

Scritto di Fisica Generale per Ingegneria Edile (N41) 15 luglio 2020	Prof. Fabio Garufi	Firma leggibile dello studente
Cognome:	Nome:	Matricola:

ESERCIZIO 1. Un ascensore di massa $m = 129 \text{ Kg}$ è tirato verso l'alto da una fune, che può sopportare una tensione massima di $T = 2119 \text{ N}$. Quale è il tempo minimo necessario per portare, in totale assenza di attriti, l'ascensore dal primo al quinto piano, tra cui c'è un dislivello di $h = 12 \text{ m}$? Quale è invece il tempo se si aggiunge un attrito dinamico di $F_a = 371 \text{ N}$?

<i>punti</i>

Soluzione: Le forze agenti sull'ascensore sono la tensione, la forza peso e, nel secondo caso, l'attrito. Dunque: $T - mg = ma$ e quindi: $a = T/m - g = 6.62 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$. L'ascensore percorrerà un dislivello $h = 1/2at^2$, nel tempo:

$$t = \sqrt{\frac{2h}{a}} = 1,9 \text{ s}$$

In presenza di attrito, il bilancio delle forze sarà: $T - mg - F_a = ma$, e dunque:

$$a = \frac{T - F}{m} - g = 3.74 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

e dunque $t = 2,53 \text{ s}$

ESERCIZIO 2. Un cilindro omogeneo di massa $m = 6$ kg e raggio $r = 10$ cm, ruota con velocità angolare ω_0 attorno ad un asse parallelo all'asse del cilindro e posto ad una distanza $d = r/2$ da questo. Applicando un momento costante $M = 9$ N m, il cilindro si ferma in un tempo $t_0 = 3$ s. Calcolare:

10 punti

1. la velocità angolare ω_0 del cilindro;
2. dopo quanto tempo acquista una velocità angolare uguale ed opposta a quella iniziale;
3. dopo quanti giri a partire dall'inizio ciò avverrà.

Soluzione:

$$M = I\dot{\omega} = I\frac{\omega_0}{t_0}$$

essendo $I = \frac{1}{2}mr^2 + md^2 = \frac{3}{4}mr^2$ dunque:

$$\omega_0 = \frac{Mt_0}{I} = \frac{4Mt_0}{3mr^2} = 600 \text{ rad s}^{-1}$$

Il momento applicato è costante, quindi per raggiungere la velocità uguale ed opposta all'iniziale ci vogliono t_0 secondi da quando si ferma. Per trovare il numero di giri bisogna risolvere l'equazione del moto:

$$\omega_0 t + \frac{1}{2}\dot{\omega}t^2 = \alpha = 2N\pi$$

essendo N il numero di giri e $t = 2t_0$. Dunque

$$N = \frac{2\omega_0 t_0(1 + 1/(2t_0) \cdot 2t_0)}{2\pi} = \frac{4\omega_0 t_0}{2\pi} = 1146$$

ESERCIZIO 3. Due moli di gas perfetto monoatomico compiono un ciclo composto da una trasformazione isoterma tra lo stato 1 e lo stato 2, una trasformazione a volume costante (isocora) dallo stato 2 allo stato 3 ed una trasformazione adiabatica dallo stato 3 allo stato 1. Sapendo che: $V_1 = 14$ litri, $P_1 = 5$ Atm, $V_2 = 3V_1$; $P_3 = 0.8$ Atm, determinare:

10 punti

1. il lavoro compiuto dal ciclo;
2. la quantità di calore assorbita durante l'espansione isoterma
3. il rendimento del ciclo

Soluzione: Il lavoro è eseguito nelle trasformazioni isoterma e adiabatica:

$$L_1 = nRT_1 \ln \frac{V_2}{V_1} = nRT_1 \ln 3 = P_1 V_1 \ln 3 = 76.9 \text{ l Atm}$$

dove per calcolare T_1 abbiamo usato l'equazione di stato : $T_1 = P_1 V_1 / nR = 426,83 \text{ K}$. Nella trasformazione adiabatica:

$$L_2 = -\Delta U = -mc_v(T_1 - T_3) = -nC_v(T_1 - T_3) = -\frac{3}{2}nR(T_1 - T_3) = -\frac{3}{2}(P_1 V_1 - P_3 V_2) = -54.6 \text{ l Atm}$$

Dove ancora, per trovare T_2 abbiamo usato l'equazione di stato: $T_3 = P_3 V_2 / nR = 204,88 \text{ K}$. La quantità di calore assorbita durante la trasformazione isoterma è pari al lavoro eseguito nella trasformazione perché è nulla la variazione di energia interna. Dunque il rendimento sarà

$$\eta = \frac{L_{tot}}{Q_{ass}} = \frac{L_1 + L_2}{L_1} = 0,29$$

Scritto di Fisica Generale per Ingegneria Edile (N41) 15 luglio 2020	Prof. Fabio Garufi	Firma leggibile dello studente
Cognome:	Nome:	Matricola:

ESERCIZIO 1. Un disco ruota in un piano verticale attorno al suo asse, con velocità angolare $\omega = 2.8 \text{ rad/s}$ e reca sull'orlo un forellino. A distanza $d = 45 \text{ m}$ dal disco, un tiratore deve colpire il forellino sparando orizzontalmente con una pistola (si trascuri l'effetto della gravità). Sapendo che quando parte il proiettile, il forellino è nella posizione A, dire quale è la decelerazione costante imposta dall'aria al proiettile, che parte con velocità iniziale $v_0 = 100 \text{ m/s}$, affinché il tiratore colpisca il forellino nella posizione B a 90° da A. Dire inoltre con quale velocità e a che tempo il proiettile arriva in B.

<i>10 punti</i>

Soluzione: $d = v_0 t - \frac{1}{2} a t^2$. Siccome $\omega = \frac{\Delta \vartheta}{\Delta t}$, allora $t = \frac{\pi}{2\omega} = 0.56 \text{ s}$. Dunque:

$$a = 2 \frac{(v_0 t - d)}{t^2} = \frac{8\omega^2}{\pi^2} \left(\frac{\pi v_0}{2\omega} - d \right) = 70.15 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

$$v = v_0 - a t = 60,72$$

ESERCIZIO 2. Una ruota disomogenea di raggio $R = 40$ cm è montata su un asse orizzontale intorno al quale può girare senza attrito. Una corda priva di massa, avvolta intorno alla ruota, porta fissato all'estremità libera un corpo di massa $m = 4$ kg che scende lungo la verticale con accelerazione $a = 1$ m/s². Determinare il momento d'inerzia della ruota. Quanto vale il momento di inerzia se c'è un momento delle forze d'attrito $M = 0.5$ N m? Quanto vale il lavoro compiuto dalle forze d'attrito dopo un tempo $t = 2$ s?

10 punti

Soluzione:

$$\begin{cases} mg - T = ma \\ TR = I\dot{\omega} = I\frac{a}{R} \end{cases}$$

dunque: dalla prima $T = m(g - a)$ e sostituendo nella seconda:

$$I = mR^2 \frac{g - a}{a} = 5,64 \text{ kg m}^2$$

L'equazione dei momenti delle forze cambia con l'attrito che si oppone all'effetto della tensione:

$$TR - M = I\dot{\omega} = I\frac{a}{R}$$

mentre l'equazione delle forze sulla massa in caduta non cambia. Dunque:

$$I = (TR - M)\frac{R}{a} = (m(g - a)R - M)\frac{R}{a} = 4,84 \text{ kg m}^2$$

Il lavoro compiuto dalle forze d'attrito è $L = M\alpha$ dove α è l'angolo di cui ha girato la ruota nel tempo t :

$$\alpha = \frac{1}{2}\dot{\omega}t^2 = \frac{a}{2R}t^2 = 5 \text{ rad}$$

e dunque: $L = 2,5$ J

ESERCIZIO 3. Un cilindro rigido posto orizzontalmente è chiuso all'estremità da un pistone che si può muovere liberamente senza attrito. Il cilindro è riempito da una mole di gas perfetto monoatomico in equilibrio con la pressione esterna di un'atmosfera ad una temperatura di $T_i = 49\text{ }^{\circ}\text{C}$. Il pistone viene bloccato ed al gas viene fornita una quantità di calore pari a $Q = 1091\text{ J}$. Tolto il blocco del pistone il gas subisce un'espansione che nel piano V-P è rappresentata con un segmento di retta, che lo porta ad un nuovo stato di equilibrio a temperatura $T_f = 122\text{ }^{\circ}\text{C}$ e pressione $P_f = \frac{7}{8}P_i$ dove P_i è la pressione dopo il riscaldamento. Dopo aver disegnato le trasformazioni su un diagramma V-P:

a) Si determini la variazione di energia interna del gas durante l'espansione.

b) Si trovi il lavoro fatto dal gas.

Soluzione: Possiamo ricavare il volume iniziale dall'equazione di stato e la temperatura raggiunta durante la trasformazione a volume costante in cui $Q = nc_v\Delta T$ e quindi: $\Delta T = \frac{Q}{nc_v}$. Il gas è monoatomico, dunque $c_v = \frac{3}{2}R$. In definitiva,

$$V_i = \frac{nRT_i}{P_i} = 0.026\text{ m}^3$$

$$T_1 = T + \Delta T = 409.64\text{ K}$$

La variazione di energia interna nella trasformazione irreversibile è data da;

$$\Delta U = nc_v(T_f - T_1) = -180,58\text{ J}$$

Il volume finale dopo l'espansione è:

$$V_f = \frac{nRT_f}{P_f}$$

La pressione dopo l'isocora è :

$$P_1 = \frac{nRT_1}{V_i} = 130,99\text{ kPa} = 1,29\text{ Atm}$$

Il lavoro svolto sarà dato dall'area del trapezio nel piano V-P, avente per basi le pressioni P_1 e P_i ed altezza ΔV .

$$L = \frac{1}{2}(P_i + P_1)(V_f - V_i)$$

10 punti

Scritto di Fisica Generale per Ingegneria Edile (N41) 15 luglio 2020	Prof. Fabio Garufi	Firma leggibile dello studente
Cognome:	Nome:	Matricola:

ESERCIZIO 1. Un disco ruota in un piano verticale attorno al suo asse, con velocità angolare $\omega = 2.9$ rad/s e reca sull'orlo un forellino. A distanza $d = 43$ m dal disco, un tiratore deve colpire il forellino sparando orizzontalmente con una pistola (si trascuri l'effetto della gravità). Sapendo che quando parte il proiettile, il forellino è nella posizione A, dire quale è la decelerazione costante imposta dall'aria al proiettile, che parte con velocità iniziale $v_0 = 100$ m/s, affinché il tiratore colpisca il forellino nella posizione B a 90° da A. Dire inoltre con quale velocità e a che tempo il proiettile arriva in B.

<i>10 punti</i>

Soluzione: $d = v_0 t - \frac{1}{2} a t^2$. Siccome $\omega = \frac{\Delta\vartheta}{\Delta t}$, allora $t = \frac{\pi}{2\omega} = 0.54$ s. Dunque:

$$a = 2 \frac{(v_0 t - d)}{t^2} = \frac{8\omega^2}{\pi^2} \left(\frac{\pi v_0}{2\omega} - d \right) = 75.45 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

$$v = v_0 - a t = 59,26$$

ESERCIZIO 2. Un corpo di massa $m_1 = 569$ g è appoggiato ad una molla di massa trascurabile, costante elastica $k = 1000$ N/m e inizialmente compressa della lunghezza $x = 10$ cm. L'altra estremità della molla è rigidamente fissata ad una parete. Il corpo è inizialmente fermo e si può muovere su un piano liscio orizzontale. Viene rilasciata la molla. Il corpo, dopo essersi staccato dalla molla prosegue sul piano liscio e quindi urta in modo anelastico un corpo $m_2 = 569$ g connesso ad un'asta verticale di lunghezza $\ell = 1.24$ m e massa $m_a = 224$ g, incernierata all'estremità superiore ed inizialmente ferma. Calcolare:

<i>punti</i>

1. La velocità del corpo m_1 sul piano liscio prima di urtare il corpo m_2
2. La velocità di rotazione dell'asta immediatamente dopo l'urto.
3. Determinare se l'asta percorre (almeno) un giro completo

Soluzione: Dalla conservazione dell'energia meccanica: $\frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}m_1v_1^2$, dunque:

$$v_1 = x\sqrt{\frac{k}{m_1}} = 4.19 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

L'urto è completamente anelastico, quindi possiamo conservare solo il momento delle quantità di moto:

$$m_1v_1\ell = I_{tot}\omega_f$$

dove $I_{tot} = \frac{1}{3}m_a\ell^2 + m_2\ell^2 = 0.99 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ è il momento di inerzia totale del sistema asta-massa e ω_f la velocità di rotazione cercata. Dunque:

$$\omega_f = \frac{m_1v_1\ell}{I_{tot}} = \frac{3m_1v_1}{(m_a + 3m_2)\ell} = 4.6 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$$

Affinché il sistema compia almeno un giro, l'energia cinetica iniziale di rotazione deve essere sufficiente a superare l'energia potenziale del sistema quando il centro di massa è al di sopra del punto di rotazione. Posta l'origine nel punto di rotazione, la coordinata iniziale del c.m. è $y_0 = -(m_a\ell/2 + m_1\ell)/(m_a + m_1)$, la differenza di quota è $h = 2|y_0|$, quindi:

$$\frac{1}{2}I_{tot}\omega_f^2 \geq (m_a + m_1)gh = \frac{1}{2}(m_a + 2m_1)g\ell$$

è la condizione affinché l'asta si ribalti. Da cui

$$\frac{(m_1v_1\ell)^2}{2I_{tot}^2}I_{tot} = \frac{3}{2}\frac{m_1^2}{m_a + 3m_2}v_1^2 \geq \frac{1}{2}(m_a + 2m_1)g\ell$$

ovvero deve essere:

$$v_1^2 \geq (m_a + 2m_1)(m_a + 3m_2)\frac{g\ell}{3m_1^2} = 32.76 \text{ m}^2\text{s}^{-2}$$

dunque: $v_1 \geq 5.72 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

ESERCIZIO 3. Un vaso Dewar di rame di massa $m_d = 137 \text{ g}$ contiene $m_{H_2O} = 200 \text{ g}$ di acqua, entrambi sono inizialmente alla temperatura di $T_i = 25^\circ\text{C}$. Un cilindro di rame di massa $m_{Cu} = 340 \text{ g}$ molto caldo viene immerso nell'acqua, facendola bollire e $m_v = 7 \text{ g}$ di acqua evaporano. La temperatura finale vale 100°C , determinare:

10 punti

1. Le quantità di calore cedute all'acqua ed al vaso;
2. La temperatura iniziale del cilindro

Si ricordano il calore latente dell'acqua nel processo di evaporazione $\lambda_{eva} = 2260 \text{ kJ/kg}$ ed i calori specifici $c_{H_2O} = 4,18 \text{ kJ/kg}$ e $c_{Cu} = 0,39 \text{ kJ/(kg} \cdot \text{K)}$

Soluzione: Sia T_c la temperatura iniziale del cilindro e T_f quella finale di tutto il sistema. Utilizzando i calori specifici di rame ed acqua ed il calore latente di evaporazione dell'acqua, possiamo scrivere le quantità di calore assorbite dal vaso e dall'acqua:

$$Q_{H_2O} = m_{H_2O}c_{H_2O}(T_f - T_i) + m_v\lambda_{eva} = 78.52$$

$$Q_d = m_dc_{Cu}(T_f - T_i) = 4.01$$

La somma di questi calori assorbiti è ceduta dal cilindro di rame:

$$-Q_{Cu} = -m_{Cu}c_{Cu}(T_f - T_c) = Q_{H_2O} + Q_d$$

da cui

$$T_c = T_f + \frac{Q_{H_2O} + Q_d}{m_{Cu}c_{Cu}} = 722,4^\circ\text{C}$$

Scritto di Fisica Generale per Ingegneria Edile (N41) 15 luglio 2020	Prof. Fabio Garufi	Firma leggibile dello studente
Cognome:	Nome:	Matricola:

ESERCIZIO 1. Un atleta del peso di $m = 78 \text{ kg}$ dondola appeso ad una corda lunga $\ell = 9 \text{ m}$. Sapendo che la massima altezza raggiunta è $h = 1 \text{ m}$, determinare la tensione della corda nel punto in cui la corda passa per la verticale.

Soluzione: Siccome la lunghezza della corda non cambia, il moto è lungo una circonferenza. Dunque sarà presente un'accelerazione centripeta diretta verso il punto di sospensione di modulo $a_c = v^2/\ell$. La velocità nel punto in cui la corda passa per la verticale, si può ricavare dal teorema della conservazione dell'energia meccanica: $mgh = \frac{1}{2}mv^2$ dunque, $v^2 = 2gh$.

Quando la corda passa per la verticale, l'atleta è fermo nella direzione di ℓ , dunque:

$$T - mg = m\frac{v^2}{\ell} = \frac{2mgh}{\ell}$$

dunque

$$T = mg \left(1 + 2\frac{h}{\ell} \right) = 935,22 \text{ N}$$

<i>10 punti</i>

ESERCIZIO 2. Un corpo di massa $m_1 = 695$ g è appoggiato ad una molla di massa trascurabile, costante elastica $k = 1000$ N/m e inizialmente compressa della lunghezza $x = 9$ cm. L'altra estremità della molla è rigidamente fissata ad una parete. Il corpo è inizialmente fermo e si può muovere su un piano liscio orizzontale. Viene rilasciata la molla. Il corpo, dopo essersi staccato dalla molla prosegue sul piano liscio e quindi urta in modo anelastico un corpo $m_2 = 695$ g connesso ad un'asta verticale di lunghezza $\ell = 1.05$ m e massa $m_a = 103$ g, incernierata all'estremità superiore ed inizialmente ferma. Calcolare:

<i>punti</i>

1. La velocità del corpo m_1 sul piano liscio prima di urtare il corpo m_2
2. La velocità di rotazione dell'asta immediatamente dopo l'urto.
3. Determinare se l'asta percorre (almeno) un giro completo

Soluzione: Dalla conservazione dell'energia meccanica: $\frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}m_1v_1^2$, dunque:

$$v_1 = x\sqrt{\frac{k}{m_1}} = 3.4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

L'urto è completamente anelastico, quindi possiamo conservare solo il momento delle quantità di moto:

$$m_1v_1\ell = I_{tot}\omega_f$$

dove $I_{tot} = \frac{1}{3}m_a\ell^2 + m_2\ell^2 = 0.81 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ è il momento di inerzia totale del sistema asta-massa e ω_f la velocità di rotazione cercata. Dunque:

$$\omega_f = \frac{m_1v_1\ell}{I_{tot}} = \frac{3m_1v_1}{(m_a + 3m_2)\ell} = 3.41 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$$

Affinché il sistema compia almeno un giro, l'energia cinetica iniziale di rotazione deve essere sufficiente a superare l'energia potenziale del sistema quando il centro di massa è al di sopra del punto di rotazione. Posta l'origine nel punto di rotazione, la coordinata iniziale del c.m. è $y_0 = -(m_a\ell/2 + m_1\ell)/(m_a + m_1)$, la differenza di quota è $h = 2|y_0|$, quindi:

$$\frac{1}{2}I_{tot}\omega_f^2 \geq (m_a + m_1)gh = \frac{1}{2}(m_a + 2m_1)g\ell$$

è la condizione affinché l'asta si ribalti. Da cui

$$\frac{(m_1v_1\ell)^2}{2I_{tot}^2}I_{tot} = \frac{3}{2}\frac{m_1^2}{m_a + 3m_2}v_1^2 \geq \frac{1}{2}(m_a + 2m_1)g\ell$$

ovvero deve essere:

$$v_1^2 \geq (m_a + 2m_1)(m_a + 3m_2)\frac{g\ell}{3m_1^2} = 23.12 \text{ m}^2\text{s}^{-2}$$

dunque: $v_1 \geq 4.81 \text{ m s}^{-1}$

ESERCIZIO 3. Due moli di gas perfetto monoatomico compiono un ciclo composto da una trasformazione isoterma tra lo stato 1 e lo stato 2, una trasformazione a volume costante (isocora) dallo stato 2 allo stato 3 ed una trasformazione adiabatica dallo stato 3 allo stato 1. Sapendo che: $V_1 = 15$ litri, $P_1 = 7$ Atm, $V_2 = 3V_1$; $P_3 = 1.12$ Atm, determinare:

10 punti

1. il lavoro compiuto dal ciclo;
2. la quantità di calore assorbita durante l'espansione isoterma
3. il rendimento del ciclo

Soluzione: Il lavoro è eseguito nelle trasformazioni isoterma e adiabatica:

$$L_1 = nRT_1 \ln \frac{V_2}{V_1} = nRT_1 \ln 3 = P_1 V_1 \ln 3 = 115.35 \text{ l Atm}$$

dove per calcolare T_1 abbiamo usato l'equazione di stato : $T_1 = P_1 V_1 / nR = 640,24 \text{ K}$. Nella trasformazione adiabatica:

$$L_2 = -\Delta U = -mc_v(T_1 - T_3) = -nC_v(T_1 - T_3) = -\frac{3}{2}nR(T_1 - T_3) = -\frac{3}{2}(P_1 V_1 - P_3 V_2) = -81.9 \text{ l Atm}$$

Dove ancora, per trovare T_2 abbiamo usato l'equazione di stato: $T_3 = P_3 V_2 / nR = 307,32 \text{ K}$. La quantità di calore assorbita durante la trasformazione isoterma è pari al lavoro eseguito nella trasformazione perché è nulla la variazione di energia interna. Dunque il rendimento sarà

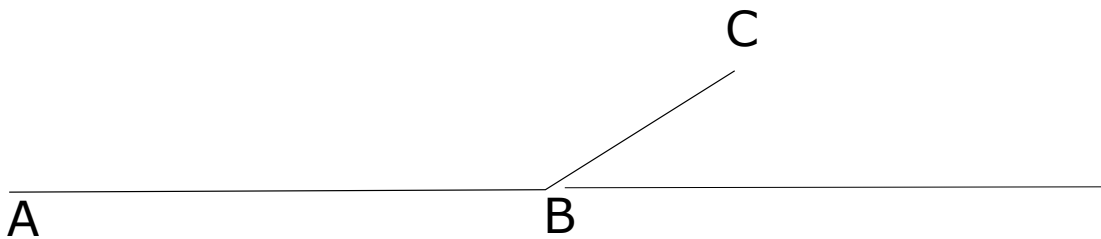
$$\eta = \frac{L_{tot}}{Q_{ass}} = \frac{L_1 + L_2}{L_1} = 0,29$$

Scritto di Fisica Generale per Ingegneria Edile (N41) 15 luglio 2020	Prof. Fabio Garufi	Firma leggibile dello studente
Cognome:	Nome:	Matricola:

ESERCIZIO 1. Un motociclista acrobatico esegue un salto dalla piattaforma, come in figura. Parte dal punto A con velocità zero ed accelerazione costante $a_1 = 3 \text{ m/s}^2$ fino al punto B, distante 50 m. Quindi sale la piattaforma BC, di lunghezza $BC = 8 \text{ m}$, con accelerazione costante $a_2 = 1,5 \text{ m/s}^2$ fino al punto C, dove stacca. L'angolo che la piattaforma forma con l'asse orizzontale è $\vartheta = 30^\circ$.

10 punti

1. Calcolare il modulo della velocità in B e della velocità di stacco in C
2. Calcolare la altezza della quota massima.
3. Calcolare la velocità del centro di massa immediatamente prima di toccare terra
4. Supponendo che quando tocca terra conservi la velocità del centro di massa e che quindi freni con accelerazione dipendente dal tempo $a_3 = -0.5t$, calcolare lo spazio di frenata.



Soluzione:

$$1. v_B = \sqrt{2a_1AB} = 17.32 \text{ m/s}^{-1};$$

$$\begin{cases} v_C = v_B + a_2t \\ BC = v_Bt + \frac{1}{2}a_2t^2 \end{cases}$$

dalla prima: $t = (v_C - v_B)/a_2$ e sostituendo nella seconda: $2a_2BC = v_B^2 - v_C^2$ e dunque: $v_C = \sqrt{v_B^2 + 2a_2BC} = 18 \text{ m/s}^{-1}$

2. la quota massima è data dalla quota di stacco sommata alla quota relativa che si può calcolare con la conservazione dell'energia: $h = BC \sin \vartheta + (v_C \sin \vartheta)^2 / 2g = 8.13$
3. la velocità subito prima di toccare terra è un vettore nel piano xy che ha per componenti:

$$\begin{cases} v_x = v_C \cos \vartheta = 15.59 \\ v_y = \sqrt{2gh} = 12.63 \end{cases}$$

il modulo è $v_D = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = 20.06$.

Dopo aver toccato il suolo, la velocità avrà un andamento nel tempo data dalla relazione:

$$v - v_D = \int a(t) dt = -0.5 \int t dt = -\frac{1}{4}t^2$$

Il tempo della frenata sarà quello \bar{t} per cui si annulla la velocità a partire da v_D : $v_D = 1/4\bar{t}^2$ e dunque $\bar{t} = 2\sqrt{v_D}$. Per calcolare lo spazio di frenata dobbiamo integrare ulteriormente:

$$x = \int_0^{\bar{t}} \left(v_D - \frac{1}{4}t^2 \right) dt = v_D\bar{t} - \frac{1}{12}\bar{t}^3 = \frac{4}{3}v_D^{3/2}$$

ESERCIZIO 2. Una sfera omogenea di massa $m = 91$ kg e raggio $R = 4$ m può ruotare liberamente rispetto ad un asse verticale ad essa tangente. Determinare:

1. il momento d'inerzia della sfera rispetto all'asse di rotazione;

2. se si applica alla sfera inizialmente ferma, una forza sul punto diametralmente opposto al punto in cui tange l'asse di rotazione, quanto vale la sua intensità affinché la sfera ruoti di $\vartheta = 90$ gradi in $t = 4$ secondi?

10 punti

Soluzione: Il momento di inerzia della sfera rispetto all'asse passante per il centro di massa vale $I_c = \frac{2}{5}mR^2$, dunque, per il teorema di Huygens-Steiner:

$$I = I_c + md^2 = \frac{2}{5}mR^2 + mR^2 = \frac{7}{5}mR^2 = 2038.4$$

$$\begin{cases} F \cdot 2R = I\dot{\omega} \\ \frac{1}{2}\dot{\omega}t^2 = \vartheta \end{cases}$$

Dalla seconda:

$$\dot{\omega} = \frac{2\vartheta}{t^2}$$

e sostituendo nella prima:

$$F = \frac{I\vartheta}{Rt^2} = 50,03 \text{ N}$$

ESERCIZIO 3. Un contenitore adiabatico contiene $M = 10 \text{ kg}$ di ghiaccio alla temperatura $T_0 = -20^\circ\text{C}$. Una massa m_{Cu} di rame alla temperatura $T_{Cu} = 872^\circ\text{C}$ viene introdotta nel contenitore. Determinare il valore della massa m_{Cu} nei due casi in cui nello stato finale ci siano:

10 punti

1. solo acqua e rame alla temperatura $T_f = 65^\circ\text{C}$

2. vapore e rame alla temperatura di equilibrio $T_f = 150^\circ\text{C}$

(Dati: $c_{H_2O} = 4,18 \text{ kJ}/(\text{kg K})$, $c_{ghiaccio} = 2,09 \text{ kJ}/(\text{kg K})$, $\lambda_{ghiaccio} = 333 \text{ kJ/kg}$, $\lambda_{ev} = 2272 \text{ kJ/kg}$, $c_{Cu} = 0,385 \text{ kJ}/(\text{kg K})$, $c_{vap} = 0,85 \text{ kJ}/(\text{kg K})$)

Soluzione: Il contenitore non scambia calore con l'esterno, dunque la somma delle quantità di calore perso dal rame ed acquistato dall'acqua è 0, in entrambi i casi. Nel primo caso:

$$Q_{Cu} + Q_{ghiaccio} + M\lambda_{ghiaccio} + Q_{H_2O} = 0$$

ove $Q_{Cu} = mc_{Cu}(T_f - T_{Cu})$ è la quantità di calore persa dal rame nel raffreddamento $Q_{H_2O} = Mc_{H_2O}(T_f - T_{cong})$ quella acquistata dall'acqua dopo la fusione e $Q_{ghiaccio} = Mc_{ghiaccio}(T_{cong} - T_0)$ la quantità di calore assorbita dal ghiaccio fino alla temperatura di fusione.

Sostituendo:

$$mc_{Cu}(T_f - T_{Cu}) + Mc_{ghiaccio}(T_{cong} - T_0) + M\lambda_{ghiaccio} + Mc_{H_2O}(T_f - T_{cong}) + Mc_{ghiaccio}(T_{cong} - T_0) + M\lambda_{ghiaccio} = 0$$

da cui:

$$m = \frac{Mc_{H_2O}(T_f - T_{cong}) + M\lambda_{ghiaccio} + Mc_{ghiaccio}(T_{cong} - T_0)}{c_{Cu}(T_{Cu} - T_f)}$$

$m = 20,81 \text{ kg}$ Nel secondo caso:

$$Q_{Cu} + Mc_{ghiaccio}((T_{cong} - T_0) + M\lambda_{ghiaccio} + Q_{H_2O} + M\lambda_{ev} + Mc_{vap}(T_f - T_{eb}) = 0$$

ove $Q_{H_2O} = Mc_{H_2O}(T_{eb} - T_{cong}) = Q_{H_2O} = 100Mc_{H_2O}$. Dunque:

$$mc_{Cu}(T_f - T_{Cu}) + M(100c_{H_2O} + \lambda_{ev} + \lambda_{ghiaccio}) = 0$$

quindi:

$$m = M \left(\frac{100c_{H_2O} + \lambda_{ev} + \lambda_{ghiaccio} + c_{ghiaccio}(T_{cong} - T_i) + c_{vap}(T_f - T_{eb})}{c_{Cu}(T_{Cu} - T_f)} \right)$$

$m = 111,79 \text{ kg}$.

Soluzione Versione n. 1
Soluzione Versione n. 4

Soluzione Versione n. 2
Soluzione Versione n. 5

Soluzione Versione n. 3