

ESERCIZIO 1. Un contenitore adiabatico contiene $M = 10 \text{ kg}$ di ghiaccio alla temperatura $T_0 = -20^\circ\text{C}$. Una massa m_{Cu} di rame alla temperatura $T_{Cu} = 883^\circ\text{C}$ viene introdotta nel contenitore. Determinare il valore della massa m_{Cu} nei due casi in cui nello stato finale ci siano:

10 punti

1. solo acqua e rame alla temperatura $T_f = 60^\circ\text{C}$

2. vapore e rame alla temperatura di equilibrio $T_f = 150^\circ\text{C}$

(Dati: $c_{H_2O} = 4,18 \text{ kJ}/(\text{kg K})$, $c_{ghiaccio} = 2,09 \text{ kJ}/(\text{kg K})$, $\lambda_{ghiaccio} = 333 \text{ kJ/kg}$, $\lambda_{ev} = 2272 \text{ kJ/kg}$, $c_{Cu} = 0,385 \text{ kJ}/(\text{kg K})$, $c_{vap} = 0,85 \text{ kJ}/(\text{kg K})$)

Soluzione: Il contenitore non scambia calore con l'esterno, dunque la somma delle quantità di calore perso dal rame ed acquistato dall'acqua è 0, in entrambi i casi. Nel primo caso:

$$Q_{Cu} + Q_{ghiaccio} + M\lambda_{ghiaccio} + Q_{H_2O} = 0$$

ove $Q_{Cu} = mc_{Cu}(T_f - T_{Cu})$ è la quantità di calore persa dal rame nel raffreddamento $Q_{H_2O} = Mc_{H_2O}(T_f - T_{cong})$ quella acquistata dall'acqua dopo la fusione e $Q_{ghiaccio} = Mc_{ghiaccio}(T_{cong} - T_0)$ la quantità di calore assorbita dal ghiaccio fino alla temperatura di fusione.

Sostituendo:

$$mc_{Cu}(T_f - T_{Cu}) + Mc_{ghiaccio}(T_{cong} - T_0) + Mc_{H_2O}(T_f - T_{cong}) + Mc_{ghiaccio}(T_{cong} - T_0) + M\lambda_{ghiaccio} = 0$$

da cui:

$$m = \frac{Mc_{H_2O}(T_f - T_{cong}) + M\lambda_{ghiaccio} + Mc_{ghiaccio}(T_{cong} - T_0)}{c_{Cu}(T_{Cu} - T_f)}$$

$m = 19,74 \text{ kg}$ Nel secondo caso:

$$Q_{Cu} + Mc_{ghiaccio}((T_{cong} - T_0) + M\lambda_{ghiaccio} + Q_{H_2O} + M\lambda_{ev} + Mc_{vap}(T_f - T_{eb}) = 0$$

ove $Q_{H_2O} = Mc_{H_2O}(T_{eb} - T_{cong}) = Q_{H_2O} = 100Mc_{H_2O}$. Dunque:

$$mc_{Cu}(T_f - T_{Cu}) + M(100c_{H_2O} + \lambda_{ev} + \lambda_{ghiaccio}) = 0$$

quindi:

$$m = M \left(\frac{100c_{H_2O} + \lambda_{ev} + \lambda_{ghiaccio} + c_{ghiaccio}(T_{cong} - T_i) + c_{vap}(T_f - T_{eb})}{c_{Cu}(T_{Cu} - T_f)} \right)$$

$m = 110,11 \text{ kg}$.

ESERCIZIO 2. Un cilindro di ottone di sezione $S = 13 \text{ cm}^2$ contiene un volume $V_0 = 200 \text{ cm}^3$ di glicerina compresso da un pistone di massa trascurabile che è schiacciato da una forza $F = 593 \text{ N}$. Trascurando la dilatazione dell'ottone e scaldando il recipiente da $T_1 = 60^\circ\text{C}$ a $T_2 = 147^\circ\text{C}$, calcolare:

10 punti

1. l'aumento di volume della glicerina;
2. il lavoro compiuto dalla glicerina contro la forza F ;
3. la quantità di calore ΔQ assorbita dalla glicerina

sapendo che la densità della glicerina a 60°C è $\varrho = 1,26 \text{ g cm}^{-3}$ ed il suo calore specifico $c = 0,58 \text{ cal g}^{-1}^\circ\text{C}^{-1}$ e che il coefficiente di dilatazione termica di volume della glicerina è $\gamma = 5,3 \cdot 10^{-4}^\circ\text{C}^{-1}$

Soluzione: Il volume finale è dato da

$$V = V_0(1 + \gamma\Delta T) = 209,22 \text{ cm}^3$$

dunque

$$\Delta V = V_0\gamma\Delta T = 9,22 \text{ cm}^3$$

L'aumento di volume è dato da $\Delta V = \Delta l \cdot S'$ dunque: $\Delta l = \Delta V/S = 0,71 \text{ cm}$, pertanto il lavoro compiuto contro la forza F è :

$$L = F \cdot \Delta l = 4,21 \text{ J}$$

La quantità di calore assorbita dalla glicerina è data da:

$$\Delta Q = mc\Delta T$$

dove $m = \varrho V_0 = 252$; dunque $\Delta Q = 12\,716 \text{ J}$

ESERCIZIO 3. Un cilindro rigido posto orizzontalmente è chiuso all'estremità da un pistone che si può muovere liberamente senza attrito. Il cilindro è riempito da una mole di gas perfetto monoatomico in equilibrio con la pressione esterna di un'atmosfera ad una temperatura di $T_i = 35^\circ C$. Il pistone viene bloccato ed al gas viene fornita una quantità di calore pari a $Q = 2063 \text{ J}$. Tolto il blocco del pistone il gas subisce un'espansione che nel piano V-P è rappresentata con un segmento di retta, che lo porta ad un nuovo stato di equilibrio a temperatura $T_f = 138^\circ C$ e pressione $P_f = \frac{7}{8} P_i$ dove P_i è la pressione dopo il riscaldamento. Dopo aver disegnato le trasformazioni su un diagramma V-P:

a) Si determini la variazione di energia interna del gas durante l'espansione.

b) Si trovi il lavoro fatto dal gas.

Soluzione: Possiamo ricavare il volume iniziale dall'equazione di stato e la temperatura raggiunta durante la trasformazione a volume costante in cui $Q = nc_v \Delta T$ e quindi: $\Delta T = \frac{Q}{nc_v}$. Il gas è monoatomico, dunque $c_v = \frac{3}{2} R$. In definitiva,

$$V_i = \frac{nRT_i}{P_i} = 0.025 \text{ m}^3$$

$$T_1 = T + \Delta T = 473.58 \text{ K}$$

La variazione di energia interna nella trasformazione irreversibile è data da;

$$\Delta U = nc_v(T_f - T_1) = -778,44 \text{ J}$$

Il volume finale dopo l'espansione è:

$$V_f = \frac{nRT_f}{P_f}$$

La pressione dopo l'isocora è :

$$P_1 = \frac{nRT_1}{V_i} = 157,49 \text{ kPa} = 1,55 \text{ Atm}$$

Il lavoro svolto sarà dato dall'area del trapezio nel piano V-P, avente per basi le pressioni P_1 e P_i ed altezza ΔV .

$$L = \frac{1}{2}(P_i + P_1)(V_f - V_i)$$

10 punti

ESERCIZIO 4. Si riscalda, su un fornello a fuoco lento per un tempo Δt , una pentola contenente inizialmente 7 litri di acqua ed una quantità ignota di ghiaccio in equilibrio a $T_0 = 0^\circ C$. Durante la prima metà del tempo la temperatura rimane a $0^\circ C$ mentre nella seconda cresce linearmente fino a raggiungere $T_f = 22^\circ C$. Assumendo che la potenza fornita dal fornello resti costante, e trascurando le perdite e la capacità termica della pentola, determinare la massa iniziale del ghiaccio (si ricorda che $c_{H_2O} = 4.18 \text{ kJ}/(\text{kg K})$ e $\lambda_{fus} = 333 \text{ kJ/kg}$).

10 punti

Soluzione: $Q = P \cdot t$, inizialmente $P \cdot t/2 = \lambda_{fus} m_g$ e dopo: $P \cdot t/2 = (m_{H_2O} + m_g) c_{H_2O} (T - T_0)$. Sottraendo membro a membro:

$$\lambda_{fus} m_g - (m_{H_2O} + m_g) c_{H_2O} (T - T_0) = 0$$

da cui:

$$m_g = m_{H_2O} \frac{c_{H_2O} (T - T_0)}{\lambda_{fus} - c_{H_2O} (T - T_0)} = 2,67 \text{ kg}$$

ESERCIZIO 5. Una mole di gas perfetto biatomico è contenuta in un cilindro a pareti isolanti munito di un pistone mobile di sezione $S = 19 \text{ cm}^2$. Sul fondo del cilindro, una resistenza di volume trascurabile e di potenza $W = 21 \text{ W}$, viene alimentata per un tempo $t = 5' : 50''$, liberando una quantità E di energia sotto forma di calore. Sapendo che il gas occupa un volume iniziale di $V = 1 \text{ l}$ alla pressione $P = 2.2 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2$,

10 punti

1. calcolare la temperatura finale T_2 del gas, considerando l'espansione del gas isobara
2. l'innalzamento x_1 del pistone .

(fornire i risultati nelle unità del Sistema Internazionale)

Soluzione: Energia erogata: $Q = E = W \cdot t = 7350 \text{ J}$;

Primo principio della termodinamica: $Q = mc_p \Delta T$; $V_2 = V_1 + S \cdot x_1$; dall'equazione di stato: $PV_1 = nRT_1$; dunque $T_1 = PV_1/R = 264.74 \text{ K}$ Il gas è biatomico, dunque $mc_p = (7/2)nR$, sicché:

$$\Delta T = \frac{Q}{7/2R} = \frac{2Q}{7R} = 252.71$$

$$T_2 = T_1 + \Delta T = 517.45 \text{ K}$$

$$\Delta V = nR\Delta T/P \text{ dunque } x_1 = \Delta V/S = nR\Delta T/SP = 0,5 \text{ m}$$

ESERCIZIO 6. Un pallone aerostatico consiste in un involucro, che non consente scambi di calore con l'esterno, con pareti di massa totale trascurabile che possono deformarsi senza sforzo. Il pallone, fissato al suolo con una corda, viene riempito con $V_i = 3 \text{ m}^3$ di aria, a pressione atmosferica e alla temperatura ambiente di $T_i = 25^\circ\text{C}$. Dopo che il pallone è stato chiuso, l'aria viene riscaldata, fino a che la forza ascensionale esercitata sulla corda è di $F = 5 \text{ N}$. Sapendo che l'aria può essere assimilata ad un gas perfetto di densità $\varrho_0 = 1.3 \text{ Kg/m}^3$ (a $T = 25^\circ\text{C}$), calcolare:

10 punti

1. la pressione all'interno del pallone alla temperatura finale;
2. il volume del pallone alla temperatura finale.
3. la temperatura finale.

Soluzione: Dall'equazione di stato dei gas perfetti: $P_i V_i / T_i = P_f V_f / T_f$. Siccome il pallone si può deformare senza sforzo ed è in equilibrio con l'aria all'esterno, $P_i = P_f = 1 \text{ Atm}$ e dunque $V_f = V_i T_f / T_i$.

La forza ascensionale è determinata dall'espansione del gas che avrà, nello stato finale, una densità $\varrho_f = m / V_f$, ma la massa del gas non varia, dunque $m = \varrho_0 V_i$ e quindi: $\varrho_f = \varrho_0 V_i / V_f$. La forza ascensionale, dalla legge di galleggiamento è pari alla forza peso del palloncino meno il peso del volume d'aria spostato $F = mg - \varrho_0 V_f g = \varrho_0 V_i g - \varrho_0 V_f g = \varrho_0 g V_i (1 - V_f / V_i)$ e quindi:

$$\frac{F}{\varrho_0 g V_i} + 1 = \frac{V_f}{V_i} = \frac{T_f}{T_i}$$

e, di conseguenza, la temperatura finale sarà:

$$T_f = T_i \left(\frac{F}{\varrho_0 g V_i} + 1 \right) = 337.13 \text{ K}$$

e $V_f = V_i T_f / T_i = 3.39 \text{ m}^3$

ESERCIZIO 7. Due moli di gas perfetto monoatomico compiono un ciclo composto da una trasformazione isoterma tra lo stato 1 e lo stato 2, una trasformazione a volume costante (isocora) dallo stato 2 allo stato 3 ed una trasformazione adiabatica dallo stato 3 allo stato 1. Sapendo che: $V_1 = 15$ litri, $P_1 = 7$ Atm, $V_2 = 3V_1$; $P_3 = 1.12$ Atm, determinare:

10 punti

1. il lavoro compiuto dal ciclo;
2. la quantità di calore assorbita durante l'espansione isoterma
3. il rendimento del ciclo

Soluzione: Il lavoro è eseguito nelle trasformazioni isoterma e adiabatica:

$$L_1 = nRT_1 \ln \frac{V_2}{V_1} = nRT_1 \ln 3 = P_1 V_1 \ln 3 = 115.35 \text{ l Atm}$$

dove per calcolare T_1 abbiamo usato l'equazione di stato : $T_1 = P_1 V_1 / nR = 640,24 \text{ K}$. Nella trasformazione adiabatica:

$$L_2 = -\Delta U = -mc_v(T_1 - T_3) = -nC_v(T_1 - T_3) = -\frac{3}{2}nR(T_1 - T_3) = -\frac{3}{2}(P_1 V_1 - P_3 V_2) = -81.9 \text{ l Atm}$$

Dove ancora, per trovare T_2 abbiamo usato l'equazione di stato: $T_3 = P_3 V_2 / nR = 307,32 \text{ K}$. La quantità di calore assorbita durante la trasformazione isoterma è pari al lavoro eseguito nella trasformazione perché è nulla la variazione di energia interna. Dunque il rendimento sarà

$$\eta = \frac{L_{tot}}{Q_{ass}} = \frac{L_1 + L_2}{L_1} = 0,29$$

ESERCIZIO 8. Una mole di gas perfetto monoatomico, inizialmente alla temperatura $T_1 = 27\text{ }^{\circ}\text{C}$, compie una trasformazione adiabatica reversibile che ne raddoppia il volume. Determinare:

1. la variazione di temperatura del gas;
2. il lavoro ottenuto durante la trasformazione.

8 punti

Soluzione: Sfruttiamo l'equazione che lega la temperatura al volume per le adiabatiche: $TV^{\gamma-1} = \text{cost}$ essendo $\gamma = 5/3$ perché il gas è monoatomico:

$$T_2 = T_1 \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} = T_1 \left(\frac{1}{2} \right)^{\gamma-1}$$

dunque

$$\Delta T = T_1 \left(\left(\frac{1}{2} \right)^{\gamma-1} - 1 \right) = -111.07\text{ K}$$

Il lavoro in una trasformazione adiabatica è

$$L = -\Delta U = -nc_v\Delta T = -\frac{3}{2}R\Delta T = 1384,49\text{ J}$$

ESERCIZIO 9. In un thermos ideale si mescolano del vapore acqueo a $100^{\circ}C$ e del ghiaccio fondente a $0^{\circ}C$. Determinare la composizione e temperatura dello stato finale se inizialmente ci sono :

1. 10 g di vapore e 54 g di ghiaccio;

2. 4 g di vapore e 54 g di ghiaccio.

10 punti

Si ricordano i calori latenti dell'acqua nei rispettivi processi: $\lambda_{ev} = 2260 \text{ kJ/kg}$, $\lambda_{fus} = 333 \text{ kJ/kg}$ e $C_{H_2O} = 4,18 \text{ kJ/(kg} \cdot K)$

Soluzione: Il calore che serve a fondere tutto il ghiaccio è: $Q_{tot} = m_g \lambda_{fus} = 17.98$. Il calore massimo ceduto dal vapore nel primo caso è $Q_{max} = m_v \lambda_{ev} + m_v C_{H_2O} (T_v - T_g) = 26,78 > 17.98$, dunque la composizione sarà sola acqua alla temperatura:

$$\frac{m_v \lambda_{ev} - m_g \lambda_{fus} + m_v C_{H_2O} T_v + m_g C_{H_2O} T_g}{C_{H_2O} (m_v + m_g)} = 305.89 \text{ K}$$

Nel secondo caso: $Q_{max} = m_v \lambda_{ev} + m_v C_{H_2O} (T_v - T_g) = 10.71 \text{ kJ} < 17.98$ dunque la composizione è acqua e ghiaccio. La massa di ghiaccio che si è trasformata in acqua è data da: $Q_{max} = \lambda_{fus} m_{H_2O}$ dunque $m_{H_2O} = Q_{max} / \lambda_{fus} = 32,16 \text{ g}$ che va aggiunta alla massa di vapore che si è interamente trasformata in acqua.

ESERCIZIO 10. Un cilindro rigido posto orizzontalmente è chiuso ad un'estremità da un pistone che può muoversi liberamente senza attrito. il cilindro è riempito da una mole di gas perfetto monoatomico in equilibrio con la pressione esterna di 1 Atm, alla temperatura $T_A = 23^\circ C$. Il pistone viene bloccato ed al gas viene fornita una quantità di calore $Q = 1952 \text{ J}$. Sia B il nuovo stato di equilibrio del gas. Tolto il blocco dal pistone, il gas si espande irreversibilmente con perdita di calore verso l'esterno e raggiunge un nuovo stato di equilibrio C, alla temperatura $T_C = 190^\circ C$. Per la trasformazione BC, calcolare

10 punti

1. La variazione di energia interna
2. il lavoro compiuto dal gas
3. il calore ceduto

Soluzione: Determiniamo la temperatura dello stato B: $Q = nc_v \Delta T$ dunque $\Delta T = Q/(nc_v)$. il gas è monoatomico, dunque $c_v = 3/2R$, sicché: $\Delta T = 156.52 \text{ K}$ e quindi $T_B = 179.52^\circ C$. La variazione di energia interna tra gli stati B e C vale:

$$\Delta U_{BC} = nc_v(T_C - T_B) = 130.7 \text{ J}$$

e non dipende dalla trasformazione perché è una funzione di stato.

L'espansione avviene contro la pressione esterna costante, dunque, $L_{BC} = P_{ext}(V_C - V_B)$.

$$V_B = V_A = \frac{nRT_A}{P_A} = 0.024 \text{ m}^3$$

$$V_C = \frac{nRT_C}{P_C} = 0.038 \text{ m}^3$$

Comunque, sostituendo, visto che $P_C = P_A = P_{ext}$: $L_{BC} = nR(T_C - T_A) = 1387.77 \text{ J}$

La quantità di calore ceduta si ricava dal primo principio: $Q = \Delta U_{BC} + L_{BC} = 1518,47 \text{ J}$

ESERCIZIO 11. Si vuole realizzare un dispositivo capace di comprimere $V = 341 \text{ m}^3$ di aria da una a $P_f = 11$ atmosfere in un intervallo di tempo di un'ora. Approssimando la trasformazione come un'isoterma reversibile e considerando l'aria come un gas perfetto, valutare la potenza meccanica necessaria per il compressore

10 punti

Soluzione: La trasformazione è isoterma, dunque $PV = \text{cost} = nRT_0$, dunque: $PdV + VdP = 0$. Il lavoro compiuto sul gas dal compressore è:

$$L = -PdV = VdP = nRT_0 \int_{P_f}^{P_i} \frac{dP}{P} = P_0 V_0 \ln \frac{P_f}{P_i} = 82831.22 \text{ kJ}$$

La potenza del compressore è data da $dW = \frac{dL}{dt}$: $W = L/t = 23,01 \text{ kW}$

ESERCIZIO 12. Una mole di gas perfetto monoatomico esegue un ciclo ABCA nel quale la trasformazione AB è una isocora, BC è un'adiabatica reversibile e CA una isobara. Nel punto B la pressione vale $P_B = 10\text{bar}$ ed il volume $V_B = 2\text{ l}$, ed in C il volume è $V_C = 4V_B$. Disegnare il ciclo nel piano VP e determinare:

<i>punti</i>

1. le temperature T_B , T_C e T_A ;
2. le quantità di calore scambiate dal gas ed il rendimento del ciclo.

Soluzione: $T_B = P_B V_B / R = 243.9\text{K}$, le altre variabili le calcoliamo con l'equazione dell'adiabatica $TV^{\gamma-1} = \text{cost}$ con $\gamma = 5/3$

$$T_B V_B^{\gamma-1} = T_C V_C^{\gamma-1} \rightarrow T_C = T_B \left(\frac{V_B}{V_C} \right)^{2/3} = 96,79\text{ K}$$

$$T_A = P_A V_A / R = P_C V_B / R = (T_C R / V_C)(V_B / R) = T_C (V_B / V_C) = T_C / 4 = 24.2\text{K}$$

Nella trasformazione AB si acquista calore $Q_{AB} = c_v(T_B - T_A) = 3/2R(T_B - T_A) = 2738.56\text{J}$;

Nella trasformazione CA si cede calore $Q_{CA} = c_p(T_A - T_C) = 5/2R(T_A - T_C) = -1508.06\text{J}$;

La trasformazione adiabatica non scambia calore. Il rendimento è $\eta = (Q_{AB} + Q_{AC})/Q_{AB} = 0,45$

ESERCIZIO 13. Un solido di massa $m = 0.12$ g, calore specifico medio $c = 0.38$ kJ/(kg · K), inizialmente alla temperatura $T_1 = 1174$ K è introdotto in un cilindro, a pareti rigide e adiabatiche, contenente $n = 3.5$ moli di gas perfetto biatomico alla temperatura di $T_2 = 587$ K. Il volume del solido e le sue variazioni con la temperatura sono trascurabili rispetto al volume del gas. Determinare:

<i>punti</i>

1. la temperatura finale di equilibrio del sistema;
2. la variazione di energia interna del sistema gas più solido;
3. la variazione di entropia del gas, del solido

Soluzione: La trasformazione è a volume costante, quindi il calore assorbito dal gas sarà a volume costante: $Q_G = nc_v(T_f - T_2) = n\frac{5}{2}R(T_f - T_2)$ e la quantità di calore ceduta dal solido è $Q_s = mc(T_1 - T_f)$. Siccome non c'è scambio di calore con l'esterno queste dovranno essere uguali. Dunque: $n\frac{5}{2}R(T_f - T_2) = -mc(T_f - T_1)$ da cui,

$$T_f = \frac{5nRT_2 + 2 * mcT_1}{5nR + 2mc} = 587.37 \text{ K}$$

Il sistema è adiabatico, quindi $\Delta U = 0$.

$$\Delta S_G = \int_{T_2}^{T_f} dQ/T = nc_v \ln \frac{T_f}{T_2} = 0,09 \text{ K}$$

$$\Delta S_s = mc \ln \frac{T_f}{T_1} = -0,03 \text{ K}$$

ESERCIZIO 14. In un recipiente adiabatico contenente $m_g = 231\text{g}$ di ghiaccio a $T_0 = 0^\circ\text{C}$ si introducono $m_v = 57.75\text{ g}$ di vapore acqueo a $T_1 = 100^\circ\text{C}$. Conoscendo i calori latenti di fusione ed evaporazione, rispettivamente $\lambda_g = 333\text{kJ/kg}$ e $\lambda_v = 2257\text{kJ/kg}$, ed il calore specifico dell'acqua $c = 4.18\text{kJ/(kg} \cdot \text{K)}$ determinare la composizione finale del sistema e la sua temperatura finale T_F

<i>punti</i>

Soluzione: Il calore che può cedere il vapore è $Q_v = m_v\lambda_v = 135.42\text{ kJ}$ mentre per fondere tutto il ghiaccio e portarlo alla temperatura del vapore servirebbero $Q_g = m_g\lambda_g + m_g c(T_1 - T_0) = 172.73\text{ kJ}$. Dunque, quando tutto il vapore è tornato allo stato liquido, l'acqua è ad una temperatura inferiore a T_1

$$-m_v\lambda_v + m_v c(T_F - T_1) + m_g\lambda_g + m_g c(T_F - T_0) = 0$$

da cui

$$T_F = \frac{m_v\lambda_v - m_g\lambda_g + m_v c T_1 + m_g c T_0}{c(m_g + m_v)} = 342.38\text{ K}$$

ESERCIZIO 15. Una macchina termica ipotetica opera con un ciclo costituito da due isobare e due isocore. Il fluido operante è costituito da 1 kmole di gas perfetto monoatomico. Se il volume minimo e il volume massimo sono rispettivamente $V_{min} = 28 \text{ m}^3$ e $V_{max} = 112 \text{ m}^3$ e la pressione minima e la pressione massima sono rispettivamente $P_{min} = 1 \text{ atm}$ e $P_{max} = 4 \text{ atm}$, determinare:

<i>punti</i>

1. il rendimento della macchina
2. la temperatura minima e la temperatura massima raggiunta dal gas nel ciclo,
3. il rendimento di una macchina di Carnot operante tra queste due temperature.

(Suggerimento: disegnate il ciclo prima di iniziare il calcolo).

Soluzione: Il rendimento è dato dal rapporto tra il lavoro eseguito e la quantità di calore assorbita. Il lavoro è l'area del rettangolo: $L = (P_{max} - P_{min})(V_{max} - V_{min}) = 252000 \text{ l} \cdot \text{atm}$. Il calore viene assorbito nella prima isobara e nella prima isocora: $Q_1 = nc_p \Delta T = nc_p P_1 \Delta V / nR = 5/2 P_{max} (V_{max} - V_{min}) = 840000 \text{ l} \cdot \text{atm}$; $Q_2 = nc_v \Delta T = nc_v V_{max} \Delta P / nR = 3/2 V_{min} (P_{max} - P_{min}) = 126000 \text{ l} \cdot \text{atm}$. Da cui

$$\eta = \frac{L}{Q_1 + Q_2} = 0.26$$

Le temperature estreme si hanno per $T_{min} = P_{min} V_{min} / nR = 341.46 \text{ K}$ e $T_{max} = P_{max} V_{max} / nR = 5463.41 \text{ K}$. Il rendimento della macchina di Carnot dipende solo dalle temperature estreme

$$\eta_c = 1 - \frac{T_{min}}{T_{max}} = 0.94$$

ESERCIZIO 16. Una massa di ossigeno O_2 alla temperatura di $T_i = 75^\circ C$ è contenuta in un cilindro munito di pistone mobile con attrito trascurabile ed è in equilibrio con la pressione atmosferica esterna. Il volume iniziale è di $V_i = 4$ litri. Al gas viene sottratta una quantità di calore pari a $Q = 44 \text{ cal}$ a pressione costante. Determinare:

10 punti

1. Il volume e la temperatura finale del gas
2. Il lavoro compiuto e la variazione di energie interna

(Si consiglia di riportare le unità nel SI)

Soluzione: $Q = nc_p \Delta T$ ove c_p è il calore specifico molare del gas che essendo biatomico vale $c_p = 7/2R$. Dunque $\Delta T = (T_f - T_i) = Q/(nc_p) = 2Q/(7nR)$

$$Q = \frac{7}{2} nR \Delta T$$

$$P \Delta V = nR \Delta T$$

dividendo membro a membro:

$$\Delta V = \frac{2Q}{7P} = -\frac{2 \cdot 44 \cdot 4.186 \text{ J}}{7 \cdot 1.013 \cdot 10^5 \text{ Pa}} = -0.0005 \text{ m}^3$$

e $V_f = 3,5 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$.

Dalla seconda, $\Delta T = P \Delta V / nR$; dall'equazione di stato nello stato iniziale: $P_i V_i = nR T_i$, dunque $nR = P_i V_i / (R T_i)$, quindi:

$$(T_f - T_i) = \frac{P \Delta V}{P_i V_i} T_i$$

da cui:

$$T_f = T_i \left(\frac{P}{P_i} \frac{\Delta V}{V_i} + 1 \right) = 304,64 \text{ K}$$

$$\Delta U = nC_v \Delta T = 5/2 nR \Delta T = 5/2 * P_i V_i \Delta T / T_i \text{ e } L = Q - \Delta U.$$

ESERCIZIO 17. Una pentola a pressione, di volume $V = 15$ litri, è riempita di ossigeno O_2 a pressione atmosferica e a temperatura di $T_i = 28^\circ C$, e poi chiusa. La pentola è quindi posta a contatto di una sorgente di calore, in modo da ricevere $Q = 470$ J di energia termica, con una trasformazione irreversibile.

Trascurando la dilatazione termica della pentola ed usando l'approssimazione di gas perfetto, si calcoli:

<i>punti</i>

1. la variazione di energia interna del gas;
2. la temperatura finale e la pressione finale del gas;
3. la variazione di entropia del gas.

Soluzione: La pentola a pressione non cambia volume, dunque la trasformazione irreversibile è a volume costante, dunque il lavoro è nullo e la quantità di calore è pari alla variazione di energia interna: $\Delta U = Q$ Il numero di moli del gas è dato dalla legge dei gas perfetti:

$$n = \frac{P_i V_i}{RT_i} = 0.61 \text{ mol}$$

La variazione di energia interna è $\Delta U = nc_v \Delta T$ da cui si trova la temperatura finale

$$T_f = T_i + \frac{Q}{nc_v} = 338.25 \text{ K}$$

essendo $C_v = \frac{5}{2}R$ perché il gas è biatomico.

$$P_f = \frac{nRT_f}{V} = 1,13 \text{ atm}$$

La variazione di entropia dipende solo dagli stati estremi della trasformazione e vale

$$\Delta S = nc_v \ln \left(\frac{T_f}{T_i} \right) = 1,47 \text{ J/K}$$

ESERCIZIO 18. Una certa quantità di ossigeno O_2 alla temperatura $T_0 = 337$ K è contenuta in un cilindro con pistone di massa trascurabile in equilibrio con la pressione atmosferica. Il suo volume iniziale è $V_0 = 5$ ℓ . Al gas viene sottratta lentamente una quantità di calore $Q = 33$ cal.

<i>punti</i>

1. Calcolare il volume e la temperatura finale;
2. Calcolare il lavoro compiuto e la variazione di energia interna

Soluzione: La quantità di calore sottratta sarà data da $Q = nc_p\Delta T$ con $c_p = 7/2R$ perché il gas è biatomico. D'altra parte $n = P_0V_0/RT_0 = 0.18$ moli; Dunque

$$\Delta T = \frac{-Q}{nc_p} = \frac{-2Q}{7nR} = -26.36$$

da cui $T_f = T_0 + \Delta T = 310.64$. Il volume finale è dato da $V_f = nRT_f/P_0 = 4.59$ ℓ .
La variazione di energia interna è $\Delta U = nc_v\Delta T = 5/2nR\Delta T = -23.57$ cal ed il lavoro è $L = Q - \Delta U$

ESERCIZIO 19. Tre moli di un gas ideale biatomico si trovano inizialmente in equilibrio nello stato A. Tramite una espansione isobara reversibile, il gas si porta nello stato di equilibrio B. Successivamente, tramite una trasformazione adiabatica irreversibile in cui il gas varia la sua energia interna di $\Delta U_{BC} = -2650 \text{ J}$, il gas si porta nello stato C. Infine, per mezzo di una trasformazione isoterma reversibile in cui scambia con l'ambiente un calore $Q_{CA} = -3669 \text{ J}$, il gas ritorna nello stato A. Sapendo che il rapporto tra i volumi occupati dal gas negli stati A e C è $V_A/V_C = 0.2$, determinare:

<i>punti</i>

1. il valore T_B della temperatura del gas in B;
2. il diagramma del ciclo nel piano (V-P) di Clapeyron;
3. il rendimento η del ciclo;

Soluzione: La trasformazione CA a temperatura costante del gas perfetto non ha associata alcuna variazione di energia interna. Quindi abbiamo che

$$Q_{CA} = L_{CA} = nRT_C \ln(V_A/V_C)$$

Segue: $T_C = T_A = Q_{CA}/(nR \ln(V_A/V_C)) = 91.44 \text{ K}$

La trasformazione adiabatica irreversibile è caratterizzata da $Q_{BC} = 0$ e $\Delta U_{BC} = nc_v(T_B - T_C)$, essendo $c_v = 5/2$ perché il gas è biatomico. Dunque $T_B = T_C - [\Delta U_{BC}/(nc_v)] = 133.96 \text{ K}$

Per calcolare il rendimento deduciamo il calore assorbito $Q_{AB} = nc_P(T_B - T_A) = 3710.08 \text{ J}$. Per quel che riguarda il lavoro eseguito: $L = L_{AB} + L_{BC} + L_{CA}$;

$$\begin{cases} L_{AB} = nR(T_B - T_A) = 1060.02 \\ L_{BC} = -\Delta U_{BC} = 2650 \\ L_{CA} = Q_{CA} = -3669 \end{cases}$$

$$\eta = L/Q_{AB} = 0,01$$

ESERCIZIO 20. Una mole di un gas perfetto, inizialmente nello stato A ($T_A = 252$ K), compie una trasformazione isoterma fino a raddoppiare il proprio volume, una trasformazione isocora che lo porta ad una temperatura T_C , ed infine una adiabatica che lo riporta in uno stato finale F in cui il volume è uguale a quello iniziale. Se lo stato finale coincide con quello iniziale:

<i>punti</i>

1. disegnare le trasformazioni nel piano di Clapeyron
2. quale sarà la temperatura T_C quando il gas è monoatomico e quale se biatomico.
3. In questa condizione (stato F = stato A) calcolare il rendimento del ciclo risultante nei due casi.

Soluzione: Lungo l'adiabatica: $T_C V_C^{\gamma-1} = T_A V_A^{\gamma-1}$, ovvero:

$$\frac{T_A}{T_C} = \left(\frac{V_C}{V_A} \right)^{\gamma-1} = 2^{\gamma-1}$$

Dunque, se il gas è monoatomico, $T_C = T_A \cdot 2^{1-\gamma} = 158.75$ K, altrimenti $T_C = 190.98$ K

Per calcolare il rendimento, consideriamo che nell'adiabatica CA non si scambia calore, nella isocora BC si cede il calore: $Q_{BC} = n c_v (T_C - T_B) = n c_v (T_C - T_A)$ e nell'isoterma si acquista il calore: $Q_{AB} = L_{AB} = n R T_A \ln V_B / V_A = n R T_A \ln 2$.

$$\eta = 1 + \frac{Q_{BC}}{Q_{AB}} = 1 + \frac{(2N+1)(T_C - T_A)}{2T_A \ln 2}$$

dove N è il numero di atomi che compongono la molecola. Quindi, $\eta_{mono} = 0.33$ e $\eta_{bi} = 0.27$.

ESERCIZIO 21. Un gas perfetto biatomico si espande liberamente raddoppiando il suo volume da uno stato A di equilibrio ($T_A = 322$ K e $P_A = 2.00$ atm) fino allo stato B. Il gas poi subisce una compressione adiabatica irreversibile (nella quale viene compiuto il lavoro $|L_{BC}| = 84977$ J) e raggiunge un nuovo stato C con $P_C = 15P_A$ e $T_C = 1344.59$ K. Successivamente, il gas viene compresso in modo irreversibile, rimanendo in contatto termico con una sorgente di calore a temperatura T_C con la quale scambia una quantità di calore pari a $Q_{CD} = -110$ kJ, fino a un nuovo stato di equilibrio D. Infine una trasformazione adiabatica reversibile riporta il gas nello suo stato iniziale A.

<i>punti</i>

1. determinare i parametri degli stati A, B, C, D
2. calcolare il lavoro scambiato nel ciclo ABCDA e valutare il COP ($COP = |Q_{ass}|/|L_{tot}|$) se il ciclo è frigorifero o l'efficienza in caso contrario.

Soluzione: Per ricavare i parametri di stato è necessario ricavare prima il numero di moli. Il lavoro nella trasformazione adiabatica BC è dato da $L_{BC} = nc_v(T_C - T_B)$ dunque: $n = |L_{BC}/c_v(T_C - T_B)| = 4$ mol;

- Stato A: $P_A = 2$ atm; $T_A = 322$ K; $V_A = nRT_A/P_A = 52.83 \cdot 10^{-3} m^3$
- stato B: $V_B = 2V_A = 105,66 \cdot 10^{-3} m^3$; $P_B = P_A/2 = 1$ atm; $T_B = T_A$ perché AB è una espansione libera e la temperatura non cambia ($\Delta U = 0$).
- stato C: $T_C = L_{BC} = T_A + L_{BC}/(nc_v) = 1344.59$ K; $P_C = 15 \cdot P_A = 30$ atm; $V_C = nRT_C/P_C = 14.71 \cdot 10^{-3} m^3$
- Stato D: $T_D = T_C$. La trasf. DA è un'adiabatica reversibile, dunque: $T_A V_A^{\gamma-1} = T_D V_D^{\gamma-1}$ per cui: $V_D = V_A(T_A/T_C)^{1/(\gamma-1)} = 1.48 \cdot 10^{-3} m^3$, avendo posto $\gamma = 7/5$ perché il gas è biatomico.

Il calore viene scambiato solo nella trasf. isoterma CD, perché le altre sono un'espansione libera e due adiabatiche. Quindi $Q_{Tot} = Q_{CD} = -110$ kJ. Questa quantità è anche pari al lavoro eseguito. Dunque si tratta di un ciclo frigorifero di efficienza $COP = Q_{ass}/L = 0$

ESERCIZIO 22. Una mole di gas perfetto biatomico, che si trova inizialmente alla pressione P_A e volume $V_A = 1.3 \cdot 10^{-2} m^3$, si espande irreversibilmente, in condizioni adiabatiche contro la pressione atmosferica esterna $P_0 = 1.013 \cdot 10^5 Pa$, fino a raggiungere l'equilibrio ad un volume $V_B = 2.4 \cdot 10^{-2} m^3$. Il gas raggiunge poi lo stato C di equilibrio mediante una trasformazione isoterma reversibile durante la quale cede la quantità di calore di modulo $|Q_{BC}| = 6790 J$. Una generica trasformazione reversibile CA, nella quale il gas compie il lavoro $L_{CA} = 6500 J$, lo riporta allo stato iniziale A. Calcolare:

<i>punti</i>

1. le temperature T_A e T_B
2. il volume V_C
3. la quantità di calore scambiata durante la trasformazione CA

Soluzione: Il punto B è in equilibrio con la pressione atmosferica P_0 e dall'equazione di stato: $T_B = P_0 V_B / nR = 292.56 K$. In AB non c'è scambio di calore e la pressione esterna è costante, dunque: $L_{AB} = -\Delta U_{AB} = 1114.3 J$.

$L_{AB} = P_0(V_B - V_A) = -nc_v(T_B - T_A)$ Dunque $T_A = T_B + P_0(V_B - V_A)/nc_v = 346.2 K$.

Nella trasformazione BC, $L_{BC} = Q_{BC}$. $L_{BC} = nRT_B \ln(V_C/V_B)$. La quantità di calore è ceduta, quindi ha segno negativo: $Q_{BC} = -6790 J$ dunque:

$$V_C = V_B e^{\frac{Q_{BC}}{nRT_B}} = 15 \cdot 10^{-2} m^3$$

La quantità di calore totale scambiata è: $Q_{tot} = Q_{AB} + Q_{BC} + Q_{CA} = Q_{BC} + Q_{CA}$ e sarà uguale al lavoro eseguito, perché in un ciclo $\Delta U = 0$. Dunque: $Q_{CA} = L_{tot} - Q_{BC} = L_{AB} + L_{BC} + L_{CA} - Q_{BC}$ ma $L_{BC} = Q_{BC}$ quindi: $Q_{CA} = L_{AB} + L_{CA} = 7614,3 J$

ESERCIZIO 23. Due moli di un gas perfetto monoatomico hanno la pressione iniziale $P_1 = 3$ atm e il volume iniziale $V_1 = 3$ l. Al gas viene fatto percorrere il seguente ciclo quasistatico (reversibile): viene fatto espandere isotermicamente finché il suo volume non è diventato $V_2 = 6$ l, poi viene riscaldato a volume costante fino ad avere la stessa pressione iniziale e poi viene compresso a pressione costante fino a tornare allo stato iniziale.

<i>punti</i>

1. Si rappresenti questo ciclo su un diagramma PV.
2. Si calcolino il calore fornito al gas e il lavoro compiuto dal gas durante ogni parte del ciclo.
3. Si trovino le temperature T_1 , T_2 e T_3 .

Soluzione: Nell'isoterma: $P_1 V_1 = P_2 V_2$, $T_1 = P_1 V_1 / nR = 54.88$ K ed il lavoro è $L_{12} = nRT_1 \cdot \ln \frac{V_2}{V_1} = P_1 V_1 \cdot \ln \frac{V_2}{V_1} = 6.24$ l atm e la quantità di calore è pari al lavoro.

A volume costante il lavoro è nullo e $P_2/P_3 = T_2/T_3$ ma $P_3 = P_1$ e $T_2 = T_1$ dunque, $P_2/P_1 = T_1/T_3$, e quindi: $T_3 = 2T_1 = 109,76$ K. $Q_{23} = nc_v \Delta T = 13,5$ l atm.

Nella isobara, $L = P_1 \Delta V = P_1(V_3 - V_1)$ ma $V_3 = V_2$ dunque: $L = 9$, $Q_{31} = nc_p \Delta T = 22,5$ l atm.

ESERCIZIO 24. Un vaso Dewar di rame di massa $m_d = 145 \text{ g}$ contiene $m_{H_2O} = 200 \text{ g}$ di acqua, entrambi sono inizialmente alla temperatura di $T_i = 17^\circ\text{C}$. Un cilindro di rame di massa $m_{Cu} = 253 \text{ g}$ molto caldo viene immerso nell'acqua, facendola bollire e $m_v = 6 \text{ g}$ di acqua evaporano. La temperatura finale vale 100°C , determinare:

10 punti

1. Le quantità di calore cedute all'acqua ed al vaso;
2. La temperatura iniziale del cilindro

Si ricordano il calore latente dell'acqua nel processo di evaporazione $\lambda_{eva} = 2260 \text{ kJ/kg}$ ed i calori specifici $c_{H_2O} = 4,18 \text{ kJ/kg}$ e $c_{Cu} = 0,39 \text{ kJ/(kg} \cdot \text{K)}$

Soluzione: Sia T_c la temperatura iniziale del cilindro e T_f quella finale di tutto il sistema. Utilizzando i calori specifici di rame ed acqua ed il calore latente di evaporazione dell'acqua, possiamo scrivere le quantità di calore assorbite dal vaso e dall'acqua:

$$Q_{H_2O} = m_{H_2O}c_{H_2O}(T_f - T_i) + m_v\lambda_{eva} = 82.95$$

$$Q_d = m_dc_{Cu}(T_f - T_i) = 4.69$$

La somma di questi calori assorbiti è ceduta dal cilindro di rame:

$$-Q_{Cu} = -m_{Cu}c_{Cu}(T_f - T_c) = Q_{H_2O} + Q_d$$

da cui

$$T_c = T_f + \frac{Q_{H_2O} + Q_d}{m_{Cu}c_{Cu}} = 988,21^\circ\text{C}$$

ESERCIZIO 25. In un cilindro adiabatico di sezione $S = 784 \text{ cm}^2$ può scorrere senza attrito un pistone di massa trascurabile. Nel cilindro sono sistemate 2 moli di un gas perfetto monoatomico e piccole quantità di acqua e ghiaccio. Inizialmente sul pistone è posta una massa $m = 44 \text{ kg}$ ed il sistema è all'equilibrio termodinamico. Ad un certo istante la massa viene rimossa ed il sistema raggiunge un nuovo stato di equilibrio (espansione libera) in cui sono ancora presenti acqua e ghiaccio. Calcolare la quantità di acqua che si solidifica durante la trasformazione (trascurare il volume occupato da acqua e ghiaccio).

($\lambda = 335 \text{ kJ/kg}$; $1 \text{ atm} = 101352 \text{ N/m}^2$)

Soluzione: Il sistema esegue una espansione irreversibile in cui la temperatura iniziale e finale sono quella di fusione del ghiaccio: $T_0 = 273.16 \text{ K}$, dunque la variazione di energia interna è nulla. Il Lavoro compiuto dal sistema sarà pari alla quantità di calore sottratta.

Lo stato iniziale sarà a pressione $P_i = P_{atm} + mg/S$ dunque occupa un volume $V_i = nRT_0/P_i = 0.0425 \text{ m}^3$. La trasformazione avviene alla pressione atmosferica fino ad un volume: $V_f = nRT_0/P_{atm} = 0.0448$. Dunque il lavoro compiuto dal sistema sarà $L = P_{atm}(V_f - V_i) = 233.11 \text{ J}$, pari alla quantità di calore sottratta, che, essendo la temperatura costante andrà tutta a congelare l'acqua: $L = m_g \lambda$; quindi, $m = L/\lambda = 0,696 \text{ g}$

<i>punti</i>

ESERCIZIO 26. Un gas biatomico compie un ciclo di Ericsson ABCDA formato dalle isobare AB a pressione P_1 e CD a pressione P_2 e dalle isoterme BC alla temperatura $T_1 = 407K$ e DA alla temperatura $T_2 = 324K$. Sapendo che il rapporto fra le pressioni è $P_1/P_2 = 4$ calcolare il rendimento del ciclo.

Soluzione: Il rendimento è dato da: $\eta = \frac{Q_{Ass} - |Q_{ced}|}{Q_{Ass}}$.

Il calore è assorbito nelle trasformazioni AB e BC, e ceduto nelle altre due.

$$\begin{cases} Q_{AB} = nc_P(T_1 - T_2) = \frac{7}{2}nR(T_1 - T_2) \\ Q_{BC} = nRT_1 \ln\left(\frac{P_1}{P_2}\right) \\ Q_{CD} = -nc_P(T_1 - T_2) = -\frac{7}{2}nR(T_1 - T_2) \\ Q_{DA} = -nRT_2 \ln\left(\frac{P_1}{P_2}\right) \end{cases}$$

Dunque

$$\eta = \frac{T_1 \ln\left(\frac{P_1}{P_2}\right)}{T_1 \ln\left(\frac{P_1}{P_2}\right) + \frac{7}{2}(T_1 - T_2)} = 0.66$$

<i>punti</i>

ESERCIZIO 27. In un cilindro rigido adiabatico dotato di un pistone di massa trascurabile e superficie $A = 0.024 \text{ m}^2$ libero di scorrere e pieno d'aria a temperatura ambiente $T_0 = 300 \text{ K}$, viene posto un cilindretto di rame di massa $m = 49 \text{ g}$ a temperatura $T_c = 113^\circ \text{ C}$. Il sistema raggiunge l'equilibrio termico alla temperatura di $T_f = 46^\circ \text{ C}$ ed il pistone si alza di $h = 4.52 \text{ cm}$. Calcolare la variazione di energia interna dell'aria sapendo che il calore specifico del rame è $c = 385 \text{ J/(Kg} \cdot \text{K)}$.

<i>punti</i>

Soluzione: Il calore ceduto dal cilindretto di rame è $Q = mc\Delta T = -1263.96 \text{ J}$ uguale e contrario al calore Q_a assorbito dall'aria. Il lavoro compiuto dall'aria è contro la pressione atmosferica, quindi: $L = P_{atm}\Delta V = P_{atm}Ah = 109.89 \text{ J}$ e, dal primo principio: $\Delta U = Q_a - L = 1154.07 \text{ J}$

ESERCIZIO 28. Un forno solare consiste di uno specchio riflettente curvo, che focalizza la luce del sole sull'oggetto da riscaldare. L'intensità della radiazione solare nel posto dov'è situato il forno è di $W = 654 \text{ W/m}^2$ e la superficie dello specchio è di $S = 1 \text{ m}^2$. Assumendo che il 40% dell'energia incidente sullo specchio sia trasformata in energia termica, quanto tempo è necessario per vaporizzare mezzo litro d'acqua, inizialmente a $T_0 = 20^\circ\text{C}$. (Il calore latente di vaporizzazione dell'acqua è di $\lambda_e = 2.26 \text{ MJ/Kg}$ ed il suo calore specifico è 4.186 KJ/(Kg K))

<i>punti</i>

Soluzione: La potenza disponibile per riscaldare è $P = 0.4 * W * S$; la quantità di calore necessaria a far evaporare l'acqua è quella che serve a portarla a temperatura di ebollizione + quella che serve a farla evaporare: $Q = mc * (T_e - T_0) + m\lambda_e$, da cui : $W = Q/t$ e quindi $t = Q/W = 4959,63 \text{ s}$

ESERCIZIO 29.

Calcolare la quantità di ghiaccio che viene sciolta in un'ora da una macchina di Carnot di potenza $P = 4W$ e rendimento $\eta = 0.5$ che usa del ghiaccio fondente come sorgente a temperatura più bassa. Quanto vale la temperatura superiore? ($\lambda_{fus} = 333kJ/kg$)

<i>punti</i>

Soluzione: Il lavoro compiuto dalla macchina è $L = Pt = 14400 J$ ed il rendimento è $\eta = L/Q_{ass}$. Dunque $Q_{ass} = L/\eta = 28800 J$. Il calore necessario a fondere l'acqua è il calore ceduto e $L = Q_{ass} - |Q_{ced}|$; dunque $|Q_{ced}| = Q_{ass} - L = 14400$ e questo va tutto a sciogliere il ghiaccio: $Q_{ced} = m\lambda_{fus}$. Dunque $m = Q_{ced}/\lambda_{fus} = 0.04 kg$

Il rendimento di un macchina di Carnot dipende solo dalle temperature secondo la $\eta = 1 - T_{inf}/T_{sup}$ dunque, essendo $T_{inf} = 273.16K$, $T_{sup}(1 - \eta) = T_{inf}$ e quindi: $T_{sup} = T_{inf}/(1 - \eta) = 546.32 K$.