

Prima prova intercorso di Fisica Generale 1 per Ingegneria Edile (N41) 03 novembre 2021	Prof. Fabio Garufi	Firma leggibile dello studente
Cognome:	Nome:	Matricola:

ESERCIZIO 1. Un blocco di massa $M=1\text{kg}$ si muove di moto rettilineo sopra un piano orizzontale scabro di coefficiente di attrito dinamico $\mu = 0.5$. Nell'istante in cui blocco ha una velocità $V_0 = 3 \text{ m/s}$, esso viene colpito da un proiettile, di massa $m = 8 \text{ g}$, che viaggia orizzontalmente nella stessa direzione e verso del blocco con una velocità $v = 99 \text{ m/s}$. Il proiettile, dopo l'impatto supposto istantaneo, rimane conficcato nel blocco, Determinare:

<i>7 punti</i>

1. la velocità del sistema blocco-proiettile subito dopo l'urto;
2. il tempo trascorso fra l'istante dell'urto e quello in cui il sistema si ferma;
3. la distanza percorsa dal sistema blocco-proiettile prima di fermarsi.

Soluzione: Applichiamo la conservazione della quantità di moto: $MV_0 + mv = (M + m)v_f$ da cui

$$v_f = \frac{MV_0 + mv}{M + m} = 3.76 \text{ ms}^{-1}$$

La forza d'attrito è $F_a = \mu(m + M)g$ ed è l'unica ad agire nella direzione opposta al moto. Dunque: $(m + M)a = \mu(m + M)g$, sicché $a = \mu g$ e visto che il corpo si ferma al tempo t , sarà: $0 = v_f - at$ e dunque:

$$t = \frac{v_f}{a} = \frac{v_f}{\mu g} = 0.77 \text{ s}$$

Per l'ultima risposta possiamo usare l'equazione del moto uniformemente accelerato o il teorema dell'energia: $\frac{1}{2}(m + M)v_f^2 = \mu(m + M)gL$, dunque

$$L = \frac{v_f^2}{2\mu g} = 1.44 \text{ m}$$

ESERCIZIO 2. Una ruota, inizialmente in quiete, può ruotare intorno ad un asse in presenza di un attrito che è schematizzabile con un momento frenante costante M_f .

Alla ruota viene applicato un momento motore $M_m = 57 \text{ N m}$ per un tempo $t_1 = 20 \text{ s}$ ed alla fine di questa fase di accelerazione la velocità angolare vale $\omega_f = 70 \text{ rad/s}$. A questo istante si elimina il momento motore e si osserva che la ruota si ferma in un tempo $t_2 = 81 \text{ s}$. Avendo impostato le equazioni del moto nelle due fasi, determinare:

10 punti

1. il momento d'inerzia I della ruota rispetto all'asse di rotazione;
2. il momento della forza di attrito M_f .

Soluzione: Applichiamo la legge di Newton per i moti rotatori alle due fasi del moto e la legge dell'accelerazione angolare:

$$\begin{aligned}\omega_f &= \dot{\omega}_1 t_1 \\ 0 &= \omega_f - \dot{\omega}_2 t_2 \\ M_m - M_f &= I \dot{\omega}_1 \\ M_f &= I \dot{\omega}_2\end{aligned}$$

da cui: $\dot{\omega}_1 = \frac{\omega_f}{t_1}$ $\dot{\omega}_2 = \frac{\omega_f}{t_2}$ e, risolvendo rispetto a I ed M_f :

$$\begin{aligned}I &= \frac{M_m}{\omega_f} \frac{t_1 t_2}{t_1 + t_2} &= 13,06 \text{ kg m}^2 \\ M_f &= M_m \frac{t_1}{t_1 + t_2} &= 11,29 \text{ N m}\end{aligned}$$

Prima prova intercorso di Fisica Generale 1 per Ingegneria Edile (N41) 03 novembre 2021	Prof. Fabio Garufi	Firma leggibile dello studente
Cognome:	Nome:	Matricola:

ESERCIZIO 1. Un blocco di massa $M=1\text{kg}$ si muove di moto rettilineo sopra un piano orizzontale scabro di coefficiente di attrito dinamico $\mu = 0.5$. Nell'istante in cui blocco ha una velocità $V_0 = 6 \text{ m/s}$, esso viene colpito da un proiettile, di massa $m = 10 \text{ g}$, che viaggia orizzontalmente nella stessa direzione e verso del blocco con una velocità $v = 103 \text{ m/s}$. Il proiettile, dopo l'impatto supposto istantaneo, rimane conficcato nel blocco, Determinare:

<i>7 punti</i>

1. la velocità del sistema blocco-proiettile subito dopo l'urto;
2. il tempo trascorso fra l'istante dell'urto e quello in cui il sistema si ferma;
3. la distanza percorsa dal sistema blocco-proiettile prima di fermarsi.

Soluzione: Applichiamo la conservazione della quantità di moto: $MV_0 + mv = (M + m)v_f$ da cui

$$v_f = \frac{MV_0 + mv}{M + m} = 6.96 \text{ ms}^{-1}$$

La forza d'attrito è $F_a = \mu(m + M)g$ ed è l'unica ad agire nella direzione opposta al moto. Dunque: $(m + M)a = \mu(m + M)g$, sicché $a = \mu g$ e visto che il corpo si ferma al tempo t , sarà: $0 = v_f - at$ e dunque:

$$t = \frac{v_f}{a} = \frac{v_f}{\mu g} = 1.42 \text{ s}$$

Per l'ultima risposta possiamo usare l'equazione del moto uniformemente accelerato o il teorema dell'energia: $\frac{1}{2}(m + M)v_f^2 = \mu(m + M)gL$, dunque

$$L = \frac{v_f^2}{2\mu g} = 4.94 \text{ m}$$

ESERCIZIO 2. Una sfera omogenea di massa $m = 108$ kg e raggio $R = 4$ m può ruotare liberamente rispetto ad un asse verticale ad essa tangente. Determinare:

1. il momento d'inerzia della sfera rispetto all'asse di rotazione;

2. se si applica alla sfera inizialmente ferma, una forza sul punto diametralmente opposto al punto in cui tange l'asse di rotazione, quanto vale la sua intensità affinché la sfera ruoti di $\vartheta = 90$ gradi in $t = 3$ secondi?

Soluzione: Il momento di inerzia della sfera rispetto all'asse passante per il centro di massa vale $I_c = \frac{2}{5}mR^2$, dunque, per il teorema di Huygens-Steiner:

$$I = I_c + md^2 = \frac{2}{5}mR^2 + mR^2 = \frac{7}{5}mR^2 = 2419.2$$

$$\begin{cases} F \cdot 2R = I\dot{\omega} \\ \frac{1}{2}\dot{\omega}t^2 = \vartheta \end{cases}$$

Dalla seconda:

$$\dot{\omega} = \frac{2\vartheta}{t^2}$$

e sostituendo nella prima:

$$F = \frac{I\vartheta}{Rt^2} = 105,56 \text{ N}$$

10 punti

Prima prova intercorso di Fisica Generale 1 per Ingegneria Edile (N41) 03 novembre 2021	Prof. Fabio Garufi	Firma leggibile dello studente
Cognome:	Nome:	Matricola:

ESERCIZIO 1.

Due barche partecipano ad una regata partendo al tempo t_0 dallo stesso porto. La prima si dirige a Nord percorrendo $N = 34$ miglia marine alla velocità di $v_N = 8$ nodi e quindi $E = 28$ miglia verso Est alla velocità di $v_E = 17$ nodi, finché giunge alla prima boa. La seconda punta direttamente alla boa con una velocità di $v_{Bt} = 12$ nodi. Sapendo che un miglio marino è pari a 1852 m e che un nodo è pari ad un miglio all'ora, calcolare:

<i>punti</i>

1. La distanza (in km) fra la boa ed il punto di partenza;
2. Il tempo (in h) impiegato dalla prima barca a raggiungere la boa;
3. Il tempo (in h) impiegato dalla seconda barca a raggiungere la boa;
4. l'angolo ϑ , espresso in gradi, tra la velocità della seconda barca v_B e la direzione che indica il Nord.

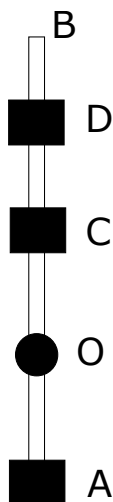
Soluzione: Prendendo un sistema di riferimento in con x che punta ad est e y che punta a nord, la distanza percorsa è il modulo del vettore spostamento $d = \sqrt{N^2 + E^2} = 81,58$ km

Il tempo impiegato per ciascuna tratta è: $t_N = N/v_N$ e $t_E = E/v_E$, il tempo totale della prima barca è dato dalla somma $t_N + t_E = 5,9$ h. Il tempo che la seconda barca impiega è $d/v_{Bt} = 3,67$ h. L'angolo tra la velocità della seconda barca rispetto al nord è $\vartheta = \arctan\left(\frac{E}{N}\right) = 39,47^\circ$

ESERCIZIO 2. Un metronomo è costituito da un'asta rigida verticale AB impernata in un suo punto O che può oscillare in un piano verticale, e tre masse puntiformi $m_A = 29 \text{ g}$ all'estremo A dell'asta, $m_C = 10 \text{ g}$ nel punto C simmetrico di rispetto ad O e $m_D = 8 \text{ g}$ nel punto D che può scorrere lungo l'asta. Considerando $OA = OC = 3 \text{ cm}$ e $OD = 8 \text{ cm}$ e trascurando il peso dell'asta, determinare:

10 punti

- la posizione del centro di massa del sistema ed il suo momento d'inerzia rispetto ad un asse orizzontale passante per O;
- la posizione di equilibrio stabile del sistema ed il periodo delle piccole oscillazioni intorno a questa posizione



Soluzione: Prendendo il sistema di riferimento centrato in O, sarà $x_A = -OA = -3 \text{ cm}$, $x_C = +3 \text{ cm}$, $x_D = 8 \text{ cm}$. Il baricentro sarà in:

$$x_G = \frac{m_A x_A + m_C x_C + m_D x_D}{m_A + m_C + m_D} = 0.16 \text{ cm}$$

La posizione di equilibrio stabile è quella con in cui il centro di massa è al di sotto del punto O e il periodo delle piccole oscillazioni, detta $M = m_A + m_C + m_D = 47 \text{ g}$ e

$$I_0 = m_A x_A^2 + m_C x_C^2 + m_D x_D^2 = 863 \text{ g cm}^2$$

sarà:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I_0}{Mg|x_G|}} = 2,15 \text{ s}$$

Prima prova intercorso di Fisica Generale 1 per Ingegneria Edile (N41) 03 novembre 2021	Prof. Fabio Garufi	Firma leggibile dello studente
Cognome:	Nome:	Matricola:

ESERCIZIO 1. Un atleta del peso di $m = 66 \text{ kg}$ dondola appeso ad una corda lunga $\ell = 8 \text{ m}$. Sapendo che la massima altezza raggiunta è $h = 1 \text{ m}$, determinare la tensione della corda nel punto in cui la corda passa per la verticale.

Soluzione: Siccome la lunghezza della corda non cambia, il moto è lungo una circonferenza. Dunque sarà presente un'accelerazione centripeta diretta verso il punto di sospensione di modulo $a_c = v^2/\ell$. La velocità nel punto in cui la corda passa per la verticale, si può ricavare dal teorema della conservazione dell'energia meccanica: $mgh = \frac{1}{2}mv^2$ dunque, $v^2 = 2gh$.

Quando la corda passa per la verticale, l'atleta è fermo nella direzione di ℓ , dunque:

$$T - mg = m \frac{v^2}{\ell} = \frac{2mgh}{\ell}$$

dunque

$$T = mg \left(1 + 2 \frac{h}{\ell} \right) = 809,33 \text{ N}$$

<i>10 punti</i>

ESERCIZIO 2. Una ruota, inizialmente in quiete, può ruotare intorno ad un asse in presenza di un attrito che è schematizzabile con un momento frenante costante M_f .

Alla ruota viene applicato un momento motore $M_m = 30 \text{ N m}$ per un tempo $t_1 = 20 \text{ s}$ ed alla fine di questa fase di accelerazione la velocità angolare vale $\omega_f = 70 \text{ rad/s}$. A questo istante si elimina il momento motore e si osserva che la ruota si ferma in un tempo $t_2 = 126 \text{ s}$. Avendo impostato le equazioni del moto nelle due fasi, determinare:

10 punti

1. il momento d'inerzia I della ruota rispetto all'asse di rotazione;
2. il momento della forza di attrito M_f .

Soluzione: Applichiamo la legge di Newton per i moti rotatori alle due fasi del moto e la legge dell'accelerazione angolare:

$$\begin{aligned}\omega_f &= \dot{\omega}_1 t_1 \\ 0 &= \omega_f - \dot{\omega}_2 t_2 \\ M_m - M_f &= I \dot{\omega}_1 \\ M_f &= I \dot{\omega}_2\end{aligned}$$

da cui: $\dot{\omega}_1 = \frac{\omega_f}{t_1}$ $\dot{\omega}_2 = \frac{\omega_f}{t_2}$ e, risolvendo rispetto a I ed M_f :

$$\begin{aligned}I &= \frac{M_m}{\omega_f} \frac{t_1 t_2}{t_1 + t_2} &= 7,4 \text{ kg m}^2 \\ M_f &= M_m \frac{t_1}{t_1 + t_2} &= 4,11 \text{ N m}\end{aligned}$$

Prima prova intercorso di Fisica Generale 1 per Ingegneria Edile (N41) 03 novembre 2021	Prof. Fabio Garufi	Firma leggibile dello studente
Cognome:	Nome:	Matricola:

ESERCIZIO 1. Un elicottero, che vola ad un'altezza $h = 40$ m velocità orizzontale $v_x = 38$ m/s, deve lanciare un pacco di aiuti su un carrello che viaggia con velocità $v_{0x} = 13$ m/s. Il carrello ha massa $m_c = 105$ Kg e il pacco ha massa $m_p = 41$ Kg. Trascurando la resistenza dell'aria, supponendo che il carrello proceda senza attrito e che il pacco atterri sul carrello e quindi viaggi insieme al carrello calcolare:

<i>10 punti</i>

1. L'angolo sotto cui il pilota dell'elicottero deve vedere il carrello affinché il pacco cada sul carrello
2. La velocità del carrello dopo che il pacco è atterrato
3. La differenza di energia cinetica tra (immediatamente) prima e dopo l'atterraggio

Soluzione: Nel sistema di riferimento del carrello, la velocità dell'elicottero è $v_{rx} = 25$. Il tempo che il pacco impiega per raggiungere il suolo è $t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$ in questo tempo, il pacco percorre una distanza orizzontale: $\ell = v_{rx}t = v_{rx}\sqrt{\frac{2h}{g}}$, dunque l'angolo di vista sarà: $\vartheta = \arctan \frac{\ell}{h} = 1.06$ rad.
La velocità del carrello si ricava dalla conservazione della quantità di moto nella direzione orizzontale: $m_cv_{0x} + m_pv_x = (m_c + m_p)v$, dunque:

$$v = \frac{m_cv_{0x} + m_pv_x}{m_c + m_p} = 20.02 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

L'energia cinetica del pacco subito prima di atterrare è $K_p = \frac{1}{2}m_p(v_x^2 + 2gh) = 45690.4$ J e quella del carrello è $K_c = \frac{1}{2}m_cv_{0x}^2 = 8872.5$ J. L'energia cinetica finale è $K_f = \frac{1}{2}(m_c + m_p)v^2 = \frac{(m_cv_{0x} + m_pv_x)^2}{m_c + m_p} = 29258.43$ J quindi la differenza tra prima e dopo l'atterraggio è $K_p + K_c - K_f = 25\,304.47$ J.

ESERCIZIO 2. Un corpo di massa $m_1 = 1$ kg è inizialmente posto su un piano inclinato liscio di angolo $\alpha = 60^\circ$ rispetto all'orizzontale. Il corpo viene lanciato con velocità $v_0 = 2$ m/s e, percorsa la distanza $d = 7$ m lungo il piano inclinato, raggiunge un piano orizzontale che nella parte iniziale è liscio e quindi scabro con coefficiente di attrito $\mu_d = 0.2$, per una distanza $L = 5$ m, e quindi di nuovo liscio. Alla fine del piano orizzontale, si trova un'asta di lunghezza $L_a = 5$ m e massa $m_a = 3$ kg, incernierata nel punto O, che si trova ad un'altezza $h = 2.5$ m, attorno al quale può ruotare senza attrito. All'estremo inferiore dell'asta è fissata una massa $m_2 = 1$ kg ed a metà tra il punto O e l'estremo superiore dell'asta, un'altra massa $m_3 = 3$ kg. Il corpo m_1 compie un urto completamente anelastico e rimane attaccato al corpo m_2 .

10 punti

1. Calcolare la velocità del corpo m_1 alla base del piano inclinato
2. Calcolare la velocità del corpo m_1 all'istante dell'urto
3. Calcolare la velocità angolare del sistema composto dall'asta con le masse attaccate, immediatamente dopo l'urto
4. Determinare se l'asta si ribalta

Soluzione: Col teorema dell'energia: $\frac{1}{2}m_1v_0^2 + m_1gd\sin\alpha = \frac{1}{2}m_1v_1^2$. Dunque:

$$v_1 = \sqrt{v_0^2 + 2gd\sin\alpha} = 11.09 \text{ m/s}$$

La velocità alla fine del piano scabro è data sempre dal teorema dell'energia considerando il lavoro delle forze d'attrito: $\frac{1}{2}m_1v_1^2 - m_1g\mu_dL = \frac{1}{2}m_1v_2^2$, dunque:

$$v_2 = \sqrt{v_1^2 - 2g\mu_dL} = 10.17$$

Prendendo il sistema di riferimento centrato nell'asse di rotazione e rivolto verso l'alto, il centro di massa si troverà ad una coordinata

$$y_g = \frac{m_3L_a/4 - (m_1 + m_2)L_a/2}{m_1 + m_2 + m_3} = -0.25$$

essendo il centro di massa dell'asta nell'origine. Applichiamo il teorema della conservazione del momento della quantità di moto prima e dopo l'urto:

$$m_1v_2h = I\omega$$

dove $I = m_aL_a^2/12 + (m_1 + m_2)h^2 + m_3(\frac{L_a-h}{2})^2 = 37.5$ è il momento di inerzia del sistema rispetto all'asse di rotazione. Per trovare $\omega = m_1v_2h/I = 0.68$

Perché l'asta si ribalti, dovrà essere:

$$\frac{1}{2}I\omega^2 \geq (m_a + m_1 + m_2 + m_3)g \cdot 2y_g$$

perché la differenza di quota è $2y_g$. Dunque: $\omega^2 \geq 4(m_a + m_1 + m_2 + m_3)gy_g/I$ ovvero $\omega \geq 1.45$

Soluzione Versione n. 1
Soluzione Versione n. 4

Soluzione Versione n. 2
Soluzione Versione n. 5

Soluzione Versione n. 3