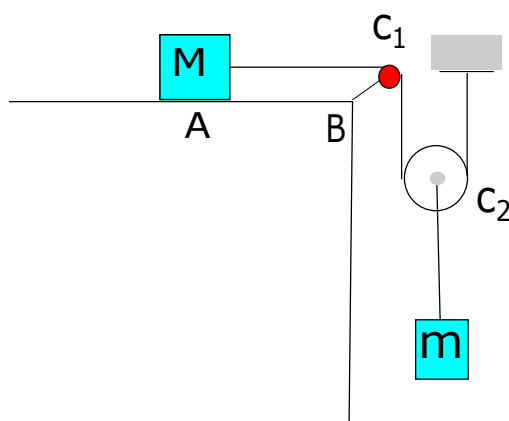


Scritto di Fisica Generale 1 per Ingegneria Edile (N41) 15 febbraio 2018	Prof. Fabio Garufi	Firma leggibile dello studente
Cognome:	Nome:	Matricola:

ESERCIZIO 1. Un blocco di massa $M = 65 \text{ g}$ è posto su un piano orizzontale e fissato ad un sostegno attraverso una fune inestensibile e di massa trascurabile. La fune passa prima su una carrucola fissa C_1 e poi su una seconda carrucola mobile C_2 , entrambe senza attrito e massa trascurabile. A C_2 è appeso un corpo di massa m . Il piano AB è lungo $l = 35 \text{ cm}$ ed ha un coefficiente d'attrito $\mu = 0.6$. Determinare il valore di m perché il blocco, inizialmente fermo in A, arrivi in B con velocità $v = 1 \text{ ms}^{-1}$.

10 punti



Soluzione: L'equazione fondamentale della dinamica per la massa m , con l'asse verticale rivolto verso l'alto, e la massa M con l'asse orizzontale orientato verso ds si scrive:

$$2T - mg = ma$$

$$T - F_A = Ma$$

$$F_A = \mu g M$$

Dalla prima: $T = \frac{m(g-a)}{2}$ e, sostituendo nella seconda), $2(Ma + F_A) = m(g - a)$ da cui:

$$a = g \frac{m - 2\mu M}{2M + m} \quad (1)$$

Il blocco si muove con accelerazione costante partendo da fermo, dunque:

$$v^2 = 2al = 2gl \frac{m - 2\mu M}{2M + m}$$

Invertendo, possiamo trovare m in funzione di v^2 e successivamente porre $v^2 = 1 \text{ m}^2\text{s}^{-2} = 10^4 \text{ cm}^2\text{s}^{-2}$:

$$m = 2M \frac{v^2 + 2\mu gl}{2gl - v^2} = 113,45$$

ESERCIZIO 2. Una gru è costituita da un'asta verticale AC (albero) di lunghezza $L = 4$ m, rigidamente fissata al terreno e da un'asta (braccio) AB di lunghezza $H = 9$ m, incernierata alla base A dell'albero. Il braccio è tenuto inclinato di un angolo $\alpha = 45^\circ$ rispetto all'albero da una fune CB inestensibile e di massa trascurabile ed alla sua estremità è appeso un carico di peso $p = 336$ kg. Calcolare:

10 punti

1. la tensione della fune
2. la lunghezza ℓ della fune
3. la forza di compressione S esercitata lungo il braccio AB supposto di peso trascurabile

Soluzione: Siccome il sistema è fermo, la somma delle forze applicate al punto B deve essere nulla. Le forze in B sono: la forza peso p , la compressione S e la tensione T del tirante. Il triangolo formato da queste tre forze è simile al triangolo ABC, perché ha tutti i lati paralleli a questo, dunque valgono le proporzioni:

$$\frac{T}{AB} = \frac{p}{AC} \rightarrow T = p \frac{BC}{AC}$$

$$\frac{S}{AB} = \frac{p}{AC} \rightarrow T = p \frac{AB}{AC} = 756 \text{ N}$$

Per trovare BC, sfruttiamo la proprietà che $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$, dunque elevando al quadrato entrambi i membri:

$$\overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 - 2\overline{AB} \overline{AC} \cos \alpha$$

quindi:

$$\ell^2 = L^2 + H^2 - 2LH \cos \alpha = 46.1$$

e dunque

$$\ell = 6.79 \text{ m}$$

e, infine:

$$T = 570,36 \text{ N}$$

ESERCIZIO 3. Un cilindro rigido posto orizzontalmente è chiuso all'estremità da un pistone che si può muovere liberamente senza attrito. Il cilindro è riempito da una mole di gas perfetto monoatomico in equilibrio con la pressione esterna di un'atmosfera ad una temperatura di $T_i = 21\text{ }^{\circ}\text{C}$. Il pistone viene bloccato ed al gas viene fornita una quantità di calore pari a $Q = 2016\text{ J}$. Tolto il blocco del pistone il gas subisce un'espansione che nel piano V-P è rappresentata con un segmento di retta, ed il sistema raggiunge un nuovo stato di equilibrio a temperatura $T_f = 133\text{ }^{\circ}\text{C}$ e pressione $P_f = \frac{7}{8}P_1$ dove P_1 è la pressione dopo il riscaldamento.

10 punti

a) Si determini la variazione di energia interna del gas durante l'espansione.

b) Si trovi il lavoro fatto dal gas.

Soluzione: Possiamo ricavare la temperatura raggiunta durante la trasformazione a volume costante in cui $Q = nc_v\Delta T$ e quindi: $\Delta T = \frac{Q}{nc_v}$. Il gas è monoatomico, dunque $c_v = \frac{3}{2}R$. In definitiva,

$$T_1 = T + \Delta T = 455.82\text{ K}$$

La variazione di energia interna nella trasformazione irreversibile è data da;

$$\Delta U = nc_v(T_f - T_1) = -619,31\text{ J}$$

Il volume finale dopo l'espansione è:

$$V_f = \frac{nRT_f}{P_f}$$

La pressione dopo l'isocora è

$$P_1 = \frac{nRT_1}{V_i}$$

Il lavoro svolto sarà dato dall'area del parallelogramma nel piano V-P, avente per basi le pressioni P_1 e P_i ed altezza ΔV .

$$L = \frac{1}{2}(P_i + P_1)(V_f - V_i)$$

Scritto di Fisica Generale 1 per Ingegneria Edile (N41) 15 febbraio 2018	Prof. Fabio Garufi	Firma leggibile dello studente
Cognome:	Nome:	Matricola:

ESERCIZIO 1. Su un piano inclinato avente angolo di inclinazione $\alpha = 45^\circ$, un corpo di massa $m = 8 \text{ kg}$ è trattenuto in quiete mediante una fune disposta parallelamente al piano nella direzione di massima pendenza. Determinare:

1. la forza che la fune esercita sul corpo se il piano è liscio ;
2. se invece il piano è scabro con coefficiente di attrito statico $\mu_s = 0.4$, il corpo rimarrebbe in quiete se la fune fosse tagliata? In caso negativo quanto vale la minima tensione necessaria per tenere in equilibrio il corpo?

10 punti

Soluzione:

$$\begin{cases} -T + mg \sin \alpha = 0 \\ N + mg \cos \alpha = 0 \end{cases}$$

da cui: $T = mg \sin \alpha$

Se c'è l'attrito, affinché il corpo resti fermo la forza d'attrito statico deve essere uguale alla forza lungo il piano inclinato: $mg\mu_s \cos \alpha = mg \sin \alpha$ dunque $\mu_s = \tan \alpha = 1 > 0.5$, dunque si muove.

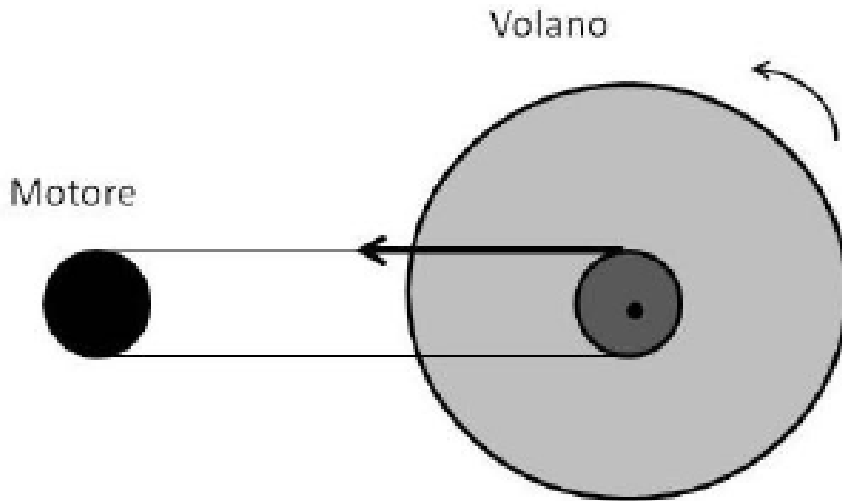
$$\begin{cases} -T + mg \sin \alpha - N\mu_s = 0 \\ N + mg \cos \alpha = 0 \end{cases}$$

Quindi la minima tensione da applicare è $T = mg(\sin \alpha - \mu_s \cos \alpha) = 33,29$

ESERCIZIO 2. Un motore elettrico fa girare un volano mediante una puleggia come in figura. Il volano è un cilindro omogeneo di diametro $d = 1 \text{ m}$ e massa $m = 13 \text{ kg}$ che ruota intorno al suo asse. La puleggia alla quale è connessa la fascia elastica ha massa trascurabile e diametro $d_{in} = 20 \text{ cm}$. Partendo da fermo il volano raggiunge, con accelerazione costante, la velocità angolare di $\omega = 10 \text{ rad/s}$ dopo avere effettuato $N = 4$ giri; e la tensione nel punto più alto della fascia è $T_{sup} = 100 \text{ N}$. Determinare:

<i>punti</i>

1. L'accelerazione angolare del moto;
2. Il valore della tensione nel punto più basso della fascia T_{inf}



Soluzione: Le equazioni del moto del volano ci dicono che:

$$\frac{1}{2}\dot{\omega}t^2 = 2\pi N$$

$$\dot{\omega}t = \omega$$

da cui, ricavando t dalla seconda e sostituendo nella prima:

$$\dot{\omega} = \frac{\omega^2}{4\pi N} = 1.99 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-2}$$

Il momento delle forze che mettono il corpo in rotazione è:

$$M = r_{int}(T_{sup} - T_{inf}) = I\dot{\omega} = \frac{1}{2}mR^2\dot{\omega}$$

da cui:

$$T_{inf} = T_{sup} - \frac{mR^2\dot{\omega}}{r_{int}} = 99,35 \text{ N}$$

ESERCIZIO 3. Un cilindro di ottone di sezione $S = 10 \text{ cm}^2$ contiene un volume $V_0 = 200 \text{ cm}^3$ di glicerina compresso da un pistone di massa trascurabile che è schiacciato da una forza $F = 507 \text{ N}$. Trascurando la dilatazione dell'ottone e scaldando il recipiente da $T_1 = 60^\circ\text{C}$ a $T_2 = 152^\circ\text{C}$, calcolare:

10 punti

1. l'aumento di volume della glicerina;
2. il lavoro compiuto dalla glicerina contro la forza F ;
3. la quantità di calore ΔQ assorbita dalla glicerina

sapendo che la densità della glicerina a 60°C è $\varrho = 1,26 \text{ g cm}^{-3}$ ed il suo calore specifico $c = 0,58 \text{ cal g}^{-1}^\circ\text{C}^{-1}$ e che il coefficiente di dilatazione termica della glicerina è $\gamma = 5,3 \cdot 10^{-4}^\circ\text{C}^{-1}$

Soluzione: Il volume finale è dato da

$$V = V_0(1 + \gamma\Delta T) = 209,75$$

dunque

$$\Delta V = V_0\gamma\Delta T = 9,75$$

L'aumento di volume è dato da $\Delta V = \Delta l \cdot S'$ dunque: $\Delta l = \Delta V/S = 0,98 \text{ cm}$, pertanto il lavoro compiuto contro la forza F è :

$$L = F \cdot \Delta l = 4,97 \text{ J}$$

La quantità di calore assorbita dalla glicerina è data da:

$$\Delta Q = mc\Delta T$$

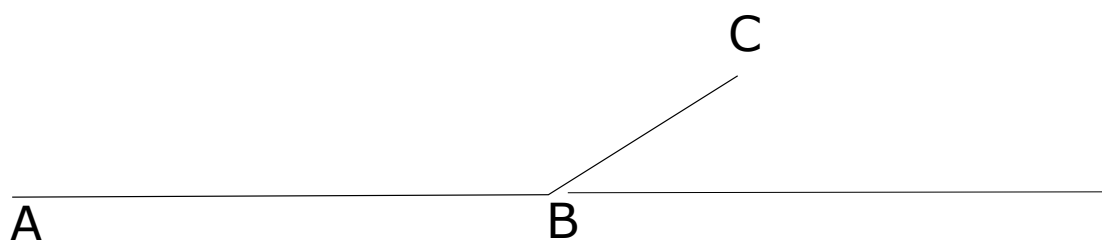
dove $m = \varrho V_0 = 252$; dunque $\Delta Q = 13\,447 \text{ J}$

Scritto di Fisica Generale 1 per Ingegneria Edile (N41) 15 febbraio 2018	Prof. Fabio Garufi	Firma leggibile dello studente
Cognome:	Nome:	Matricola:

ESERCIZIO 1. Un motociclista acrobatico esegue un salto dalla piattaforma, come in figura. Parte dal punto A con velocità zero ed accelerazione costante $a_1 = 4 \text{ m/s}^2$ fino al punto B, distante 50 m. Quindi sale la piattaforma BC, di lunghezza $BC = 8 \text{ m}$, con accelerazione costante $a_2 = 2 \text{ m/s}^2$ fino al punto C, dove stacca. L'angolo che la piattaforma forma con l'asse orizzontale è $\vartheta = 30^\circ$.

10 punti

1. Calcolare il modulo della velocità in B e della velocità di stacco in C
2. Calcolare la altezza della quota massima.
3. Calcolare la velocità del centro di massa immediatamente prima di toccare terra
4. Supponendo che quando tocca terra conservi la velocità del centro di massa e che quindi freni con accelerazione dipendente dal tempo $a_3 = -0.5t$, calcolare lo spazio di frenata.



Soluzione:

$$1. v_B = \sqrt{2a_1 \overline{AB}} = 20 \text{ m/s}^{-1};$$

$$\begin{cases} v_C = v_B + a_2 t \\ BC = v_B t + \frac{1}{2} a_2 t^2 \end{cases}$$

dalla prima: $t = (v_C - v_B)/a_2$ e sostituendo nella seconda: $2a_2 BC = v_B^2 - v_B^2$ e dunque: $v_C = \sqrt{v_B^2 + 2a_2 BC} = 20.78 \text{ m/s}^{-1}$

2. la quota massima è data dalla quota di stacco sommata alla quota relativa che si può calcolare con la conservazione dell'energia: $h = BC \sin \vartheta + (v_C \sin \vartheta)^2 / 2g = 9.5$
3. la velocità subito prima di toccare terra è un vettore nel piano xy che ha per componenti:

$$\begin{cases} v_x = v_C \cos \vartheta = 18 \\ v_y = \sqrt{2gh} = 13.65 \end{cases}$$

il modulo è $v_D = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = 22.59$.

ESERCIZIO 2. Un cilindro omogeneo di massa $m_c = 5 \text{ kg}$ e raggio r è appoggiato su un piano orizzontale. L'asse del cilindro è collegato ad una massa $m = 2 \text{ kg}$ libera di scendere lungo la verticale, tramite un filo inestensibile che scorre senza attrito su una puleggia P (le masse del filo e della puleggia sono trascurabili). Supponendo il sistema inizialmente in quiete, calcolare la velocità della massa m quando è discesa di un tratto $h = 3 \text{ m}$ sapendo che il cilindro rotola senza strisciare sul piano orizzontale e non vi sono attriti.

10 punti

Soluzione: Non essendoci attrito possiamo scrivere la legge della conservazione dell'energia quando la massa m è scesa di un tratto h :

$$\frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}m_cv_c^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 = mgh$$

ove $\omega = v_c/r$ ed $I = \frac{1}{2}m_cr^2$ è il momento di inerzia del cilindro. Sostituendo:

$$\frac{1}{2}\left(m + m_c + \frac{I}{r^2}\right)v^2 = mgh$$

da cui:

$$v = \sqrt{2gh\left(\frac{m}{m + \frac{3}{2}m_c}\right)} = 0,46 \text{ ms}^{-1}$$

ESERCIZIO 3. Due moli di gas perfetto monoatomico compiono un ciclo composto da una trasformazione isoterma tra lo stato 1 e lo stato 2, una trasformazione a volume costante (isocora) dallo stato 2 allo stato 3 ed una trasformazione adiabatica dallo stato 3 allo stato 1. Sapendo che: $V_1 = 16$ litri, $P_1 = 6$ Atm, $V_2 = 3V_1$; $P_3 = 0.6$ Atm, determinare:

10 punti

1. il lavoro compiuto dal ciclo;
2. la quantità di calore assorbita durante l'espansione isoterma
3. il rendimento del ciclo

Soluzione: Il lavoro è eseguito nelle trasformazioni isoterma e adiabatica:

$$L_1 = nRT_1 \ln \frac{V_2}{V_1} = nRT_1 \ln 3 = P_1 V_1 \ln 3 = 105.47 \text{ l Atm}$$

dove per calcolare T_1 abbiamo usato l'equazione di stato: $T_1 = P_1 V_1 / nR = 585,37$. Nella trasformazione adiabatica:

$$L_2 = -\Delta U = -nC_v(T_1 - T_3) = -\frac{3}{2}nR(T_1 - T_3) = -\frac{3}{2}(P_1 V_1 - P_3 V_2) = -100.8 \text{ l Atm}$$

Dove ancora, per trovare T_2 abbiamo usato l'equazione di stato: $T_3 = P_3 V_2 / nR = 175,61$. La quantità di calore assorbita durante la trasformazione isoterma è pari al lavoro eseguito nella trasformazione perché è nulla la variazione di energia interna. Dunque il rendimento sarà

$$\eta = \frac{L_{tot}}{Q_{ass}} = \frac{L_1 + L_2}{L_1}$$

