

| | | |
|--|---------------------------|---------------------------------------|
| Prima prova intercorso di Fisica Generale 1 per Ingegneria Edile (N41) 11 novembre 2019 | Prof. Fabio Garufi | Firma leggibile dello studente |
| Cognome: | Nome: | Matricola: |

ESERCIZIO 1. Un blocco di 250 N deve essere fatto muovere su un pavimento scabro a velocità costante. Il coefficiente di attrito dinamico è $\mu_d = 0.2$. Viene applicata una forza lungo una direzione che forma un angolo di $\vartheta = 45^\circ$ con l'orizzontale. a) Quanto vale la forza se si spinge verso il blocco?

b) Quanto vale invece se si tira?

Soluzione: Se la velocità è costante, a regime la componente orizzontale della forza traente deve eguagliare la forza d'attito:

$$F \cos \vartheta = \mu(mg \pm F \sin \vartheta)$$

valendo il segno + quando si spinge e - quando si tira. Dunque:

$$F = \frac{\mu mg}{\cos \vartheta \pm \mu \sin \vartheta}$$

$$\begin{cases} F_+ = 58,93 \text{ Tiro} \\ F_- = 88,39 \text{ Spingo} \end{cases}$$

| |
|----------------|
| |
| <i>7 punti</i> |

ESERCIZIO 2. Una ruota, inizialmente in quiete, può ruotare intorno ad un asse in presenza di un attrito che è schematizzabile con un momento frenante costante M_f .

Alla ruota viene applicato un momento motore $M_m = 31 \text{ N m}$ per un tempo $t_1 = 20 \text{ s}$ ed alla fine di questa fase di accelerazione la velocità angolare vale $\omega_f = 66 \text{ rad/s}$. A questo istante si elimina il momento motore e si osserva che la ruota si ferma in un tempo $t_2 = 116 \text{ s}$. Avendo impostato le equazioni del moto nelle due fasi, determinare:

| |
|----------|
| |
| 10 punti |

1. il momento d'inerzia I della ruota rispetto all'asse di rotazione;
2. il momento della forza di attrito M_f .

Soluzione: Applichiamo la legge di Newton per i moti rotatori alle due fasi del moto e la legge dell'accelerazione angolare:

$$\begin{aligned}\omega_f &= \dot{\omega}_1 t_1 \\ 0 &= \omega_f - \dot{\omega}_2 t_2 \\ M_m - M_f &= I \dot{\omega}_1 \\ M_f &= I \dot{\omega}_2\end{aligned}$$

da cui: $\dot{\omega}_1 = \frac{\omega_f}{t_1}$ $\dot{\omega}_2 = \frac{\omega_f}{t_2}$ e, risolvendo rispetto a I ed M_f :

$$\begin{aligned}I &= \frac{M_m}{\omega_f} \frac{t_1 t_2}{t_1 + t_2} &= 8,01 \text{ kg m}^2 \\ M_f &= M_m \frac{t_1}{t_1 + t_2} &= 4,56 \text{ N m}\end{aligned}$$

| | | |
|--|---------------------------|---------------------------------------|
| Prima prova intercorso di Fisica Generale 1 per Ingegneria Edile (N41) 11 novembre 2019 | Prof. Fabio Garufi | Firma leggibile dello studente |
| Cognome: | Nome: | Matricola: |

ESERCIZIO 1.

Due barche partecipano ad una regata partendo al tempo t_0 dallo stesso porto. La prima si dirige a Nord percorrendo $N = 30$ miglia marine alla velocità di $v_N = 8$ nodi e quindi $E = 29$ miglia verso Est alla velocità di $v_E = 18$ nodi, finché giunge alla prima boa. La seconda punta direttamente alla boa con una velocità di $v_{Bt} = 13$ nodi. Sapendo che un miglio marino è pari a 1852 m e che un nodo è pari ad un miglio all'ora, calcolare:

| |
|--------------|
| |
| <i>punti</i> |

1. La distanza (in km) fra la boa ed il punto di partenza;
2. Il tempo (in h) impiegato dalla prima barca a raggiungere la boa;
3. Il tempo (in h) impiegato dalla seconda barca a raggiungere la boa;
4. l'angolo ϑ , espresso in gradi, tra la velocità della seconda barca v_B e la direzione che indica il Nord.

Soluzione: Prendendo un sistema di riferimento in con x che punta ad est e y che punta a nord, la distanza percorsa è il modulo del vettore spostamento $d = \sqrt{N^2 + E^2} = 77,28$ km

Il tempo impiegato per ciascuna tratta è: $t_N = N/v_N$ e $t_E = E/v_E$, il tempo totale della prima barca è dato dalla somma $t_N + t_E = 5,36$ h. Il tempo che la seconda barca impiega è $d/v_{Bt} = 3,21$ h. L'angolo tra la velocità della seconda barca rispetto al nord è $\vartheta = \arctan\left(\frac{E}{N}\right) = 44,03^\circ$

ESERCIZIO 2. Una sfera omogenea di massa $m = 85$ kg e raggio $R = 3$ m può ruotare liberamente rispetto ad un asse verticale ad essa tangente. Determinare:

1. il momento d'inerzia della sfera rispetto all'asse di rotazione;

2. se si applica alla sfera inizialmente ferma, una forza sul punto diametralmente opposto al punto in cui tange l'asse di rotazione, quanto vale la sua intensità affinché la sfera ruoti di $\vartheta = 90$ gradi in $t = 2$ secondi?

| |
|----------|
| 10 punti |
|----------|

Soluzione: Il momento di inerzia della sfera rispetto all'asse passante per il centro di massa vale $I_c = \frac{2}{5}mR^2$, dunque, per il teorema di Huygens-Steiner:

$$I = I_c + md^2 = \frac{2}{5}mR^2 + mR^2 = \frac{7}{5}mR^2 = 1071$$

$$\begin{cases} F \cdot 2R = I\dot{\omega} \\ \frac{1}{2}\dot{\omega}t^2 = \vartheta \end{cases}$$

Dalla seconda:

$$\dot{\omega} = \frac{2\vartheta}{t^2}$$

e sostituendo nella prima:

$$F = \frac{I\vartheta}{Rt^2} = 140,19 \text{ N}$$

| | | |
|--|---------------------------|---------------------------------------|
| Prima prova intercorso di Fisica Generale 1 per Ingegneria Edile (N41) 11 novembre 2019 | Prof. Fabio Garufi | Firma leggibile dello studente |
| Cognome: | Nome: | Matricola: |

ESERCIZIO 1. Un elicottero, che vola ad un'altezza $h = 28$ m velocità orizzontale $v_x = 31$ m/s, deve lanciare un pacco di aiuti su un carrello che viaggia con velocità $v_{0x} = 17$ m/s. Il carrello ha massa $m_c = 264$ Kg e il pacco ha massa $m_p = 36$ Kg. Trascurando la resistenza dell'aria, supponendo che il carrello proceda senza attrito e che il pacco atterri sul carrello e quindi viaggi insieme al carrello calcolare:

| |
|-----------------|
| |
| <i>10 punti</i> |

1. L'angolo sotto cui il pilota dell'elicottero deve vedere il carrello affinché il pacco cada sul carrello
2. La velocità del carrello dopo che il pacco è atterrato
3. La differenza di energia cinetica tra (immediatamente) prima e dopo l'atterraggio

Soluzione: Nel sistema di riferimento del carrello, la velocità dell'elicottero è $v_{rx} = 14$. Il tempo che il pacco impiega per raggiungere il suolo è $t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$ in questo tempo, il pacco percorre una distanza orizzontale: $\ell = v_{rx}t = v_{rx}\sqrt{\frac{2h}{g}}$, dunque l'angolo di vista sarà: $\vartheta = \arctan \frac{\ell}{h} = 0.87$ rad.
La velocità del carrello si ricava dalla conservazione della quantità di moto nella direzione orizzontale: $m_cv_{0x} + m_pv_x = (m_c + m_p)v$, dunque:

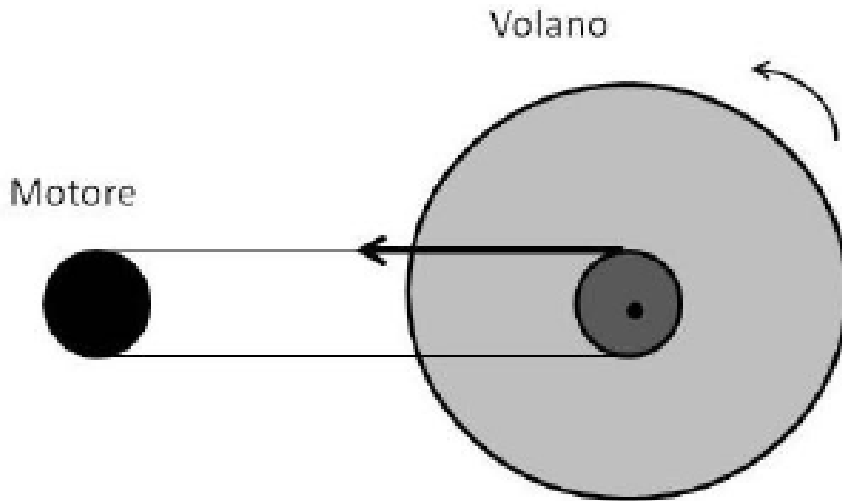
$$v = \frac{m_cv_{0x} + m_pv_x}{m_c + m_p} = 18.68 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

L'energia cinetica del pacco subito prima di atterrare è $K_p = \frac{1}{2}m_p(v_x^2 + 2gh) = 27186.48$ J e quella del carrello è $K_c = \frac{1}{2}m_cv_{0x}^2 = 38148$ J. L'energia cinetica finale è $K_f = \frac{1}{2}(m_c + m_p)v^2 = \frac{(m_cv_{0x} + m_pv_x)^2}{m_c + m_p} = 52341.36$ J quindi la differenza tra prima e dopo l'atterraggio è $K_p + K_c - K_f = 12993,12$ J.

ESERCIZIO 2. Un motore elettrico fa girare un volano mediante una puleggia come in figura. Il volano è un cilindro omogeneo di diametro $d = 1 \text{ m}$ e massa $m = 9 \text{ kg}$ che ruota intorno al suo asse. La puleggia alla quale è connessa la fascia elastica ha massa trascurabile e diametro $d_{in} = 20 \text{ cm}$. Partendo da fermo il volano raggiunge, con accelerazione costante, la velocità angolare di $\omega = 8 \text{ rad/s}$ dopo avere effettuato $N = 7$ giri; e la tensione nel punto più alto della fascia è $T_{sup} = 100 \text{ N}$. Determinare:

| |
|--------------|
| |
| <i>punti</i> |

1. L'accelerazione angolare del moto;
2. Il valore della tensione nel punto più basso della fascia T_{inf}



Soluzione: Le equazioni del moto del volano ci dicono che:

$$\frac{1}{2}\dot{\omega}t^2 = 2\pi N$$

$$\dot{\omega}t = \omega$$

da cui, ricavando t dalla seconda e sostituendo nella prima:

$$\dot{\omega} = \frac{\omega^2}{4\pi N} = 0.73 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-2}$$

Il momento delle forze che mettono il corpo in rotazione è:

$$M = r_{int}(T_{sup} - T_{inf}) = I\dot{\omega} = \frac{1}{2}mR^2\dot{\omega}$$

da cui:

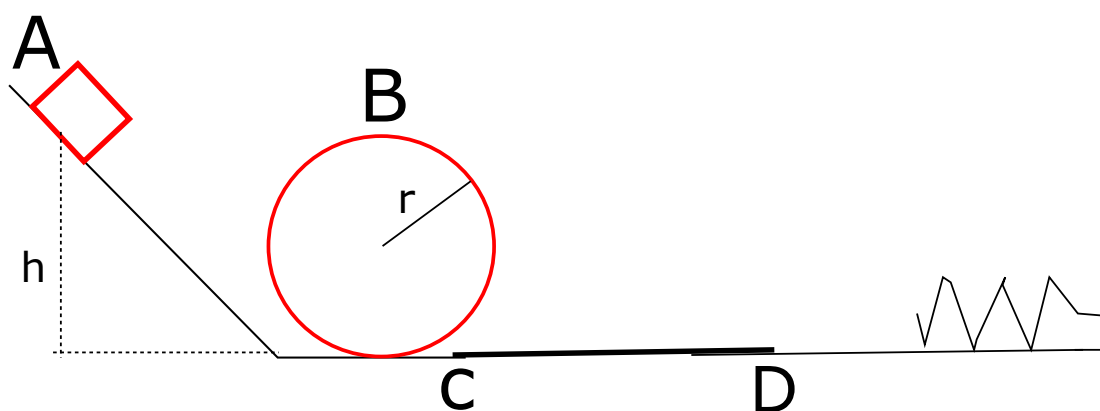
$$T_{inf} = T_{sup} - \frac{mR^2\dot{\omega}}{r_{int}} = 83,58 \text{ N}$$

| | | |
|--|---------------------------|---------------------------------------|
| Prima prova intercorso di Fisica Generale 1 per Ingegneria Edile (N41) 11 novembre 2019 | Prof. Fabio Garufi | Firma leggibile dello studente |
| Cognome: | Nome: | Matricola: |

ESERCIZIO 1. Un corpo di massa $m = 2 \text{ kg}$ viene posto su una guida liscia inclinata con un angolo $\alpha = 60^\circ$ rispetto all'orizzontale. Il corpo, inizialmente a velocità nulla, viene lasciato libero ad un'altezza $h = 7 \text{ m}$ dal suolo. La guida, raggiunto il piano orizzontale, si raccorda con una guida circolare di raggio $r = 1.75 \text{ m}$ e poi con un piano orizzontale scabro lungo $d = 5 \text{ m}$ e con attrito dinamico $\mu_d = 0.2$, che prosegue liscio per altri 15 m . Alla fine del tratto liscio c'è una molla, di lunghezza a riposo $\ell_0 = 0.8 \text{ m}$ e costante elastica $K = 1362 \text{ N/m}$.

| |
|----------|
| |
| 10 punti |

1. Calcolare la velocità con cui il corpo raggiunge la quota massima B nella guida circolare;
2. calcolare la reazione della guida nel punto B;
3. calcolare la compressione massima della molla;
4. determinare se, dopo essere stato respinto dalla molla, il corpo raggiunge nuovamente il piano inclinato.



Soluzione: $v_0 = \sqrt{2gh} = 11.72$ è la velocità iniziale prima della guida circolare. La velocità lineare nel punto B, la calcoliamo con la conservazione dell'energia: $1/2(mv_0^2 - v_B^2) = mg \cdot 2r$; dunque: $v_B = \sqrt{v_0^2 - 4gr} = 8.29$ e dunque l'accelerazione centripeta $a = v_B^2/r = v_0^2/r - 4g = 39.24$. Detta F_v la reazione vincolare, sarà $ma = mg + F_v$ e dunque $F_v = m(a - g) = 58.86 \text{ N}$.

La velocità con cui il corpo raggiunge il tratto scabro è la stessa che ha alla base del piano inclinato: $v_C^2 = 2gh$ e quella che avrà nel punto D si ricava dal teorema dell'energia: $1/2mv_C^2 = 1/2mv_D^2 + \mu_dgd$ dunque: $1/2v_D^2 = 1/2v_C^2 - \mu_dgd = g(h - \mu_d d)$; $v_D = 10.85$ Questa sarà anche la velocità con cui raggiunge la molla. Dunque dalla conservazione dell'energia: $1/2mv_D^2 = 1/2K\Delta x^2$ ci dà: $\Delta x = \sqrt{mv_D^2/K} = 0.42$

Siccome la molla esercita una forza conservativa, la velocità con cui il corpo torna al punto D è la stessa con cui ci era arrivato. Affinché il corpo ritorni alla base del piano inclinato, questi deve raggiungere la guida circolare con una velocità tale che l'accelerazione centripeta in B sia maggiore di g , quindi $v_B'^2 = v_C'^2 - 4gr > gr$ $v_C' = v_f > \sqrt{5gr}$. Dunque $v_f = \sqrt{v_D^2 - 2\mu_dgd} > \sqrt{5gr}$, quindi: $v_D^2 > g(5r + 2\mu_d d) = 105.46$ e $v_D^2 = 117.72$

ESERCIZIO 2. Un cilindro omogeneo di massa $m = 5$ kg e raggio $r = 10$ cm, ruota con velocità angolare ω_0 attorno ad un asse parallelo all'asse del cilindro e posto ad una distanza $d = r/2$ da questo. Applicando un momento costante $M = 7.5$ N m, il cilindro si ferma in un tempo $t_0 = 3$ s. Calcolare:

| |
|----------|
| |
| 10 punti |

1. la velocità angolare ω_0 del cilindro;
2. dopo quanto tempo acquista una velocità angolare uguale ed opposta a quella iniziale;
3. dopo quanti giri a partire dall'inizio ciò avverrà.

Soluzione:

$$M = I\dot{\omega} = I\frac{\omega_0}{t_0}$$

essendo $I = \frac{1}{2}mr^2 + md^2 = \frac{3}{4}mr^2$ dunque:

$$\omega_0 = \frac{Mt_0}{I} = \frac{4Mt_0}{3mr^2} = 600 \text{ rad s}^{-1}$$

Il momento applicato è costante, quindi per raggiungere la velocità uguale ed opposta all'iniziale ci vogliono t_0 secondi da quando si ferma. Per trovare il numero di giri bisogna risolvere l'equazione del moto:

$$\omega_0 t + \frac{1}{2}\dot{\omega}t^2 = \alpha = 2N\pi$$

essendo N il numero di giri e $t = 2t_0$. Dunque

$$N = \frac{2\omega_0 t_0(1 + 1/(2t_0) \cdot 2t_0)}{2\pi} = \frac{4\omega_0 t_0}{2\pi} = 1146$$

Soluzione Versione n. 1
Soluzione Versione n. 4

Soluzione Versione n. 2

Soluzione Versione n. 3