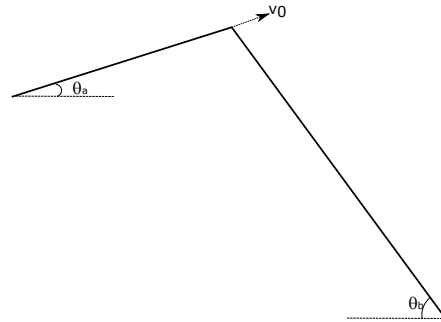


Scritto di Fisica Generale per Ingegneria Edile (N41) 25 luglio 2023	Prof. Fabio Garufi	Firma leggibile dello studente
Cognome:	Nome:	Matricola:

ESERCIZIO 1. Uno sciatore compie un salto da una rampa inclinata di $\vartheta_a = 12^\circ$ rispetto all'orizzontale per poi ricadere su un piano inclinato di $\vartheta = 45^\circ$. Sapendo che lo sciatore lascia la rampa con una velocità in modulo pari a $v_0 = 11 \text{ m/s}$ e trascurando la resistenza dell'aria, calcolare a che distanza dal punto di lancio lo sciatore atterra sul piano inclinato e le componenti della velocità nel punto di atterraggio.

<i>punti</i>



Soluzione: Fissando l'origine nel punto di stacco:

$$\begin{cases} x = v_0 \cos \vartheta_a t \\ y = v_0 \sin \vartheta_a t - 1/2 g t^2 \end{cases}$$

da cui, ricavando t dalla prima e sostituendo nella seconda

$$y = x \tan \vartheta_a - \frac{g x^2}{2 \cos^2 \vartheta_a v_0^2}$$

che, messa a sistema con l'equazione del piano inclinato $y = -x$, permette di ricavare l'ascissa del punto di contatto:

$$x_c = \frac{2 \cos^2 \vartheta_a (\tan \vartheta_a + 1) v_0^2}{g} = 28.62 \text{ m}$$

che equivale ad una distanza sul piano inclinato $d = x_c / \cos \vartheta_b = 40.47 \text{ m}$.

Le componenti della velocità, saranno:

$$\begin{cases} v_x = v_0 \cos \vartheta_a \\ v_y = v_0 \sin \vartheta_a - g t_c \end{cases}$$

dove t_c è il tempo a cui lo sciatore tocca il piano: dunque quando $x(t_c) = x_c$

$$v_0 \cos \vartheta_a t_c = x_c \Rightarrow t_c = \frac{x_c}{v_0 \cos \vartheta_a} = 2.66 \text{ s}$$

ESERCIZIO 2. Un cilindro omogeneo di massa $m = 6$ kg e raggio $r = 10$ cm, ruota con velocità angolare ω_0 attorno ad un asse parallelo all'asse del cilindro e posto ad una distanza $d = r/2$ da questo. Applicando un momento costante $M = 9$ N m, il cilindro si ferma in un tempo $t_0 = 3$ s. Calcolare:

10 punti

1. la velocità angolare ω_0 del cilindro;
2. dopo quanto tempo acquista una velocità angolare uguale ed opposta a quella iniziale;
3. dopo quanti giri a partire dall'inizio ciò avverrà.

Soluzione:

$$M = I\dot{\omega} = I\frac{\omega_0}{t_0}$$

essendo $I = \frac{1}{2}mr^2 + md^2 = \frac{3}{4}mr^2$ dunque:

$$\omega_0 = \frac{Mt_0}{I} = \frac{4Mt_0}{3mr^2} = 600 \text{ rad s}^{-1}$$

Il momento applicato è costante, quindi per raggiungere la velocità uguale ed opposta all'iniziale ci vogliono t_0 secondi da quando si ferma. Per trovare il numero di giri bisogna risolvere l'equazione del moto:

$$\omega_0 t + \frac{1}{2}\dot{\omega}t^2 = \alpha = 2N\pi$$

essendo N il numero di giri e $t = 2t_0$. Dunque

$$N = \frac{2\omega_0 t_0(1 + 1/(2t_0) \cdot 2t_0)}{2\pi} = \frac{4\omega_0 t_0}{2\pi} = 1146$$

ESERCIZIO 3. Due moli di gas perfetto monoatomico compiono un ciclo composto da una trasformazione isoterma tra lo stato 1 e lo stato 2, una trasformazione a volume costante (isocora) dallo stato 2 allo stato 3 ed una trasformazione adiabatica dallo stato 3 allo stato 1. Sapendo che: $V_1 = 16$ litri, $P_1 = 7$ Atm, $V_2 = 3V_1$; $P_3 = 1.12$ Atm, determinare:

10 punti

1. il lavoro compiuto dal ciclo;
2. la quantità di calore assorbita durante l'espansione isoterma
3. il rendimento del ciclo

Soluzione: Il lavoro è eseguito nelle trasformazioni isoterma e adiabatica:

$$L_1 = nRT_1 \ln \frac{V_2}{V_1} = nRT_1 \ln 3 = P_1 V_1 \ln 3 = 123.04 \text{ l Atm}$$

dove per calcolare T_1 abbiamo usato l'equazione di stato : $T_1 = P_1 V_1 / nR = 682,93 \text{ K}$. Nella trasformazione adiabatica:

$$L_2 = -\Delta U = -nC_v(T_1 - T_3) = -\frac{3}{2}nR(T_1 - T_3) = -\frac{3}{2}(P_1 V_1 - P_3 V_2) = -87.36 \text{ l Atm}$$

Dove ancora, per trovare T_2 abbiamo usato l'equazione di stato: $T_3 = P_3 V_2 / nR = 327,8 \text{ K}$. La quantità di calore assorbita durante la trasformazione isoterma è pari al lavoro eseguito nella trasformazione perché è nulla la variazione di energia interna. Dunque il rendimento sarà

$$\eta = \frac{L_{tot}}{Q_{ass}} = \frac{L_1 + L_2}{L_1} = 0,29$$

