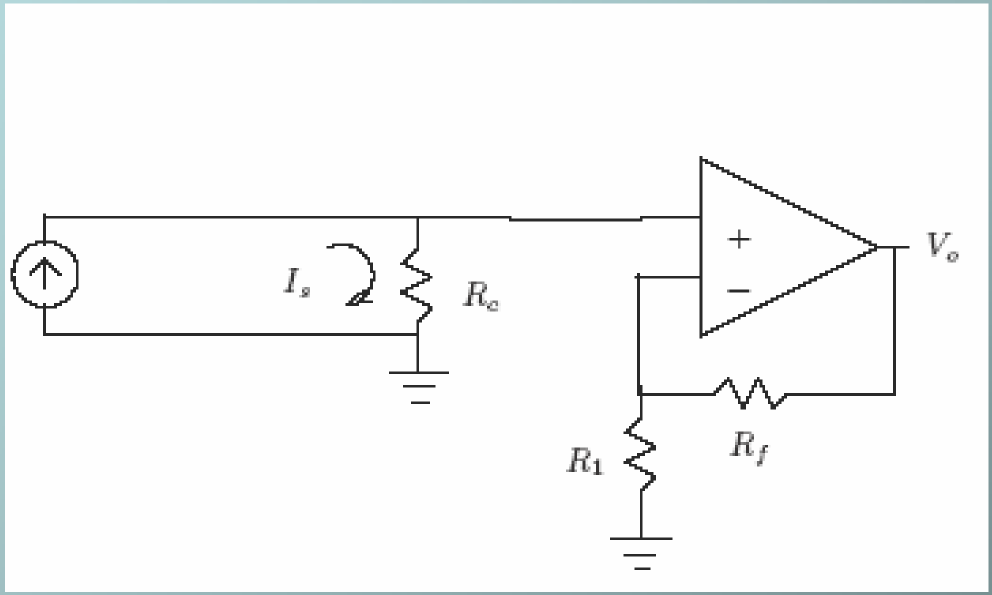
Convertitore tensione/corrente



$$V_o = (R_1 + R_s) i_o = \frac{R_s}{(R_1 + R_s)} V_i$$

$$\Rightarrow i_o = \frac{V_i}{R_s}$$

Convertitore corrente tensione



E’ praticamente un non invertente con un carico resistivo R_c che effettua la conversione $\Rightarrow V_o = R_c I_s A_v$

Filtri

- Sono necessari per l’eliminazione di componenti indesiderate di disturbo e modificano la caratteristica spettrale del segnale
- La loro caratteristica è espressa in termini della funzione di trasferimento T(s)
- Si distinguono in base alla banda passante in
  - Passa alto
  - Passa basso
  - Passa banda
  - Elimina banda

Tipi di filtro

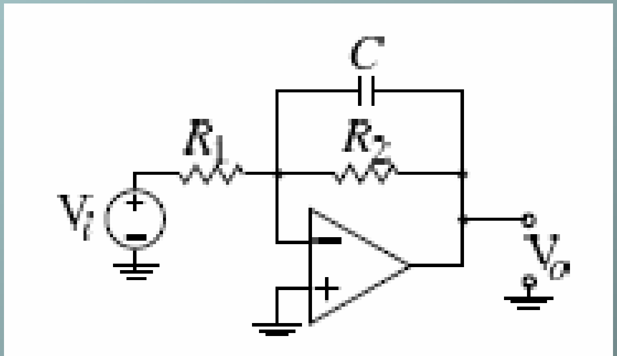
- Possono essere realizzati con circuiti elettronici (analogici) o con un microprocessore (digitali)
- Analogici:
  - Passivi RLC: difficili da integrare per colpa delle induttanze
  - Attivi RC: Utilizzano amplificatori operazionali
- Digitali
  - Infinite Impulse Response (**IIR**): o ricorsivi: il valore dell'uscita dipende dai campioni precedenti dell'ingresso e dell'uscita
  - Finite impulse Response (**FIR**): l'uscita dipende dai soli valori precedenti dell'ingresso (maggior dispendio di memoria ma maggior stabilità)

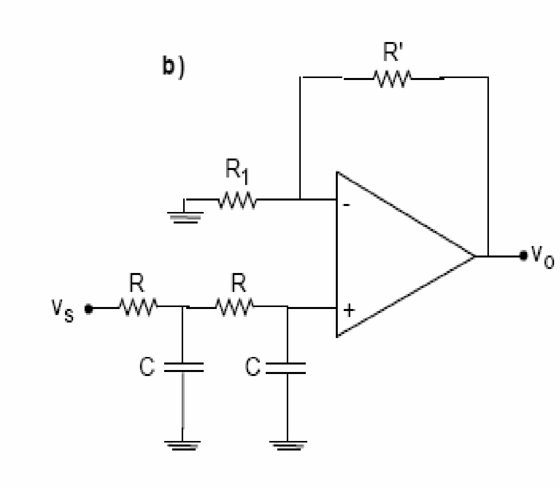
Filtro Attivo passa basso

- Filtro analogico realizzabile con un OpAmp e una capacità
- La tensione V_0 è: $(-R_2/R_1)v_s/(1+j\omega RC)=A_v(0)v_s/[1+j\omega/\omega_0]$
- La frequenza di taglio è $\omega_0=1/RC$ e si ha la usuale discesa di -20dB a decade.
- Il filtro b) è un filtro del secondo ordine.
- La sua funzione di trasferimento è del tipo :

$A_v(s)=A_0/[(s/\omega_0)^2+2k(s/\omega_0)+1]$

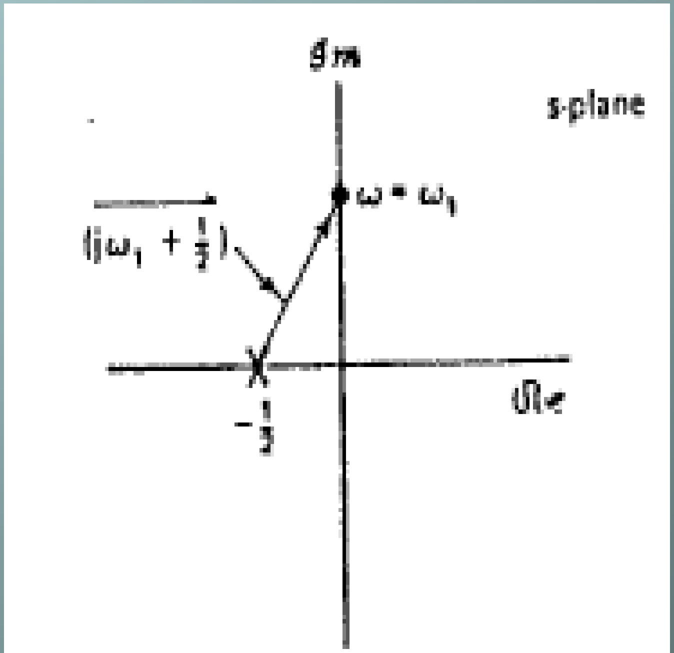
- La discesa è di -40dB per decade.





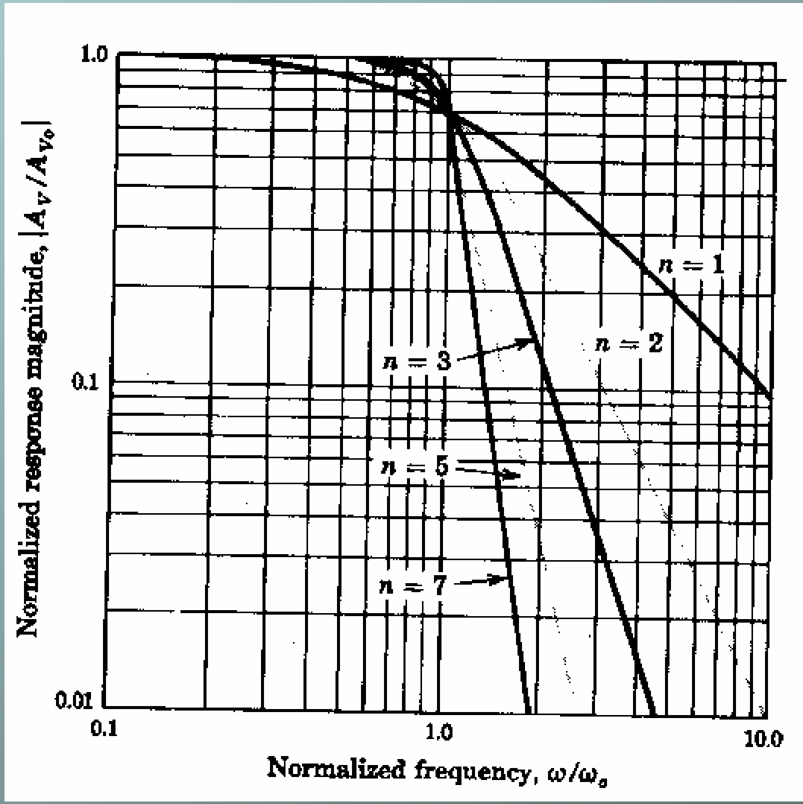
Rappresentazione dei poli e degli zeri

- Le funzioni di trasferimento possono essere rappresentate come rapporti di polinomi complessi: A=P(n)/Q(m) ove n ed m sono il grado dei polinomi.
- Gli zeri del denominatore si chiamano **Poli**
- Zeri e poli possono essere rappresentati nel piano complesso come vettori: per es. Se X(s)= 1/(s+1/2), la rappresentazione è come in figura ove con la X sull'asse reale si è rappresentato il polo ad s=-1/2.
- Il filtro ideale passa-basso è della forma $A_v(s)$=1/P(s) con P(s) avente zeri nel semipiano sinistro.



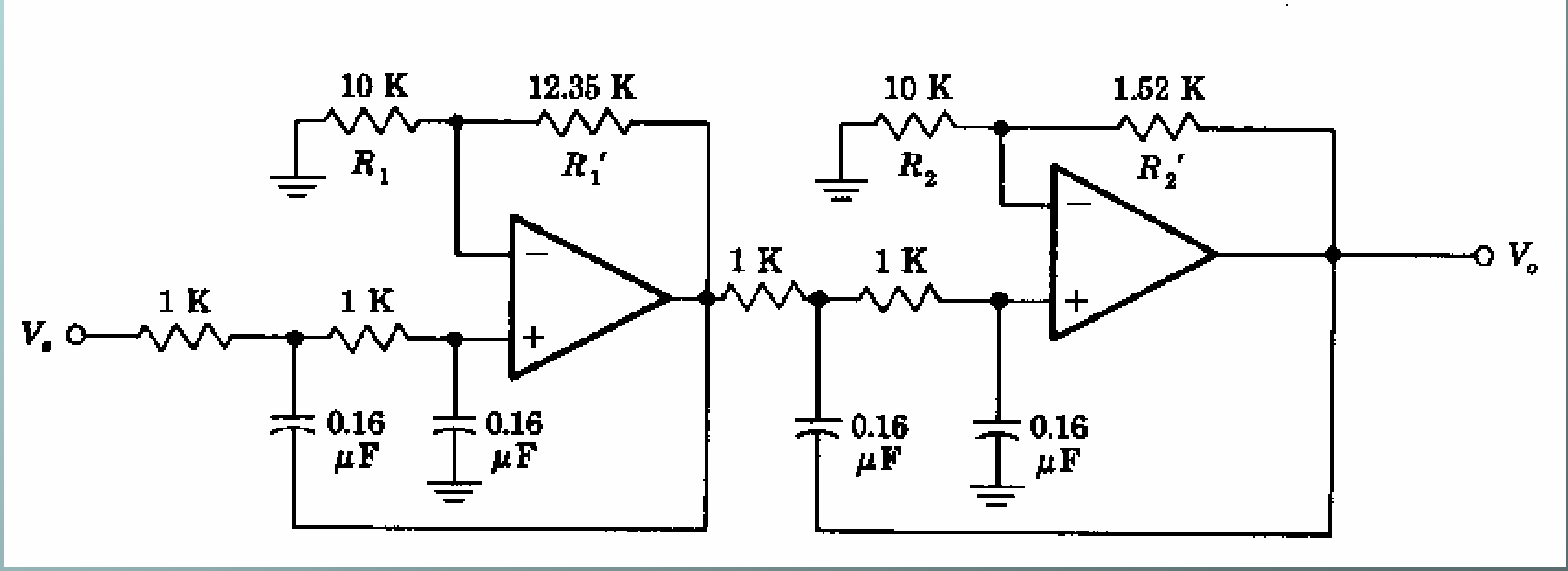
Filtri di Butterworth

- Sono usati come approssimazione di riferimento per la progettazione di filtri analogici e digitali
- Hanno i poli distanziati di angoli π/N sul cerchio di raggio $\omega_0(1/\varepsilon)^{1/N}$ a partire dal polo a $\pi/2N$ dall'asse immaginario



Realizzazione analogica del filtro di Butterworth

- Esempio di ordine 4 dal Millman Halkias con f_0= 1kHz



Filtri passa-banda

- Sono filtri Risonanti.
- Il modo più semplice di ottenerli è utilizzare delle induttanze per realizzare dei circuiti RLC
- Le induttanze non sono facilmente realizzabili nei circuiti integrati, ma si può farne a meno, per esempio con i filtri a reazione multipla.
- La caratteristica del filtro risonante è il fattore di merito $Q=\omega_0/(\omega_2 - \omega_1)$ in cui ω_0 è la frequenza di risonanza e $\omega_{[1,2]}$ le frequenze di taglio
- La grandezza $\omega_2 - \omega_1$ è nota come Banda Passante o Larghezza di banda.

Realizzazione di un filtro attivo passa-banda

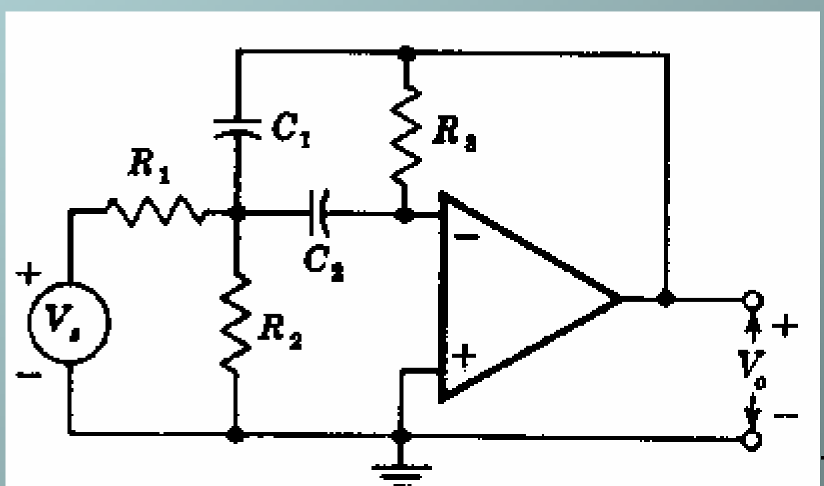
- Deve essere almeno di ordine 2
- Può essere realizzato senza induttanze per realizzare la funzione di trasferimento:

$$A_v(s) = \frac{(\omega_o/Q)A_o s}{s^2 + (\omega_o/Q)s + \omega_o^2}$$

$$R_1 C_1 = \frac{Q}{\omega_o A_o}$$

$$R_3 \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = \frac{Q}{\omega_o}$$

$$R_{//} R_3 C_1 C_2 = \frac{1}{\omega_o^2}$$



Filtri digitali (numerici)

- Le caratteristiche di banda possono essere determinate tramite la trasformata tempo-discreta z: z = $e^{i\omega}$ con ω frequenza di campionamento.
- FIR: $y(k) = \sum_{k=0}^{n} a_k x(n-k)$

$$Y(z) = \sum_{k=0}^{n} a_k z^{-k} X(z)$$

- IIR: ricorsivi

$$y(n) = \sum_{l=0}^{L} a_l x(n-l) + \sum_{m=1}^{M} b_m y(n-m)$$

$$y(z) = \sum_{l=0}^{L} a_l z^{-l} X(z) + \sum_{m=1}^{M} b_m z^{-m} Y(z)$$

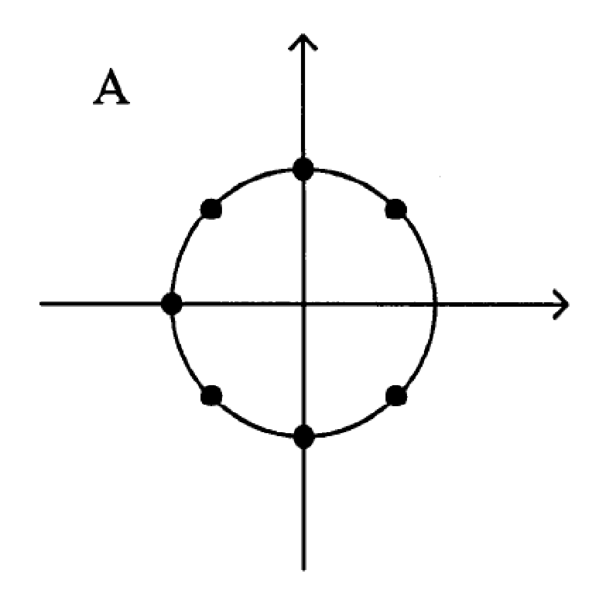
- Funzione di trasferimento H(z)

$$Y(z) = \mathbf{H}(z) X(z)$$

$$\Rightarrow H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{\sum_{m=0}^{M} b_m z^{-m}}{\sum_{n=0}^{N} a_n z^{-n}}$$

Filtri numerici: esempi

- Moving average(FIR):



$$y_n = \frac{1}{L}\sum_{l=0}^{L} x_{n-l}$$

$$Y(z) = \frac{1}{L}\sum_{l=0}^{L} z^{-l} X(z)$$

$$H(z) \propto \sum_{l=0}^{L} z^{-l} = \frac{1-(z^{-1})^{-L-1}}{1-z^{-1}} = \frac{z^{L+1}-1}{z-1} z^{-L}$$

Trascurando gli L poli nell'origine abbiamo L zeri equispaziati sul cerchio unitario. Le corrispondenti sinusoidi sono bloccate dal filtro MA

Esempio IIR:DC Blocker

- Si vuole bloccare la componente a frequenza 0 e far passare le altre.
- $H(z)= z-1=z(1-z^{-1})$ ha uno zero banale in $z=0$ e uno in $z=1$ =>
  $|H(\omega)|^2 = 2(1-\cos(\omega))$
  non è un taglio molto netto…
- Aggiungiamo un polo sull'asse reale all'interno del cerchio unitario ma vicino al bordo:

$$H(z) = \frac{z-1}{z-\beta} = \frac{1-z^{-1}}{1-\beta z^{-1}}$$

$$\beta = 1-\varepsilon$$

$$\varepsilon << 1$$

$$y(n) = \beta y(n-1) + x(n) - x(n-1)$$

Filtri digitali (numerici)

Sono filtri che agiscono su una sequenza numerica come per es. un segnale campionato.

Se indichiamo la sequenza di ingresso nel filtro con x[n], ed il filtro è linare time invariant (LTI), l'uscita sarà del tipo:

y[n]=h[n]*x[n], essendo h[n] la risposta all'impulso del filtro considerato. Dunque:

$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h[k]x[n-k]$$

Se x[n] è del tipo z^n, sarà:
$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h[k]z^{n-k} = z^n \sum_{k=-\infty}^{\infty} h[k]z^{-k}$$
$$\Rightarrow y[n] = H(z)z^n = H(z)x[n]$$

Filtri digitali

Più in generale, se x[n] è una fuzione qualsiasi, sviluppata come una combinazione lieare di esponenziali complesse:

$$x[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k z_k^n$$

$$\Rightarrow y[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k H(z_k) z_k^n$$

Nel caso della serie di Fourier, le z_k sono tutte uguali e del tipo $e^{i\omega(k)}$, dunque:

$$x[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k e^{2\pi ikN/n}$$

$$\Rightarrow y[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k H\left(\frac{2\pi k}{n}\right) e^{2\pi ikN/n}$$

Filtri digitali

Una equazione differenziale a coefficienti costanti, di ordine N del tipo: $\sum_{k=0}^{N} a_k \frac{d^k y(t)}{dt^k} = \sum_{m=0}^{M} b_m \frac{d^m x(t)}{dt^m}$

In termini discreti (cioé quando x(t) = x(nT)=x[n]) diventa:

$$\sum_{k=0}^{N} a_k y[n-k] = \sum_{m=0}^{M} b_m x[n-m]$$

Equazione alle differenze

$$\Rightarrow y[n] = \frac{1}{a_0}\left(\sum_{k=0}^{M} b_k x[n-k] - \sum_{k=1}^{N} a_k y[n-k]\right)$$

Equazione ricorsiva: dobbiamo conoscere tutti gli y[n-k]. Se N=0, l’equazione è non-ricorsiva.

Filtri digitali (numerici)

- Le caratteristiche di banda possono essere determinate tramite la trasformata tempo-discreta z: z = $e^{i\omega}$ con ω frequenza di campionamento.
- FIR: $y(k) = \sum_{k=0}^{n} a_k x(n-k)$

$$Y(z) = \sum_{k=0}^{n} a_k z^{-k} X(z)$$

- IIR: ricorsivi

$$y(n) = \sum_{l=0}^{L} a_l x(n-l) + \sum_{m=1}^{M} b_m y(n-m)$$

$$Y(z) = \sum_{l=0}^{L} a_l z^{-l} X(z) + \sum_{m=1}^{M} b_m z^{-m} Y(z)$$

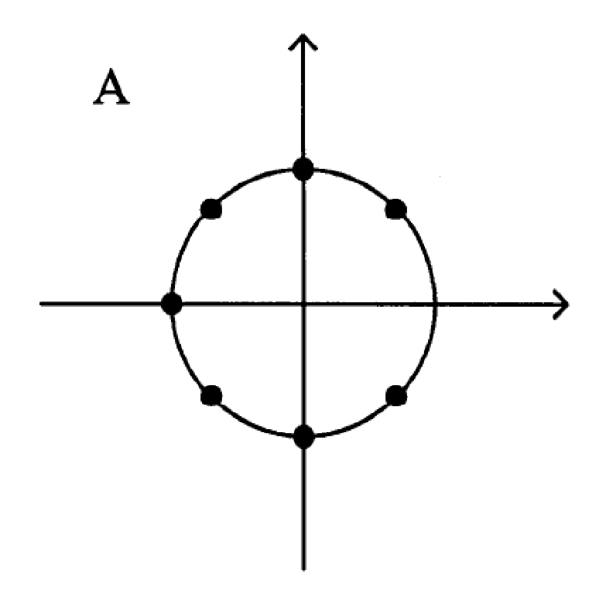
- Funzione di trasferimento H(z)

$$Y(z) = \mathbf{H}(z) X(z)$$

$$\Rightarrow H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{\sum_{m=0}^{M} b_m z^{-m}}{\sum_{n=0}^{N} a_n z^{-n}}$$

Filtri numerici: esempi

- Moving average(FIR):



$$y_n = \frac{1}{L+1}\sum_{l=0}^{L} x_{n-l}$$

$$Y(z) = \frac{1}{L+1}\sum_{l=0}^{L} z^{-l} X(z)$$

$$H(z) \propto \sum_{l=0}^{L} z^{-l} = \frac{1-(z^{-1})^{L+1}}{1-z^{-1}} = \frac{z^{L+1}-1}{z-1} z^{-L}$$

Trascurando gli L poli nell'origine abbiamo L zeri equispaziati sul cerchio unitario. Le corrispondenti sinusoidi sono bloccate dal filtro MA

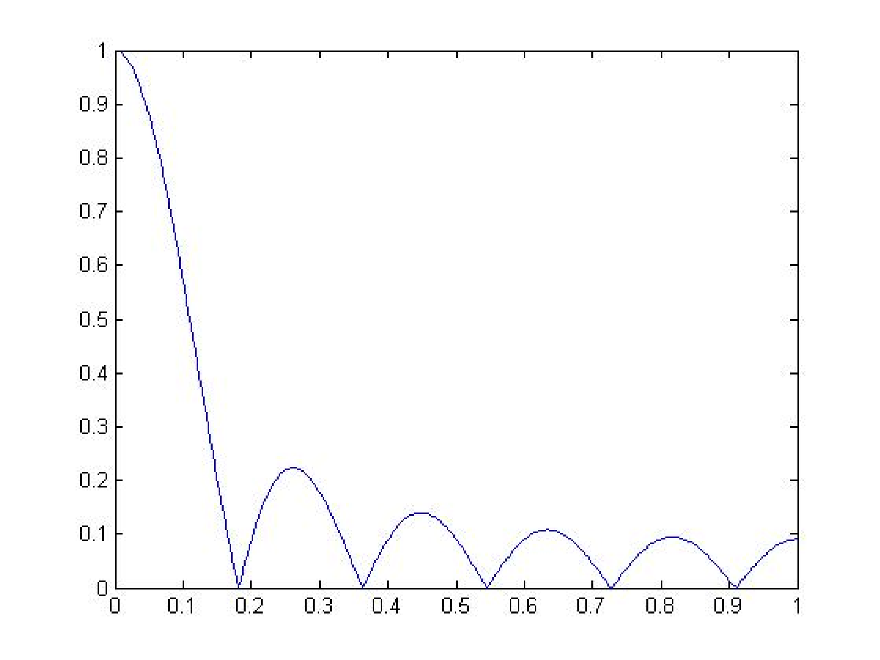
Media mobile (continua)

A meno di fasi, sostituendo a z la sua espressione: $e^{i\omega}$

$$\frac{1}{N+1}\frac{z^{N+1}-1}{(z-1)}=\frac{1}{N+1}\frac{e^{i\omega(N+1)}-1}{(e^{i\omega}-1)}=\frac{1}{N+1}\frac{e^{\frac{i\omega(N+1)}{2}}-e^{-\frac{i\omega(N+1)}{2}}}{(e^{\frac{i\omega}{2}}-e^{\frac{i\omega}{2}})}e^{\frac{i\omega N}{2}}\approx$$

$$\approx\frac{\sin\frac{N+1}{2}\omega}{(N+1)\sin\frac{\omega}{2}}$$

Si azzera quando ω(N+1)/2=kπ ovvero quando ω=2π k/(N+1)



Esempio IIR:DC Blocker

- Si vuole bloccare la componente a frequenza 0 e far passare le altre.
- $H(z) = z-1 = z(1-z^{-1})$ ha uno zero banale in $z=0$ e uno in $z=1$ =>
  $|H(\omega)|^2 = 2(1-\cos(\omega))$
  non è un taglio molto netto…
- Aggiungiamo un polo sull'asse reale all'interno del cerchio unitario ma vicino al bordo:

$$H(z) = \frac{z-1}{z-\beta} = \frac{1-z^{-1}}{1-\beta z^{-1}}$$

$$\beta = 1-\varepsilon$$

$$\varepsilon << 1$$

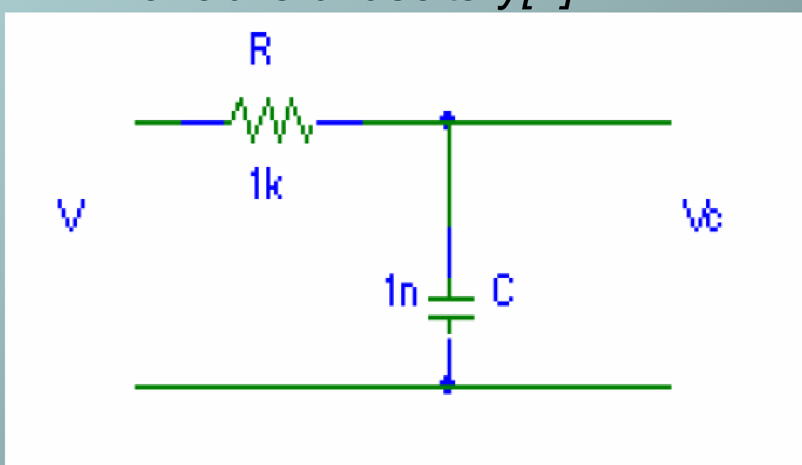
$$y(n) = \beta y(n-1) + x(n) - x(n-1)$$

Il filtro passa basso: dal circuito RC al filtro numerico

- L’equazione differenziale che descrive un circuito RC è: $V = RC\dfrac{dV_c}{dt} + V_c$

$$\Rightarrow \quad A = \frac{1}{1 + i\dfrac{\omega}{\omega_0}}$$

Consideriamo V come la nostra variabile di ingresso campionata *x[n]* e V_c la variabile di uscita *y[n]*



Se T è il periodo di campionamento, allora:

x[n]=RC/T(y[n]-y[n-1])+y[n].

Raccogliendo I termini:

x[n]=(RC/T +1)y[n] –RC/T y[n-1]

*…*e, passando alla trasformata Z:

X(z)=(RC/T+1)Y(z)-z^{-1}*(RC/T)Y(Z)*

Dunque:

$$H = \frac{1}{\left(1+\dfrac{RC}{T}\right) - \dfrac{RC}{T}z^{-1}} = \frac{\dfrac{1}{1+\dfrac{\omega}{\omega_0}}}{1-\left(\dfrac{\dfrac{\omega}{\omega_0}}{1+\dfrac{\omega}{\omega_0}}\right)z^{-1}}$$

Il filtro passa basso: dal circuito RC al filtro numerico

Dette:

$$a = \frac{1}{1 + \frac{RC}{T}}; \quad b = \frac{\frac{RC}{T}}{1 + \frac{RC}{T}}$$

$$\Rightarrow H = \frac{a}{1 - bz^{-1}} \Rightarrow y[n] = ax[n] - by[n-1]$$

Per es.: per ω=1/T=1 kHz e ω_0=100 Hz=> a= 1/11; b= 10/11

y[n]=0.09x[n]-0.9y[n-1]

```
function y=rc_filter(x,alfa)
a=1/(1+alfa);
b=alfa/(1+alfa);
y=zeros(1,length(x));
for n=2:length(x)
y(n)=a*x(n)+b*y(n-1);
end
```

```
omega=1000;
omega_0=100;
t=1:1/omega:10;
x=rand(1,length(t));
alpha=omega/omega_0;
y=RC(x,alpha);
[Txy,F] =tfestimate(x,y,[],0,512,1000);
```