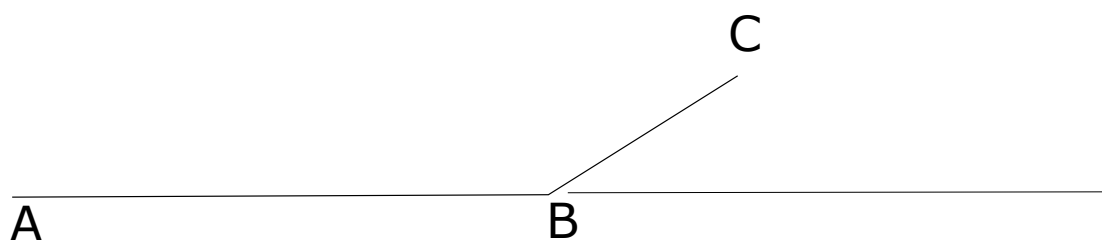


Scritto di Fisica Generale per Ingegneria Edile (N41) 15 gennaio 2020	Prof. Fabio Garufi	Firma leggibile dello studente
Cognome:	Nome:	Matricola:

ESERCIZIO 1. Un motociclista acrobatico esegue un salto dalla piattaforma, come in figura. Parte dal punto A con velocità zero ed accelerazione costante $a_1 = 3 \text{ m/s}^2$ fino al punto B, distante 50 m. Quindi sale la piattaforma BC, di lunghezza $BC = 7 \text{ m}$, con accelerazione costante $a_2 = 2 \text{ m/s}^2$ fino al punto C, dove stacca. L'angolo che la piattaforma forma con l'asse orizzontale è $\vartheta = 30^\circ$.

10 punti

1. Calcolare il modulo della velocità in B e della velocità di stacco in C
2. Calcolare la altezza della quota massima.
3. Calcolare la velocità del centro di massa immediatamente prima di toccare terra
4. Supponendo che quando tocca terra conservi la velocità del centro di massa e che quindi freni con accelerazione dipendente dal tempo $a_3 = -0.5t$, calcolare lo spazio di frenata.



Soluzione:

$$1. v_B = \sqrt{2a_1 AB} = 17.32 \text{ m/s}^{-1};$$

$$\begin{cases} v_C = v_B + a_2 t \\ BC = v_B t + \frac{1}{2} a_2 t^2 \end{cases}$$

dalla prima: $t = (v_C - v_B)/a_2$ e sostituendo nella seconda: $2a_2 BC = v_B^2 - v_C^2$ e dunque: $v_C = \sqrt{v_B^2 + 2a_2 BC} = 18.49 \text{ m/s}^{-1}$

2. la quota massima è data dalla quota di stacco sommata alla quota relativa che si può calcolare con la conservazione dell'energia: $h = BC \sin \vartheta + (v_C \sin \vartheta)^2 / 2g = 7.86$
3. la velocità subito prima di toccare terra è un vettore nel piano xy che ha per componenti:

$$\begin{cases} v_x = v_C \cos \vartheta = 16.01 \\ v_y = \sqrt{2gh} = 12.42 \end{cases}$$

il modulo è $v_D = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = 20.26$.

Dopo aver toccato il suolo, la velocità avrà un andamento nel tempo data dalla relazione:

$$v - v_D = \int a(t) dt = -0.5 \int t dt = -\frac{1}{4} t^2$$

Il tempo della frenata sarà quello \bar{t} per cui si annulla la velocità a partire da v_D : $v_D = 1/4 \bar{t}^2$ e dunque $\bar{t} = 2\sqrt{v_D}$. Per calcolare lo spazio di frenata dobbiamo integrare ulteriormente:

$$x = \int_0^{\bar{t}} \left(v_D - \frac{1}{4} t^2 \right) dt = v_D \bar{t} - \frac{1}{12} \bar{t}^3 = \frac{4}{3} v_D^{3/2}$$

ESERCIZIO 2. Un cilindro omogeneo di massa $m_c = 3 \text{ kg}$ e raggio r è appoggiato su un tavolo orizzontale. L'asse del cilindro è collegato ad una massa $m = 2 \text{ kg}$ libera di scendere lungo la verticale, tramite un filo inestensibile che scorre senza attrito su una puleggia P al bordo del tavolo (le masse del filo e della puleggia sono trascurabili). Supponendo il sistema inizialmente in quiete, calcolare la velocità della massa m quando è discesa di un tratto $h = 1 \text{ m}$ sapendo che il cilindro rotola senza strisciare sul piano orizzontale e non vi sono attriti.

10 punti

Soluzione: Non essendoci attrito possiamo scrivere la legge della conservazione dell'energia quando la massa m è scesa di un tratto h :

$$\frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}m_c v_c^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 = mgh$$

ove $\omega = v_c/r$ ed $I = \frac{1}{2}m_c r^2$ è il momento di inerzia del cilindro. Sostituendo:

$$\frac{1}{2} \left(m + m_c + \frac{I}{r^2} \right) v^2 = mgh$$

da cui:

$$v = \sqrt{2gh \left(\frac{m}{m + \frac{3}{2}m_c} \right)} = 0,55 \text{ ms}^{-1}$$

ESERCIZIO 3. In un recipiente adiabatico contenente $m_g = 111\text{g}$ di ghiaccio a $T_0 = 0^\circ\text{C}$ si introducono $m_v = 27.75\text{ g}$ di vapore acqueo a $T_1 = 100^\circ\text{C}$. Conoscendo i calori latenti di fusione ed evaporazione, rispettivamente $\lambda_g = 333\text{kJ/kg}$ e $\lambda_v = 2257\text{kJ/kg}$, ed il calore specifico dell'acqua $c = 4.18\text{kJ/(kg} \cdot \text{K)}$ determinare la composizione finale del sistema e la sua temperatura finale T_F

<i>punti</i>

Soluzione: Il calore che può cedere il vapore è $Q_v = m_v \lambda_v = 67.71\text{ kJ}$ mentre per fondere tutto il ghiaccio e portarlo alla temperatura del vapore servirebbero $Q_g = m_g \lambda_g + m_g c(T_1 - T_0) = 46\,434.96$. Dunque, quando tutto il vapore è tornato allo stato liquido, l'acqua è ad una temperatura inferiore a T_1

$$-m_v \lambda_v + m_v c(T_F - T_1) + m_g \lambda_g + m_g c(T_F - T_0) = 0$$

da cui

$$T_F = \frac{m_v \lambda_v - m_g \lambda_g + m_v c T_1 + m_g c T_0}{c(m_g + m_v)} = 347.7\text{ K}$$

Scritto di Fisica Generale per Ingegneria Edile (N41) 15 gennaio 2020	Prof. Fabio Garufi	Firma leggibile dello studente
Cognome:	Nome:	Matricola:

ESERCIZIO 1. Un corpo di massa m è lanciato con velocità $v_0 = 6 \text{ m/s}$ lungo un tratto orizzontale di un piano scabro. Dopo avere percorso una distanza $d_1 = 5 \text{ m}$ il corpo “rimbalza” elasticamente contro una parete (inverte la sua velocità in un tempo trascurabile) e riparte in direzione opposta sul medesimo piano, sul quale percorre una ulteriore distanza $d_2 = 2 \text{ m}$ prima di fermarsi. Determinare:

<i>punti</i>

1. il coefficiente di attrito dinamico μ_d del piano scabro;
2. il tempo intercorso fra la partenza e l’arresto del corpo.

Soluzione: Scriviamo le equazioni dell’energia prima e dopo il rimbalzo:

$$\begin{cases} \frac{1}{2}m(v_r^2 - v_0^2) = \mu_d m g d_1 \\ 0 - \frac{1}{2}m v_r^2 = \mu_d m g d_2 \end{cases}$$

essendo v_r la velocità con cui arriva sulla parete. Sommando membro a membro e ricavando μ_d :

$$\mu_d = \frac{v_0^2}{2g(d_1 + d_2)} = 0.26$$

Il moto è uniformemente decelerato lungo una distanza $d_1 + d_2$ con accelerazione $a = -\mu_d g$, dunque:

$$0 - v_0 = at \Rightarrow t = \frac{v_0}{\mu_d g} = \frac{2g(d_1 + d_2)}{v_0} = 2,35 \text{ m}$$

ESERCIZIO 2. Un corpo di massa $m_1 = 2$ kg è inizialmente posto su un piano inclinato liscio di angolo $\alpha = 60^\circ$ rispetto all'orizzontale. Il corpo viene lanciato con velocità $v_0 = 4$ m/s e, percorsa la distanza $d = 9$ m lungo il piano inclinato, raggiunge un piano orizzontale che nella parte iniziale è liscio e quindi scabro con coefficiente di attrito $\mu_d = 0.2$, per una distanza $L = 3$ m, e quindi di nuovo liscio. Alla fine del piano orizzontale, si trova un'asta di lunghezza $L_a = 5$ m e massa $m_a = 3$ kg, incernierata nel punto O, che si trova ad un'altezza $h = 2.5$ m, attorno al quale può ruotare senza attrito. All'estremo inferiore dell'asta è fissata una massa $m_2 = 1$ kg ed a metà tra il punto O e l'estremo superiore dell'asta, un'altra massa $m_3 = 3$ kg. Il corpo m_1 compie un urto completamente anelastico e rimane attaccato al corpo m_2 .

10 punti

1. Calcolare la velocità del corpo m_1 alla base del piano inclinato
2. Calcolare la velocità del corpo m_1 all'istante dell'urto
3. Calcolare la velocità angolare del sistema composto dall'asta con le masse attaccate, immediatamente dopo l'urto
4. Determinare se l'asta si ribalta

Soluzione: Col teorema dell'energia: $\frac{1}{2}m_1v_0^2 + m_1gd \sin \alpha = \frac{1}{2}m_1v_1^2$. Dunque:

$$v_1 = \sqrt{v_0^2 + 2gd \sin \alpha} = 13 \text{ m/s}$$

La velocità alla fine del piano scabro è data sempre dal teorema dell'energia considerando il lavoro delle forze d'attrito: $\frac{1}{2}m_1v_1^2 - m_1g\mu_d L = \frac{1}{2}m_1v_2^2$, dunque:

$$v_2 = \sqrt{v_1^2 - 2g\mu_d L} = 12.54$$

Prendendo il sistema di riferimento centrato nell'asse di rotazione e rivolto verso l'alto, il centro di massa si troverà ad una coordinata

$$y_g = \frac{m_3L_a/4 - (m_1 + m_2)L_a/2}{m_1 + m_2 + m_3} = -0.63$$

essendo il centro di massa dell'asta nell'origine. Applichiamo il teorema della conservazione del momento della quantità di moto prima e dopo l'urto:

$$m_1v_2h = I\omega$$

dove $I = m_aL_a^2/12 + (m_1 + m_2)h^2 + m_3(\frac{L_a-h}{2})^2 = 43.75$ è il momento di inerzia del sistema rispetto all'asse di rotazione. Per trovare $\omega = m_1v_2h/I = 1.43$

Perché l'asta si ribalti, dovrà essere:

$$\frac{1}{2}I\omega^2 \geq (m_a + m_1 + m_2 + m_3)g \cdot 2y_g$$

perché la differenza di quota è $2y_g$. Dunque: $\omega^2 \geq 4(m_a + m_1 + m_2 + m_3)gy_g/I$ ovvero $\omega \geq 2.26$

ESERCIZIO 3. Un gas perfetto biatomico si espande liberamente raddoppiando il suo volume da uno stato A di equilibrio ($T_A = 318$ K e $P_A = 2.00$ atm) fino allo stato B. Il gas poi subisce una compressione adiabatica irreversibile (nella quale viene compiuto il lavoro $|L_{BC}| = 84053$ J) e raggiunge un nuovo stato C con $P_C = 15P_A$ e $T_C = 1329.47$ K. Successivamente, il gas viene compresso in modo irreversibile, rimanendo in contatto termico con una sorgente di calore a temperatura T_C con la quale scambia una quantità di calore pari a $Q_{CD} = -110$ kJ, fino a un nuovo stato di equilibrio D. Infine una trasformazione adiabatica reversibile riporta il gas nello stato iniziale A.

<i>punti</i>

1. determinare i parametri degli stati A, B, C, D
2. calcolare il lavoro scambiato nel ciclo ABCDA e valutare il COP ($COP = |Q_{ass}|/|L_{tot}|$ se il ciclo è frigorifero o l'efficienza in caso contrario).

Soluzione: Per ricavare i parametri di stato è necessario ricavare prima il numero di moli. Il lavoro nella trasformazione adiabatica BC è dato da $L_{BC} = nc_v(T_C - T_B)$ dunque: $n = |L_{BC}/c_v(T_C - T_B)| = 4$ mol;

- Stato A: $P_A = 2$ atm; $T_A = 318$; $V_A = nRT_A/P_A = 52.173 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$
- stato B: $V_B = 2V_A = 104,35 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$; $P_B = P_A/2 = 1$ atm; $T_B = T_A$ perché AB è una espansione libera e la temperatura non cambia ($\Delta U = 0$).
- stato C: $T_C = 1329.47$ K; $P_C = 15P_A = 30$ atm; $V_C = nRT_C/P_C = 14.54 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$
- Stato D: $T_D = T_C$. La trasf. DA è un'adiabatica reversibile, dunque: $T_A V_A^{\gamma-1} = T_D V_D^{\gamma-1}$ per cui: $V_D = V_A (T_A/T_C)^{1/(\gamma-1)} = 1.46 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$, avendo posto $\gamma = 7/5$ perché il gas è biatomico.

Il calore viene scambiato solo nella trasf. isoterma CD, perché le altre sono un'espansione libera e due adiabatiche. Quindi $Q_{Tot} = Q_{CD} = -110$ kJ. Questa quantità è anche pari al lavoro eseguito. Dunque si tratta di un ciclo frigorifero di efficienza $COP = Q_{ass}/L = 0$

Scritto di Fisica Generale per Ingegneria Edile (N41) 15 gennaio 2020	Prof. Fabio Garufi	Firma leggibile dello studente
Cognome:	Nome:	Matricola:

ESERCIZIO 1. Un blocco di massa $m = 1$ kg è inizialmente fermo alla base A di un piano scabro inclinato di un angolo $\vartheta = 30^\circ$ rispetto all'orizzontale. Al blocco viene data una spinta, in conseguenza della quale parte con un'energia cinetica $K_0 = 32$ J, salendo lungo il piano inclinato. Giunto nel punto B, distante $s = 4$ m da A, il blocco si ferma e inverte il moto, ritornando in A con un'energia cinetica $k < k_0$. Calcolare:

<i>7 punti</i>

1. Il coefficiente d'attrito μ_d fra il blocco e il piano inclinato;
2. l'energia cinetica K del blocco quando ripassa per il punto A

Soluzione: Perché si fermi tutta la sua energia cinetica deve essere dissipata in energia potenziale e lavoro della forza d'attrito: $K_0 = mgs \sin \vartheta + \mu_d mgs \cos \vartheta$; dunque:

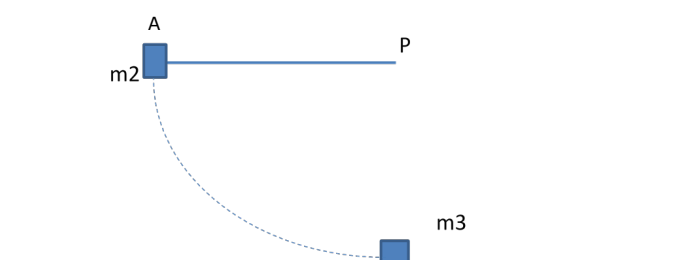
$$\mu_d = \frac{K_0 - mgs \sin \vartheta}{mgs \cos \vartheta} = 0.36$$

L'energia cinetica alla fine del percorso è data, di nuovo, dall'energia potenziale meno il lavoro delle forze d'attrito:
 $K = mgs \sin \vartheta - \mu_d mgs \cos \vartheta \cdot s = mgs(\sin \vartheta - \mu_d \cos \vartheta) = 7,39$ J

ESERCIZIO 2. Un'asta di massa $m_1 = 4$ kg e lunghezza $L = 1.7$ m è incernierata ad un punto P, attorno al quale può ruotare senza attrito, come in figura. All'altra estremità dell'asta, nel punto A, è fissato un corpo di massa $m_2 = 2$ kg. Sul piano orizzontale, liscio, si trova un corpo di massa m_3 . L'asta, inizialmente in quiete e disposta orizzontalmente, viene lasciata libera di ruotare. Calcolare

punti

1. L'energia potenziale iniziale del sistema.
2. La velocità angolare con cui l'asta passa dalla verticale.
3. La velocità del corpo m_2 quando l'asta passa dalla verticale
4. Al momento del passaggio il punto estremo dell'asta, dove si trova il corpo m_2 , urta in modo elastico il corpo di massa m_3 , inizialmente fermo. A seguito dell'urto l'asta si ferma. Calcolare la massa del corpo m_3 .



Soluzione: Cominciamo a trovare la posizione del centro di massa:

$$\begin{cases} x_G = \frac{m_1 L/2 + m_2 L}{m_1 + m_2} \\ y_G = 0 \end{cases}$$

Siccome l'asta inizialmente è orizzontale, l'energia potenziale è

$$U = (m_1 + m_2)gx_G = (m_1 + 2m_2)\frac{Lg}{2} = 66.71 \text{ J}$$

Per calcolare la velocità angolare, dobbiamo trovare preventivamente il momento di inerzia del sistema: $I = I_{asta} + m_2 L^2 = 1/3 m_1 L^2 + m_2 L^2 = L^2/3(m_1 + 3m_2)$. A questo punto possiamo usare il teorema della conservazione dell'energia meccanica:

$$U = \frac{1}{2}I\omega^2 \rightarrow \omega^2 = \frac{m_1 + 2m_2}{m_1 + 3m_2} \frac{3g}{L}$$

da cui $\omega = 3.72$.

La velocità del corpo m_2 quando passa per la verticale sarà $v_2 = \omega L = 6.32 \text{ m/s}$.

Per trovare la velocità del corpo m_3 dopo l'urto dobbiamo conservare l'energia cinetica e il momento delle quantità di moto, visto che l'urto è elastico:

$$\begin{cases} \frac{1}{2}I\omega^2 = \frac{1}{2}m_3 v_3^2 \\ I\omega = m_3 v_3 L \end{cases}$$

da cui $I = m_3 L^2$ e dunque $m_3 = I/L^2 = 1/3 m_1 + m_2 = 3.33 \text{ kg}$

ESERCIZIO 3. Si scaldano 5 litri di acqua in un bollitore a resistenza elettrica che converte energia elettrica in energia termica con una potenza di $W = 1758 \text{ W}$. Trascurando le perdite, stimare il tempo necessario per portare l'acqua da $T_i = 15^\circ\text{C}$ fino a $T_f = 100^\circ\text{C}$. Si ricorda che il calore specifico dell'acqua è $C = 4.18 \text{ J/g}^\circ\text{C}$

Soluzione: L'energia (quantità di calore) erogata è $Q = W \cdot t = mC\Delta T$. Dunque:

$$t = \frac{mC(T_f - T_i)}{W} = 1010,52 \text{ s}$$

8 punti

