

Richiami di Elettrotecnica

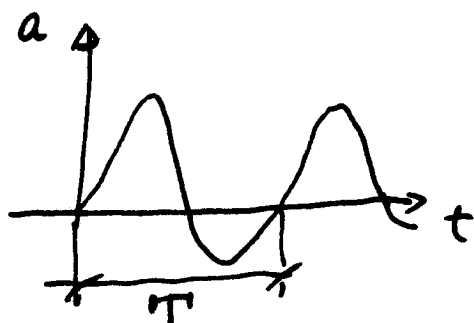
Definizione periodica.

$a = f(t)$ è una grandezza periodica se
 $a = f(t) = f(t + nT)$

per n intero assume valori uguali ad intervalli di tempo T detto periodo. Il numero di periodi nell'unità di tempo $f = \frac{1}{T}$ è la frequenza

Valore medio:

$$A_m = \frac{1}{T} \int_0^T a dt$$



È possibile definire anche il
valore efficace:

$$A = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T a^2 dt}$$

GRANDEZZE ALTERNATE

Una grandezza alternata soddisfa a:

$$A_H = \frac{1}{T} \int_0^T a dt = 0$$

cioè valore medio nullo.

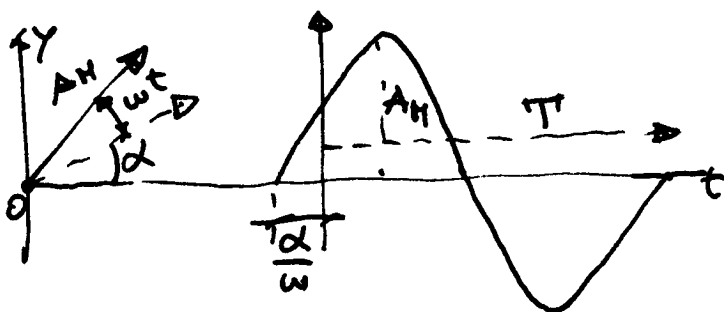
ovvero area semi-onda positiva = area
semi-onda negativa



GRANDEZZE SINUSOIDALI

Definite da:

$$a = A_M \sin\left(\frac{2\pi}{T}t + \alpha\right)$$



i valori istantanei corrispondono alle proiezioni sull'asse
y di un segmento di lunghezza A_M ruotante con
velocità angolare costante $\frac{2\pi}{T} = \omega$: un intero giro
 2π radianti nel tempo T (periodo)

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

$$a = A_M \sin(\omega t + \alpha)$$

ω = frequenza
 α = sfasamento =
valore a a $t=0$
 $\frac{\alpha}{2\pi} \cdot T = \frac{\alpha}{\omega}$

Una seconda grandezza potrebbe essere
rappresentata da: $b = B_M \sin(\omega t + \beta)$

Tra a e b c'è una differenza di fase $\varphi = \alpha - \beta \stackrel{?}{=}$
 Proprietà delle grandezze sinusoidali:

- valore massimo positivo = valore massimo negativo
- valore medio della semionda positiva:

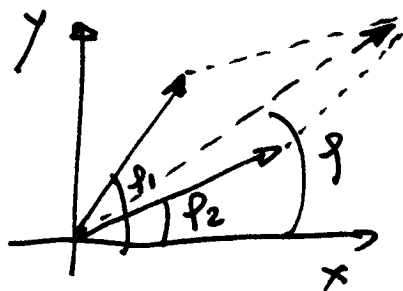
$$A_m = \frac{1}{\frac{T}{2}} \int_0^{\frac{T}{2}} A_H \sin \omega t(t) = \frac{2}{\pi} A_H = 0,636 A_H$$

- valore efficace sul periodo:

$$A = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T A_H^2 \sin^2 \omega t dt} = \frac{A_H}{\sqrt{2}} = 0,707 A_H$$

$$\frac{A_H}{A_{m \frac{T}{2}}} = \frac{\pi}{2 \cdot \sqrt{2}} = 1,11$$

- Somma di due sinusoidi = somma dei vettori
 che le rappresentano = somma delle componenti x ed y.



meglio dopo con formula
di Eulero

- Derivate di una grandezza sinusoidale:

$$d = \frac{da}{dt} = \omega A_H \cos(\omega t + \alpha) = \omega A_H \sin\left(\omega t + \alpha + \frac{\pi}{2}\right)$$

$d = \frac{da}{dt}$ anche sinusoidale di ampiezza ωA_H e fase

in anticipo di $\frac{\pi}{2}$.

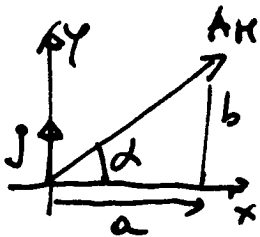
meglio con formula di Eulero

Rappresentazione vettoriale e simbolica.

La sinusoidale è completamente definita dal vettore di modulo A_H con posizione iniziale α e pulsazione ω .

$$a = A_H \sin(\omega t + \alpha)$$

Somme e differenze come somme e differenze di vettori



Rappresentazione complessa.

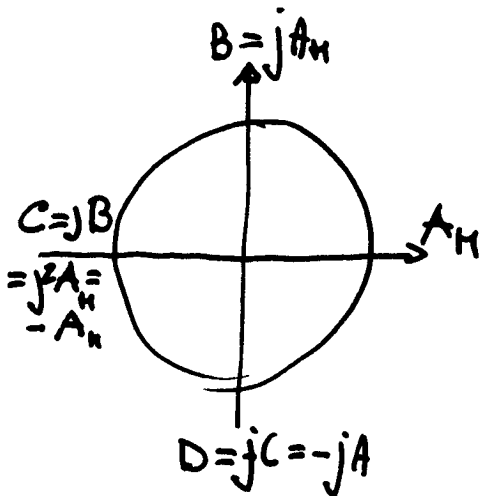
$$A_H = a + jb \quad A_H = \sqrt{a^2 + b^2} \quad \tan \alpha = \frac{b}{a}$$

$$a = A_H \cos \alpha \quad b = A_H \sin \alpha$$

~~Nota~~

$\times j$ = rotazione di 90° in anticipo

$\times j^2$ = rotazione di 180° in anticipo ($\times -1$)



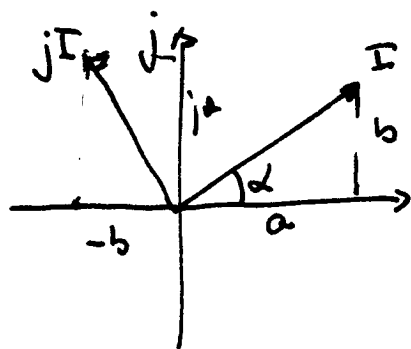
• Moltiplicazione per un operatore reale:

$$I = a + jb \quad (\text{es. corrente})$$

$$V = R a + j R b = R I (\cos \alpha + j \sin \alpha) \quad (\text{es. tensione})$$

- Moltiplicazione per j

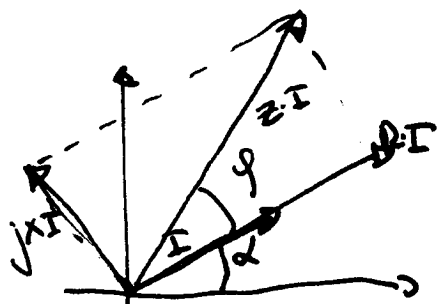
$$I = a + jb \quad jI = ja + j^2b = -b + ja$$



jI anticipo di $\frac{\pi}{2}$

ogni successiva moltiplicazione per j
infrime al vettore una rotazione di 90°

- Moltiplicazione di un vettore per un fattore complesso.



$$V = (R + jX) \cdot I = RI + jXI$$

$$\tan \phi = \frac{X}{R}$$

- prodotto dei moduli
- somma degli argomenti

stesso risultato si ottiene sfruttando trigonometricamente:

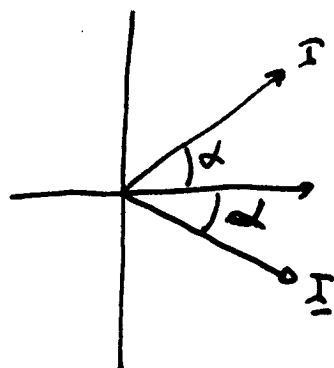
$$I = I(\cos \alpha + j \sin \alpha)$$

$$Z = Z(\cos \phi + j \sin \phi)$$

- o meglio usando le formule di Eulero.

$$I = Ie^{j\alpha} \quad Z = Ze^{j\phi}$$

$$V = IZe^{j(\alpha+\phi)}$$



Vettori coniugati: $Ie^{j\alpha} \cdot Ie^{-j\alpha} = I^2$

vettore inverso: $\frac{1}{I} = \frac{I}{I \cdot I} = \frac{Ie^{-j\alpha}}{I^2} = \frac{1}{I}e^{-j\alpha}$

Somma A_1 ed A_2

$$A_1 = (A_{1x} + jA_{1y}) \cdot e^{j\omega t}$$

$$A_2 = (A_{2x} + jA_{2y}) e^{j\omega t}$$

$$A = A_1 + A_2 = [(A_{1x} + A_{2x}) + j(A_{1y} + A_{2y})] e^{j\omega t}$$

Derivate

$$D(t) = \frac{d}{dt} A(t) = \frac{d}{dt} A e^{j\omega t} = j\omega A e^{j\omega t}$$

$$D = j\omega A$$

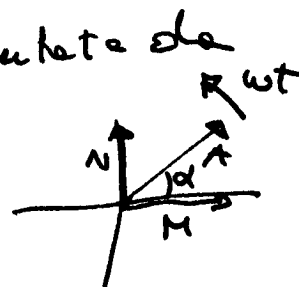
D molto di $\frac{\pi}{2}$ in anticipo

Una grandezza elettrica alternata può essere rappresentata da

$$A = (M + jN) e^{j\omega t}$$

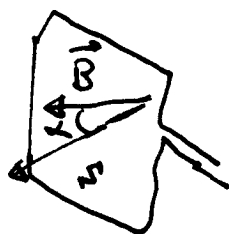
↑
fase del
vettore

rotazione del
vettore con pulsazione ω



GENERAZIONE DI UNA F.E.M. sinusoidale.

Tipicamente generate di principio da una spira piana di superficie S



α = angolo fra normale alla spira e $\vec{B}$

$$\begin{aligned} \varphi &= \text{flusso concatenato} = B \cdot S \cos(\omega t + \alpha) \\ &= \Phi_M \cos(\omega t + \alpha) \end{aligned}$$

$$e = -\frac{d\varphi}{dt} = \omega \Phi_M \sin(\omega t + \alpha) \quad \text{quindi sinusoidale di}$$

$$\text{valore max} = E_M = \omega \Phi_M$$

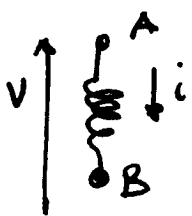
In la spira f.e.m. n volte moltiplica.

le correnti alternate si invertano ad intervalli 7 regolari e costanti: le correnti alternate offrono la possibilità di sfruttare il fenomeno della mutua induzione per eseguire la trasformazione in alte o basse tensioni.

Circuiti elementari:



$$v = V_{AB} = V_H \sin \omega t \quad i = \frac{v}{R} = \frac{V_H}{R} \sin \omega t$$

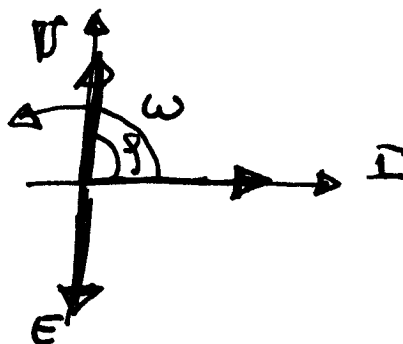


La corrente i variabile genera una f.e.m. di induzione $e = -L \frac{di}{dt}$. Il tutto è privo di resistenza e per mantenere la i occorre che $V + e = 0$ e $v = L \frac{di}{dt}$.
 e $\vec{I} = I e^{j\omega t}$ $\vec{V} = j\omega L I e^{j\omega t}$ secondo
 l'effetto di una derivata su una grandezza alternata. $\vec{V} = j\omega L \vec{I}$

1) In regime di corrente sinusoidale la f.e.m. è in ritardo sulla corrente di 90° . La tensione V vince la f.e.m. di autoinduttiva e costituisce la caduta induttiva del circuito.

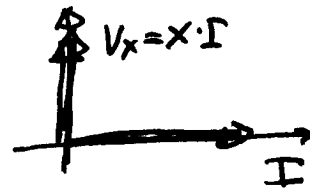
potenza reale = 0

$$V \cdot I \cdot \cos \varphi = P$$

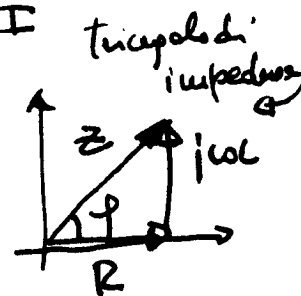
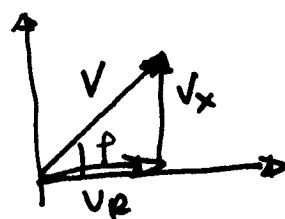


ωL indicate con X_L prende il nome di reattanza ⁸
induttiva. Invece di prendere vettoriali i usano
valori efficaci $I = \frac{I_H}{\sqrt{2}} \quad V = \frac{V_H}{\sqrt{2}}$

$$\vec{V}_x = jX \vec{I}$$



Circuito ohmico-induttivo



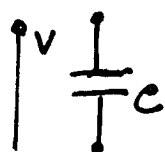
$$\vec{V}_R = R \cdot \vec{I}$$

$$\vec{V}_x = jX \vec{I}$$

$$X = \omega L \quad Z = R + j\omega L$$

$$\text{impedenza } Z = \sqrt{R^2 + X^2}$$

$$\tan \phi = \frac{X}{R}$$



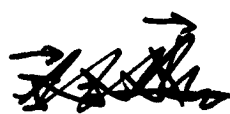
$$q = C \cdot V$$

$$i = \frac{dq}{dt}$$

$$i = C \frac{dV}{dt}$$

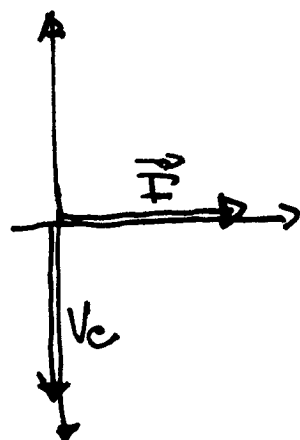
in alternata: $\vec{V} = V e^{j\omega t}$

$$\vec{I} = \frac{d}{dt} \vec{q}(t) \cdot C = \left[\frac{d}{dt} [V e^{j\omega t}] \right] = j\omega C V e^{j\omega t} = j\omega C \vec{V}$$



$$\frac{\vec{I}}{j\omega C} = \vec{V}$$

$$X_C = \frac{1}{j\omega C}$$



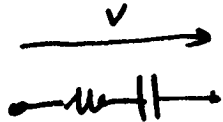
X_C = reattanza capacitiva = reazione di induttanza di C
alternanza di carica e scarica in C

convertita in C in anticipo di 90° su V_C
in termini di valori efficaci

$$I = \frac{V_C}{\frac{1}{\omega C}}$$

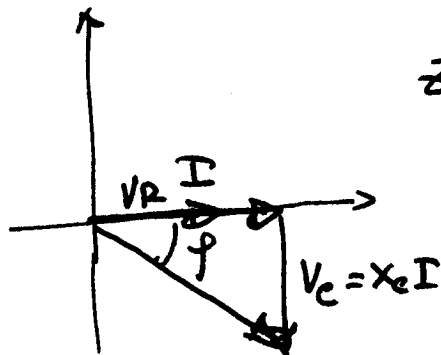
Potenza reale = 0

Circuito ohmico-capacitivo.

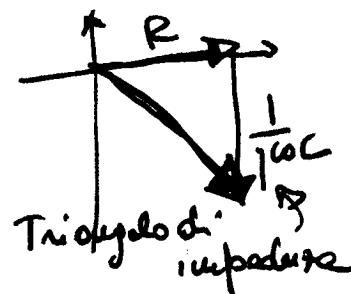


$$\vec{V}_R = R\vec{I} \quad \vec{V}_C = \frac{1}{\omega C}\vec{I}$$

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2} \quad \tan \varphi = \frac{X_C}{R}$$

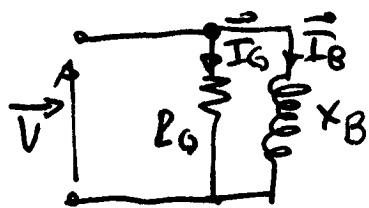


$$Z = R + \frac{1}{j\omega C}$$



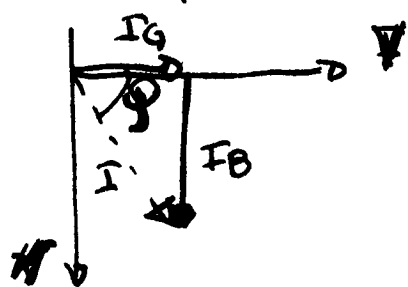
ohmico induttivo e ohmico capacitivo equivalenti a parte il segno dello sfasamento.

Circuiti paralleli.



Analogo ai circuiti serie dove il riferimento è la corrente e si scompongono le tensioni (V_R, V_X) per il riferimento è $\vec{V}$ e si scompongono le correnti.

il riferimento è $\vec{V}$ e si scompongono le correnti.



I_G in fase con vettore $\vec{V}$ componente attiva
 I_B in quadratura (ritardo di 90° nell'induttanza)
componente reattiva

$$I_G = G \cdot V$$

$$G = \frac{1}{R_B}$$

Conduttanza
(siemens)

$$I_B = B \cdot V$$

$$B = \frac{1}{X_B}$$

Suscettanza
(siemens)

$$\vec{Y} = \text{ammettenza} = \frac{1}{\vec{Z}}$$

legge di Ohm generalizzata: $\vec{V} = \vec{Z} \cdot \vec{I}$

$$\vec{I} = \vec{Y} \cdot \vec{V}$$

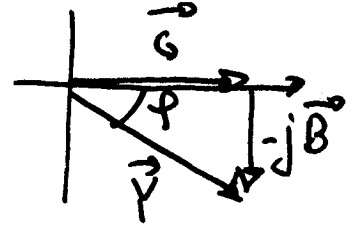
$$\bar{Y} = \bar{G} - j\bar{B}$$

circuito equivalente
parallelo dato $Z(RX)$

$$\bar{Y} = \frac{1}{\bar{Z}} = \frac{1}{R + jX} = \frac{R - jX}{Z^2} = \frac{R}{Z^2} - j \frac{X}{Z^2} = G - jB$$

$\uparrow$ $\uparrow$
 G B

$$\bar{Y} = \sqrt{G^2 + B^2} \quad \tan \varphi = -\frac{B}{G}$$



analogaente si ricava il circuito equivalente serie

$$Z = R + jX$$

partendo dal circuito parallelo definito da $\bar{Y} = G - jB$

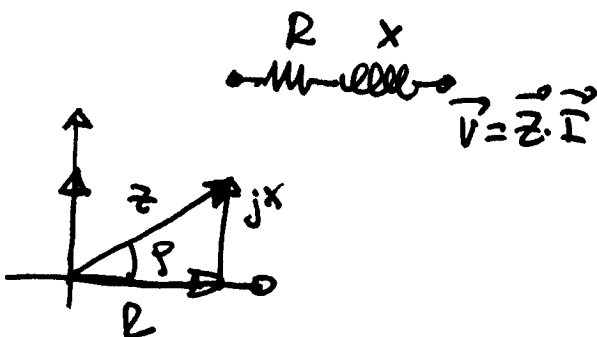
$\frac{1}{\bar{Y}} = \bar{Z}$ seguendo il ragionamento precedente.

Esempi

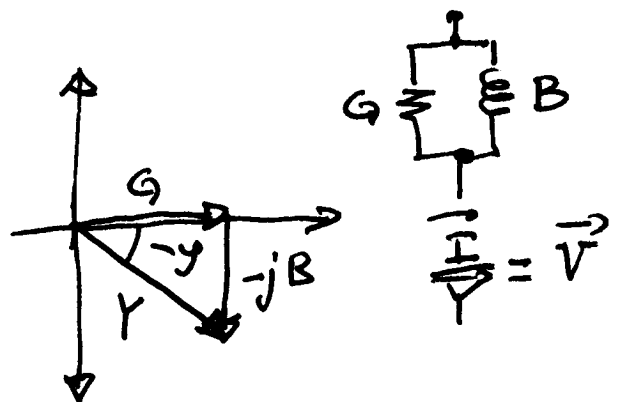
Ammettendo di $\bar{Z} = R + jX$ in serie $\bar{Y} = \frac{1}{\bar{Z}} = \frac{1}{R + jX}$

$$Y = \frac{R - jX}{R^2 + X^2} = \frac{R}{R^2 + X^2} - j \frac{X}{R^2 + X^2} = G - jB$$

$\uparrow$ $\uparrow$
 conduttanza suscettanza
 conduttanza

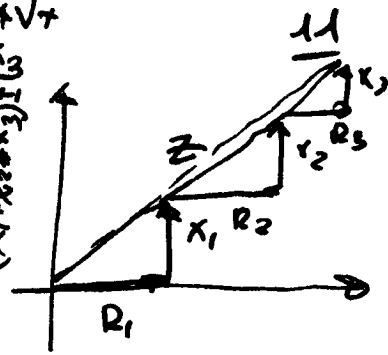
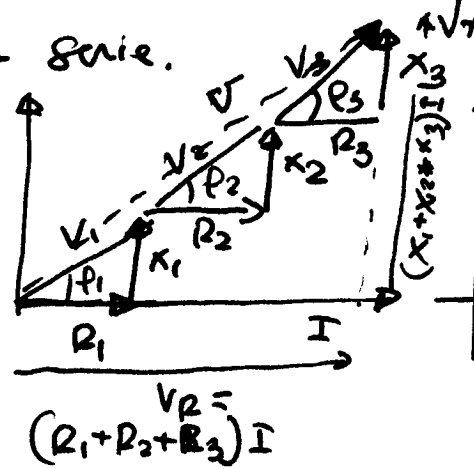
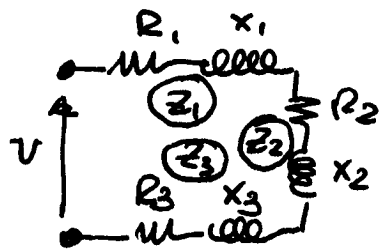


Triangolo delle
impedenze

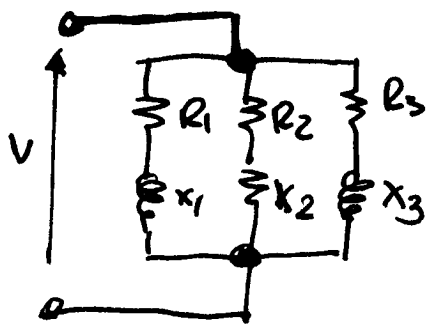


Triangolo delle
ammettenze.

Impedance inductive in serie.



Impedance inductive in parallel

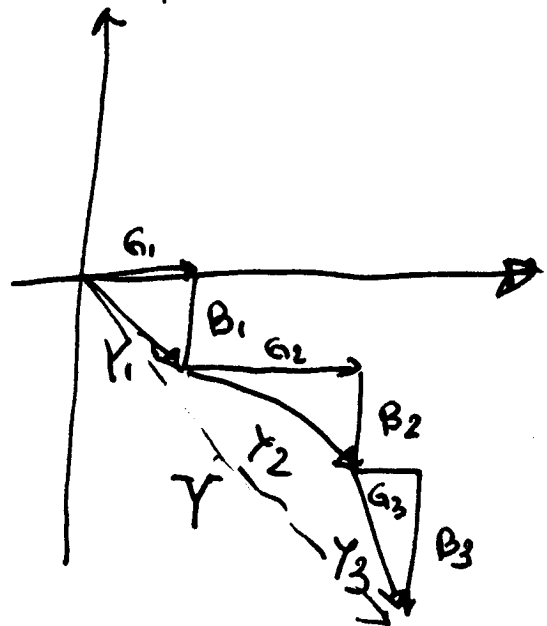
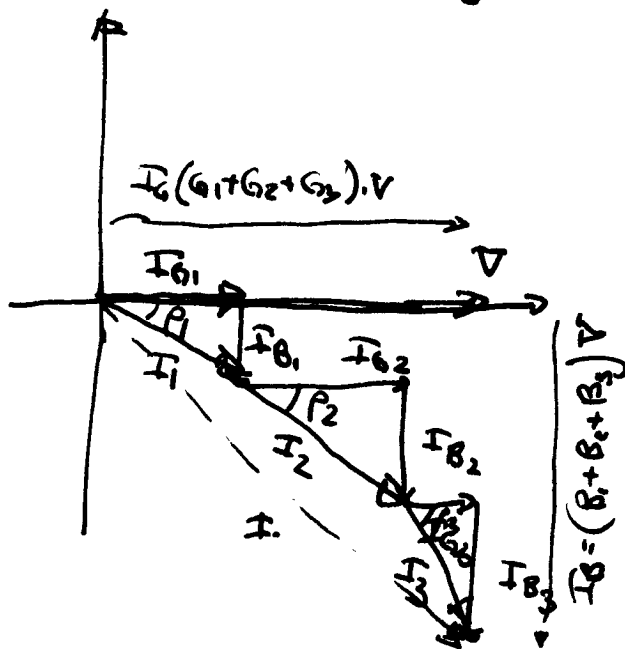


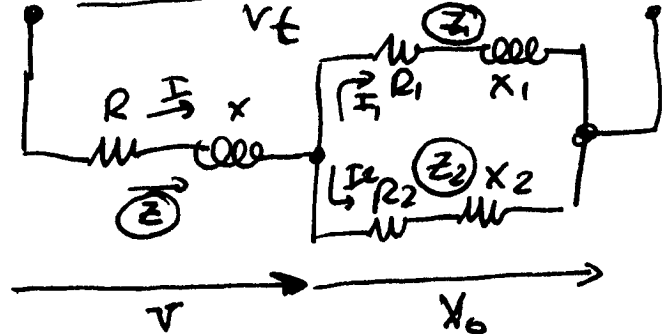
$$I = \left(\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_3} \right) V = (Y_1 + Y_2 + Y_3) \cdot V$$

$$Y_1 = \frac{1}{Z_1} = \frac{R_1}{R_1^2 + X_1^2} - j \frac{X_1}{R_1^2 + X_1^2}$$

$\downarrow G_1$
 $\downarrow B_1$

$\vdots$
 Y_3





$$\vec{V}_0 = \vec{Z}_1 \vec{I}_1 = \vec{Z}_2 \vec{I}_2$$

$$\vec{I} = \vec{I}_1 + \vec{I}_2$$

$$\vec{V} = \vec{Z} \cdot \vec{I}$$

$$\vec{V}_t = \vec{V} + \vec{V}_0$$

$$\text{Dolo } \vec{V}_0 \quad \vec{I}_1 = \frac{\vec{V}_0}{\vec{Z}_1} = \frac{\vec{V}_0}{R_1 + jX_1} = \left[\frac{R_1}{R_1^2 + X_1^2} - j \frac{X_1}{R_1^2 + X_1^2} \right] \vec{V}_0$$

$$\vec{I}_2 = \frac{\vec{V}_0}{\vec{Z}_2} = \frac{\vec{V}_0}{R_2 + jX_2} = \left[\frac{R_2}{R_2^2 + X_2^2} - j \frac{X_2}{R_2^2 + X_2^2} \right] \vec{V}_0$$

$$\vec{I}_1 = (G_1 - jB_1) \vec{V}_0$$

$$\vec{I}_2 = (G_2 - jB_2) \vec{V}_0$$

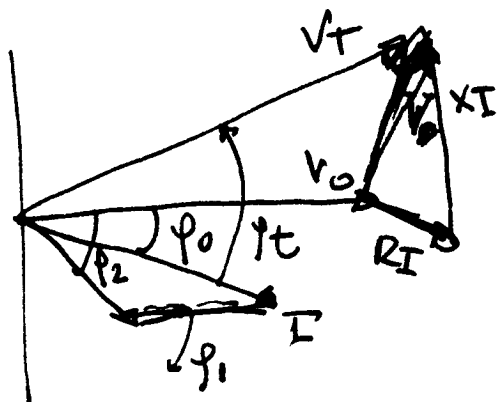
$$\vec{I} = [G_1 + G_2 - j(B_1 + B_2)] \vec{V}_0$$

$$\phi \phi_0 = -\frac{B_1 + B_2}{G_1 + G_2} \quad \phi \phi_1 = -\frac{B_1}{G_1} \quad \phi \phi_2 = -\frac{B_2}{G_2}$$

$$\vec{V} = \vec{Z} \cdot \vec{I} = (R + jX) \cdot [G_1 + G_2 - jB_1 + B_2] \vec{V}_0$$

$$\vec{V}_t = \vec{V} + \vec{V}_0$$

$$= \left\{ 1 + [R(G_1 + G_2) + X(B_1 + B_2)] + j[X(G_1 + G_2) - R(B_1 + B_2)] \right\} \vec{V}_0$$



$$\vec{Z}_t = \vec{Z} + \frac{1}{\vec{Y}_1 + \vec{Y}_2}$$

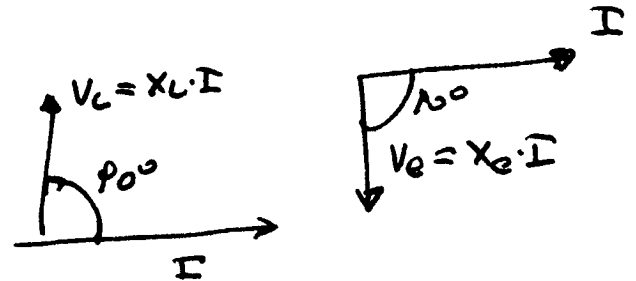
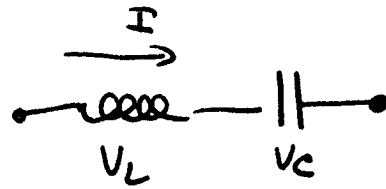
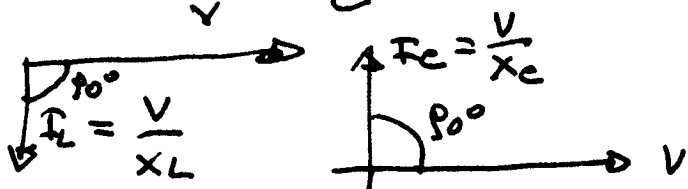
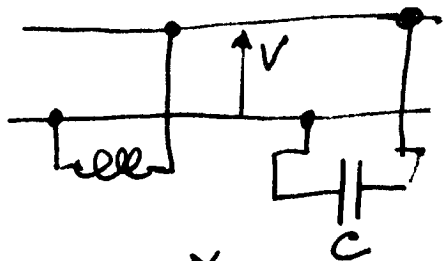
$$\vec{Z} = R + jX$$

$$\vec{Y}_1 = G_1 - jB_1$$

$$\vec{Y}_2 = G_2 - jB_2$$

Effetto di capacità ed induttivi

13



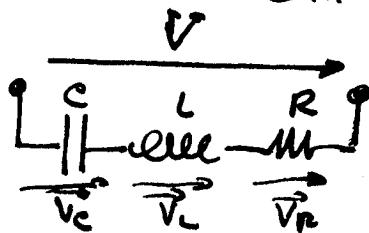
tensione = grandezza
di riferimento parallelo

Circuiti resistivi-capacitivi.

tutto come con induttivi e per $X_C = \frac{1}{\omega C}$

$V_C = \frac{1}{j\omega C} I$ che può si controbilanciare la resistenza
induttiva $j\omega L$. X_C e X_L segni contrari

Circuiti in C.A. con R, L, C serie

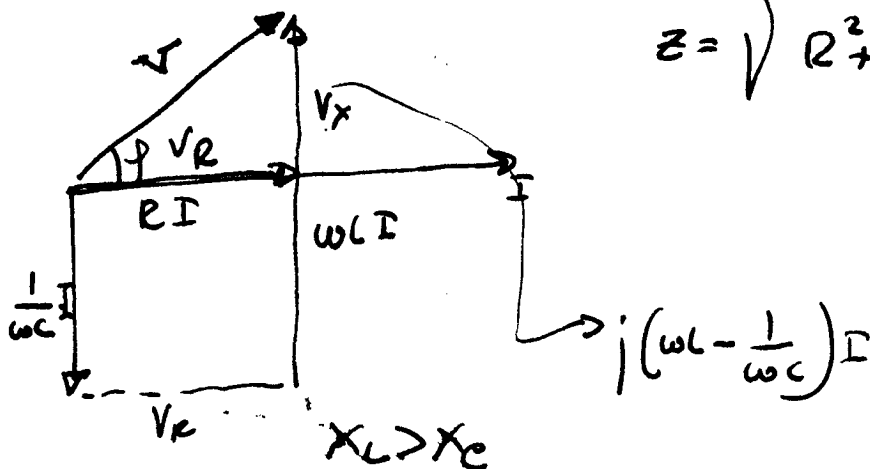


$$\vec{V}_R = R \cdot \vec{I} \quad \vec{V}_L = j\omega L \cdot \vec{I} \quad \vec{V}_C = \frac{1}{j\omega C} \cdot \vec{I}$$

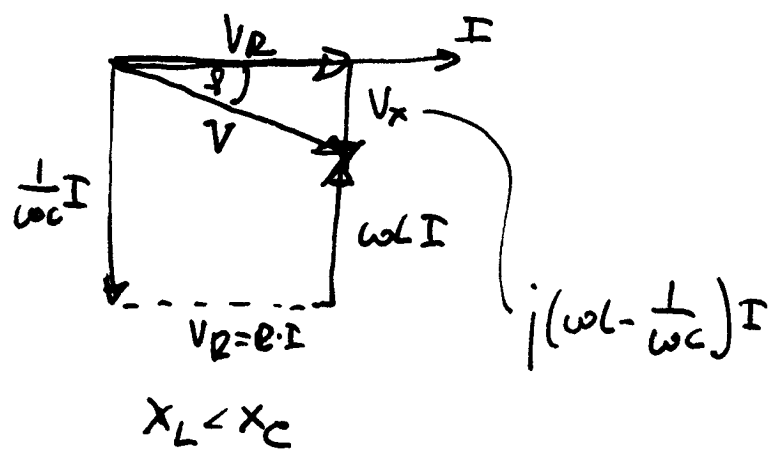
$$\vec{V} = \left[R + j \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right) \right] \cdot \vec{I}$$

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2}$$

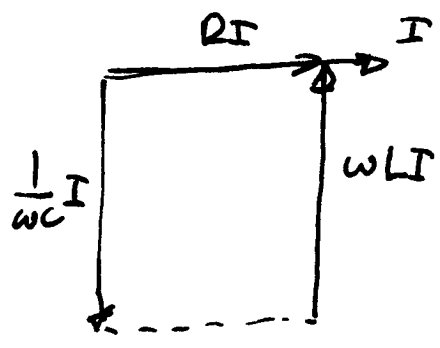
$$\tan \varphi = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}$$



azione di compensazione fra le due reattanze.
 reattanze complessive o carattere induttivo o capacitivo
 $X_L > X_C$ $X_L < X_C$

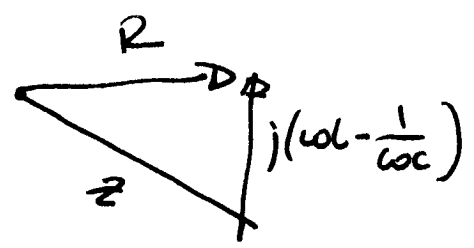


reattanze uguali' = $j\omega L = \frac{1}{j\omega C}$ $X_L = X_C$
 Risonanza



reattanze annullate, circuito puramente ohmico

Es. $R = 0,1 \Omega$ $X_L = X_C = 100 \Omega$
 $V = 1V$ $I = 10A$ alla risonanza
 $V_L = V_C = 1000V$ autogenerazione di due tensioni interne.



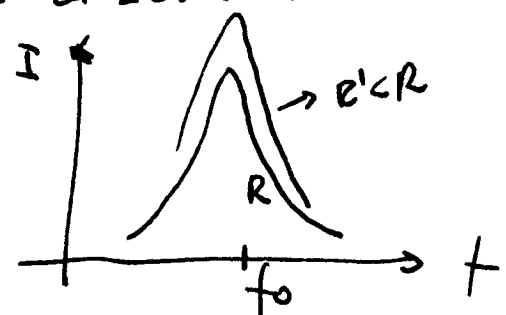
Triangolo delle impedenze.

$$\omega_0 L - \frac{1}{\omega_0 C} = 0$$

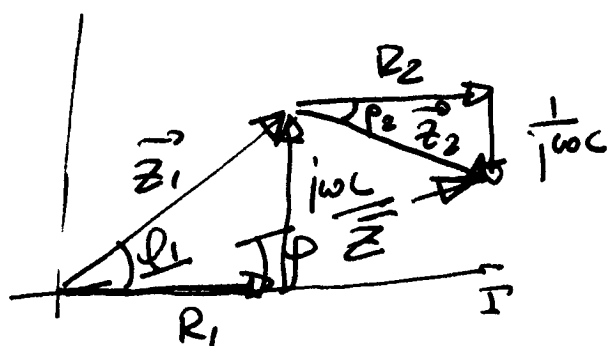
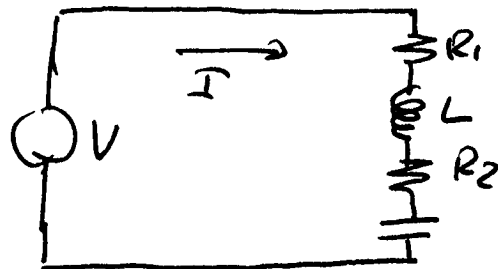
$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \quad I_0 = \frac{V}{R}$$

somma tensioni induttive e capacitive

Coefficiente di sovratensione = $\frac{V_L}{V} = \frac{\omega_0 L I}{R I} = \frac{\omega_0 L}{R}$



Es.



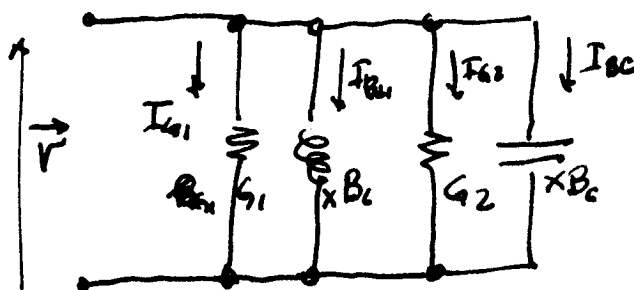
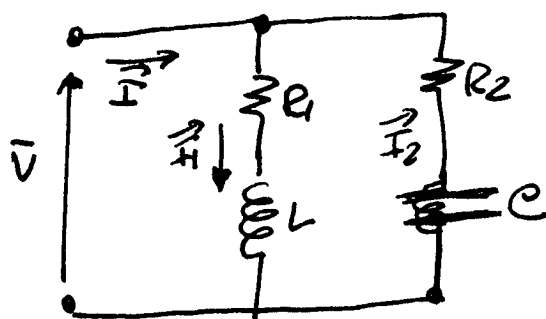
15

$$\vec{Z} = (R_1 + R_2) + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)$$

$$\tan \phi = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R_1 + R_2}$$

Triangolo delle impedenze.
equivalente al Triangolo delle tensioni.

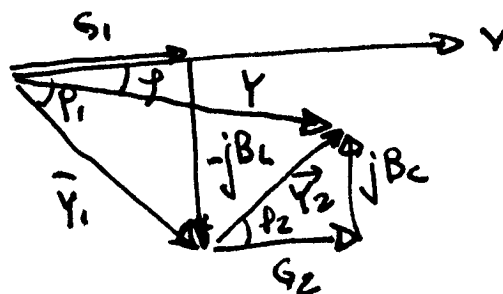
Circuiti a.e. R, L, C paralleli



$$\vec{Y}_1 = \frac{1}{R_1 + j\omega L} = G_1 - jB_L$$

$$\vec{Y}_2 = \frac{1}{R_2 + \frac{1}{j\omega C}} = G_2 + jB_C$$

$$\vec{Y} = G_1 + G_2 - j(B_L - B_C)$$

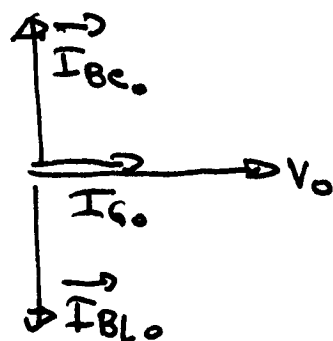


Compensazione delle due suscettanze = risonanza parallela

$$B_L = B_C$$

$$\frac{\omega_0 L}{Z_1^2} = \frac{1}{\omega_0 C Z_2^2} \Rightarrow f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \sqrt{\frac{CR_1^2 - L}{CR_2^2 - L}}$$

In Risonanza



$$\text{corrente } I_0 = G_0 V_0 = (G_{10} + G_{20}) \cdot V_0$$

$$= \left(\frac{R_1}{Z_{10}^2} + \frac{R_2}{Z_{20}^2} \right) \cdot V_0$$

correnti reattive

$$I_{BL_0} = I_{Bc_0} = B_{L_0} V_0 = B_{C_0} V_0 = \frac{\omega_0 L}{Z_{10}^2} V_0 = \frac{1}{\omega_0 C Z_{20}^2} V_0$$

Potenza.

Dipende dalla relazione di fase φ tra tensione e corrente

In qualsiasi in un circuito avente uno sfasamento possiamo trovare corrente e tensione, si può sempre risolvere con una tensione o corrente in fase ad una in quadratura. Potenza in fase, per esempio su una resistenza:

$\vec{P}$ $\vec{u}$ $\vec{v}$ Potenza reale, sia vettorialmente, sia con valori efficaci si ricava che $P = V \cdot I$ puramente chimica

In quadratura con $\text{---} \text{---} \text{---}$ o $\text{---} \text{---} \text{---}$ le tensioni e le correnti sono sfasate di 90° . L'energia è alternativamente immagazzinata e rilasciata e non dissipata, quindi Potenza reale $= 0$. In comuni circuiti la corrente e la tensione sono sfasati di un angolo φ



$$P = V \cdot I \cdot \cos \varphi \text{ (watt)} = P_a \cos \varphi$$

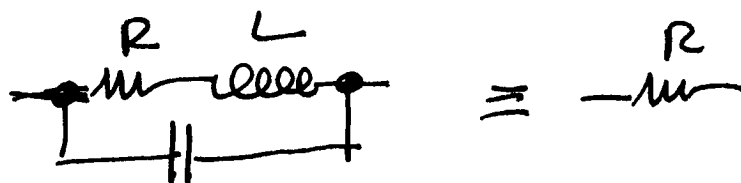
$$Q = V \cdot I \cdot \sin \varphi \text{ (VAR)} = P_a \sin \varphi$$

$$P_a = \text{potenza apparente} = V \cdot I$$

$$P_a^2 = P^2 + Q^2$$

- Resistori.

presente in un piccolo impedenza un valore elevato di resistenza. Contiene anche una induttanza L ed una capacità C

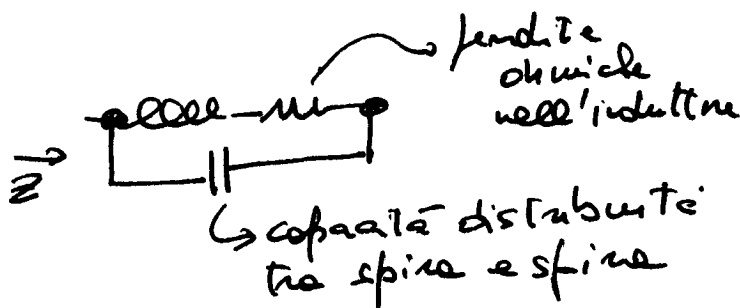


$$\text{se } \omega L \ll R \text{ ed } \frac{1}{\omega C} \gg R$$

valido per un vasto intervallo di frequenze se L e C sono piccole.

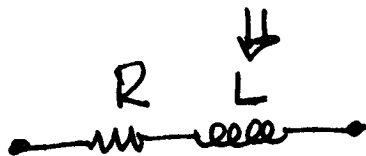
- Induttori

Circuito equivalente:



$$Z = \frac{j\omega L}{1 - \omega^2 LC} \Rightarrow L_{\text{eq}} = \frac{L}{1 - \omega^2 LC}$$

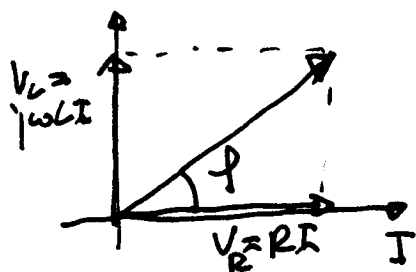
per frequenze più piccole di $\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$ l'induttore è uno induttore



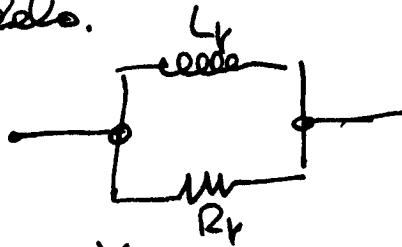
e l'induttore sarà tanto più perfetto quanto minore è la R rispetto a ωL

$$\text{fattore di merito } Q = \tan \varphi \quad Q = \infty \Rightarrow \text{induttore ideale}$$

$$= \tan \varphi = \frac{\omega L}{R}$$



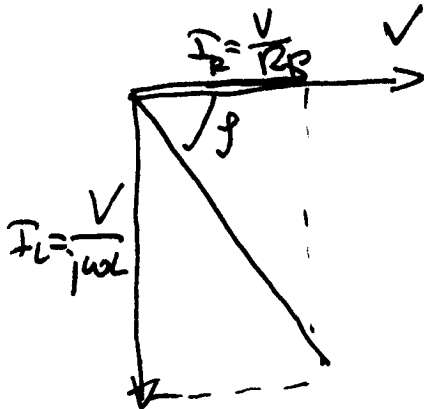
Può essere comodo rappresentare le perdite con una resistenza R_p parallela.



$$\frac{1}{R_p} + \frac{1}{j\omega L} = \frac{1}{R + j\omega L} = Y \Rightarrow$$

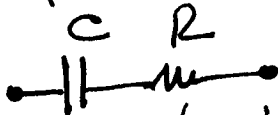
$$\frac{1}{\omega L p} = \frac{\omega L}{R^2 + \omega^2 L^2}$$

$$\frac{1}{R_p} = \frac{R}{R^2 + \omega^2 L^2}$$



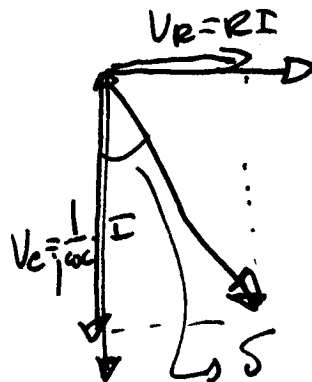
$$Q = \tan \phi = \frac{V/\omega L_p}{V/R_p} = \frac{R_p}{\omega L}$$

- Capacità.



↳ perdite di corrente in dielettrico

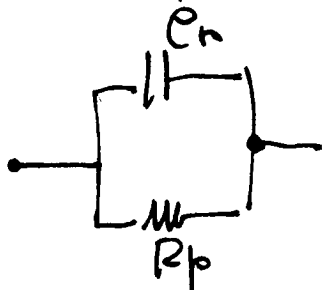
$$\tan \phi = \frac{RI}{\frac{I}{\omega C}} = \omega RC$$



$\tan \phi$ = angolo di perdite
aumenta con le perdite

stesse cose come per L con C

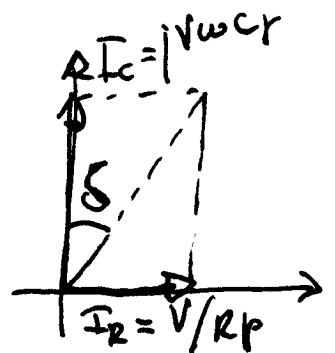
- circuiti paralleli



$$\frac{1}{R_p} + j\omega C_p = \frac{1}{R - j\frac{1}{\omega C}}$$

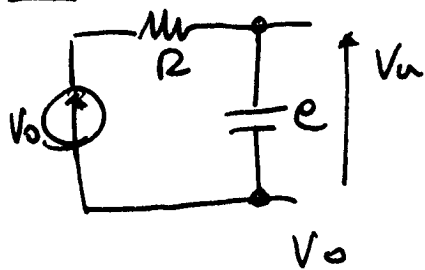
$$\frac{1}{R_p} = \frac{R}{R^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2}}$$

$$\omega C_p = \frac{1/\omega C}{R^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2}}$$



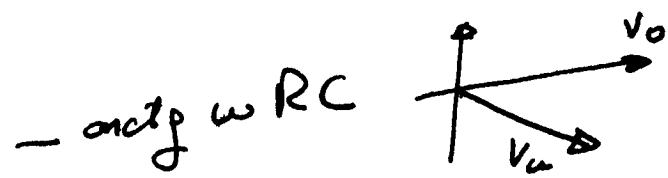
$$\tan \phi = \frac{V/R_p}{V\omega C_p} = \frac{1}{\omega C_p R_p}$$

RC



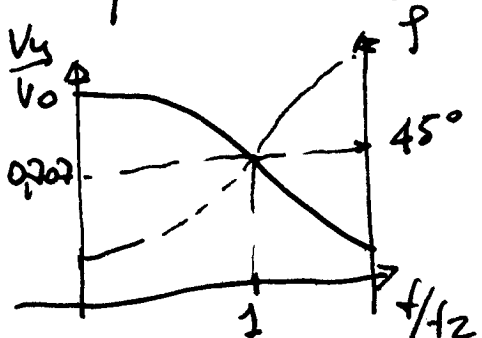
$$V_u = \frac{V_0}{\sqrt{1 + \omega^2 R^2 C^2}}$$

$$V_u = \frac{\frac{1}{j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C}} V_0 ; V_u = \frac{1}{1 + j\omega RC} V_0$$

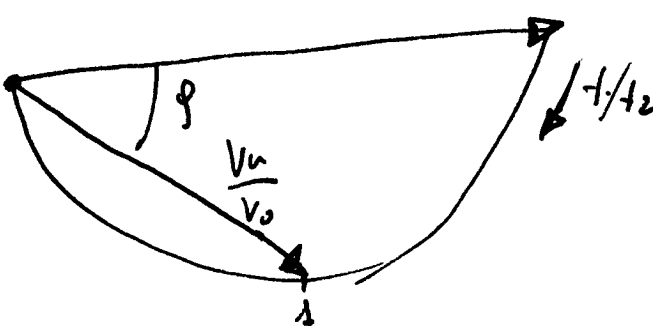


V_u in ritardo e $< V_0$

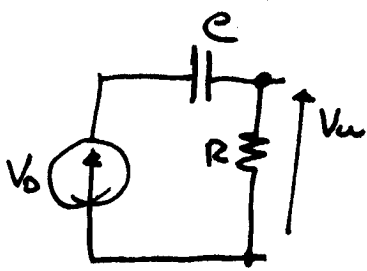
frequenza di taglio superiore $\omega_c^2 R^2 C^2 = 1 \Rightarrow f_c = \frac{1}{2\pi RC}$
 $\omega_c RC = 1$



$$\frac{V_u}{V_0} = \frac{1}{\sqrt{1 + (f/f_c)^2}}$$



Situazione preferenziale
 alle basse frequenze
 filtro passa-basso.



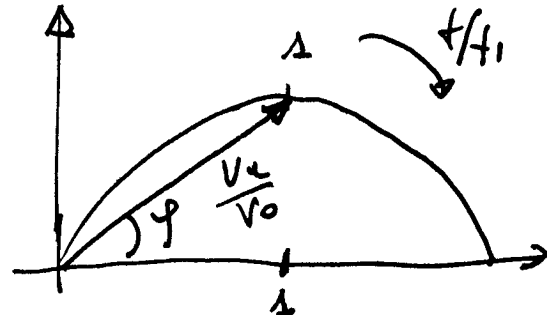
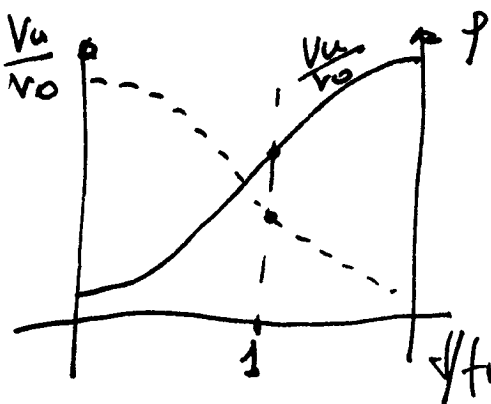
$$V_u = \frac{V_0 \cdot R}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{V_0}{1 + \frac{1}{j\omega RC}}$$

$$V_u = \frac{V_0}{\sqrt{1 + \frac{1}{\omega^2 R^2 C^2}}}$$

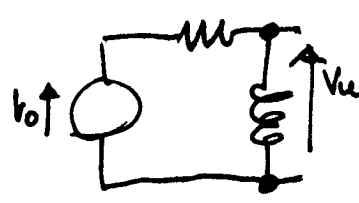
arctg $\frac{1}{\omega RC}$

$$f_1 = \frac{1}{2\pi RC}$$

$$\frac{V_u}{V_0} = \frac{1}{\sqrt{1 + (f/f_1)^2}}$$



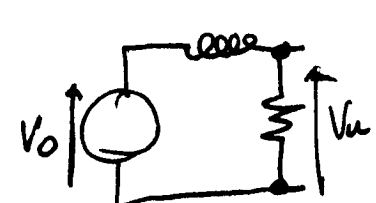
Circuiti RL



$$V_u = V_0 \frac{1}{1 - j \frac{R}{\omega L}}$$

$$\frac{V_u}{V_0} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{R}{\omega L}\right)^2}} \quad f_1 = \frac{R}{2\pi L}$$

a.c.f. $\frac{R}{\omega L}$



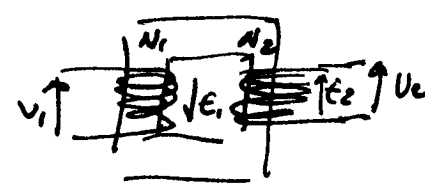
$$\frac{V_u}{V_0} = \frac{1}{1 + j \frac{\omega L}{R}}$$

$$\frac{V_u}{V_0} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega L}{R}\right)^2}} \quad f_2 = \frac{R}{2\pi L}$$

-a.c.f. $\frac{\omega L}{R}$

TRASFORMATORI

Avvolgimenti su un circuito magnetico
- ideale: resistenza avvolgimenti nulla
tutto il flusso concatenato



$V_1 = V_{\text{caus}} \rightarrow$ autoinduzione $e_1 = -N_1 \frac{d\phi}{dt}$ $V_1 + e_1 = 0$

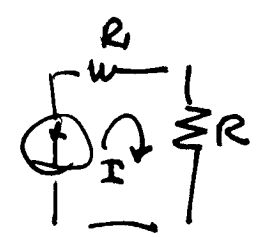
$V_1 \cos \omega t - N_1 \frac{d\phi}{dt} = 0 \quad \phi = \frac{V_1}{N_1 \omega} \sin \omega t = \phi_m \sin \omega t$

nel secondario concatenato con N_2 spire si genera:

$$e_2 = -N_2 \frac{d\phi}{dt} = -\frac{V_1 \cdot N_2}{N_1} \cos \omega t$$

elevata di tensione per $\frac{N_2}{N_1} > 1$ e abbassata per $\frac{N_2}{N_1} < 1$

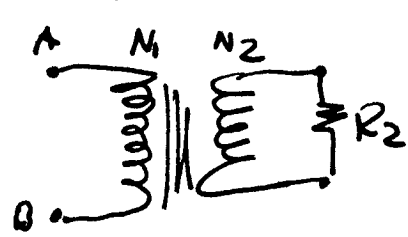
Adattamento di impedenza.



determinare max trasferimento di potenza

$$I = E / (R + R_i) \quad P = RI^2 = \frac{RE^2}{(R + R_i)^2}$$

$\frac{dP}{dR} \rightarrow$ max trasferimento se $R = R_i$



In assenza di perdite $P_1 = P_2 = \frac{V_2^2}{R_2} = \frac{V_1^2 N_2^2}{R_2 N_1^2}$

$$= \frac{V_1^2}{\frac{N_1^2}{N_2^2} \cdot R_2} \quad \text{è come se il trasformatore non esistesse e ci unissetti}$$

A.B. compare $R_1 = \frac{N_1^2}{N_2^2} R_2$

$R_1 : R_2 = N_1^2 : N_2^2 \rightarrow$ adattamento impedenza.

funzione periodica = termine costante (valore medio) +
funzione sinusoidale di frequenza f (fondamentale) +
infinita funzioni sinusoidali di frequenza multiple di f
(armoniche).

$$f(t) = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos n\omega t + \sum_{n=1}^{\infty} B_n \sin n\omega t$$

$$o \quad f(t) = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} C_n \sin(n\omega t + \varphi_n)$$

$$A_0 = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) dt$$

$$A_n = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \cos n\omega t dt$$

$$B_n = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \sin n\omega t dt$$

$$C_n = \sqrt{A_n^2 + B_n^2}$$

$$\varphi_n = \arctg \frac{B_n}{A_n}$$

$$T = \text{periodo}$$

- Determinazione di A_n

Integrando $f(t)$ tra 0 e T :

$$\int_0^T f(t) dt = \int_0^T A_0 dt + \int_0^T \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos n\omega t dt + \int_0^T \sum_{n=1}^{\infty} B_n \sin n\omega t dt$$

$\downarrow$ $\downarrow$
 $=0$ $=0$

$$\int_0^T f(t) dt = A_0 T \Rightarrow A_0 = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) dt$$

- Determinazione di generico coefficiente A_n

$$\begin{aligned} f(t) \times \cos k\omega t &= \\ &= \int_0^T f(t) \cos k\omega t dt = \int_0^T A_0 \cos k\omega t dt + \int_0^T \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos k\omega t \cos n\omega t dt + \\ &+ \int_0^T \sum_{n=1}^{\infty} B_n \sin n\omega t \cos k\omega t dt = \int_0^T \sum_{n=1}^{\infty} A_n \frac{\cos(n+k)\omega t + \cos(n-k)\omega t}{2} dt \\ &+ \int_0^T \sum_{n=1}^{\infty} B_n \frac{\sin(n+k)\omega t + \sin(n-k)\omega t}{2} dt \end{aligned}$$

$\downarrow$ $\downarrow$
 $=0$ $=0$

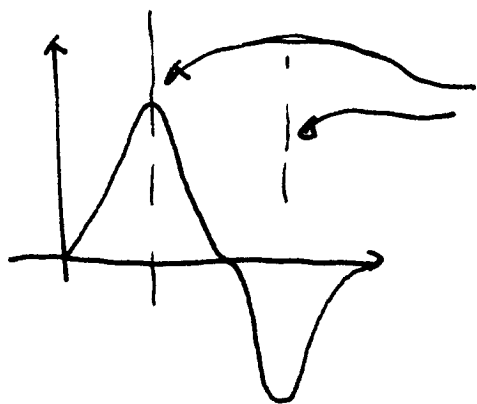
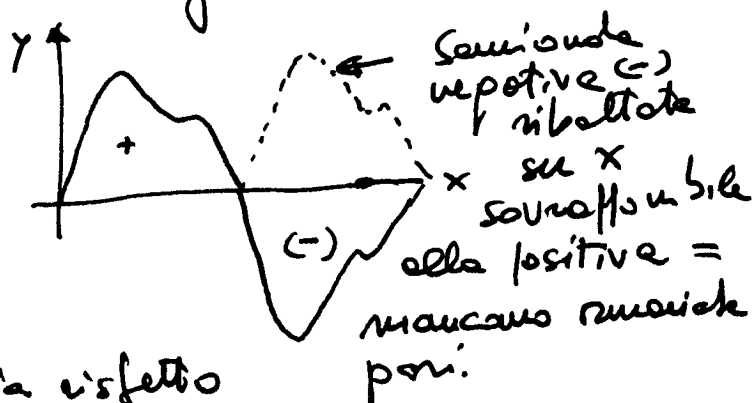
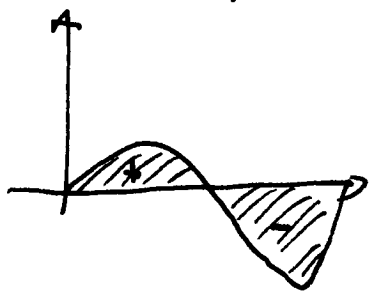
$\hookrightarrow \frac{T}{2} A_n$

$$\int_0^T f(t) \cos k\omega t = \frac{T}{2} A_k$$

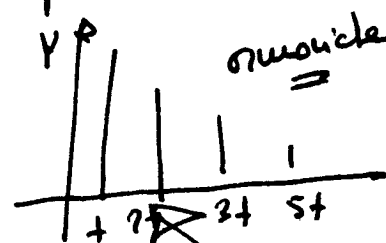
$$A_k = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \cos k\omega t dt$$

Stessa cosa per B_k moltiplicando $\times \sin k\omega t$

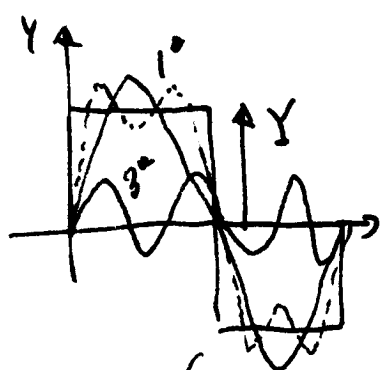
- segnale con area positiva = area negativa $A_0 = 0$



Simmetria rispetto ad un asse verticale = mancanza tutti i termini in coseno



Dipole situazioni nei fenomeni elettrici



Già 1° e 3° armonica rendono conto della forma del segnale: armoniche importanti

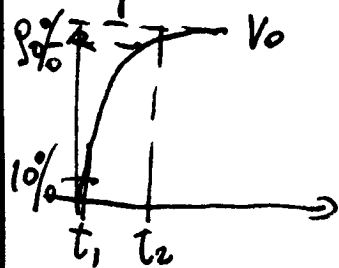
$$y = \frac{4}{\pi} Y \left(\sin \omega t + \frac{1}{3} \sin 3\omega t + \frac{1}{5} \sin 5\omega t \dots \right)$$

- basse frequenze: danno un'azione di sostentamento agli impulsi

- alte frequenze: danno le rapide discontinuità (tempo di salita)

- impossibile trasmettere frequenze infinite: cado a fronte $\frac{1}{T}$

- Nella trasmissione di segnali per es. a prod'no $\frac{z}{f}$
 - Le capacità parassite che formano RC $\frac{w}{f}$ determinano
 un fronte $\sqrt{\text{ }}$ con tempo di salita finito $\frac{1}{\omega}$
 definire come il temp per passare dal 10% al 90% di ampiezza



$$\begin{aligned} 0.1 V_0 &= V_0 (1 - e^{-t_1/RC}) \\ 0.9 V_0 &= V_0 (1 - e^{-t_2/RC}) \end{aligned} \quad e^{(t_2-t_1)/RC} = 9 \quad t_s = t_2 - t_1 = \frac{\ln 9}{\ln 10} \cdot RC$$

$$\underline{t_s = 2.2 RC}$$

tempo di salita direttamente correlato alla frequenza di taglio superiore $\Rightarrow$ dominio del tempo $\Leftrightarrow$ dominio della frequenza.

$$RC = \frac{1}{2\pi f_2} \quad t_s = 2.2 \frac{1}{2\pi f_2} = 0.35/f_2$$

Allo stesso tempo trasferimenti di segnali con disaccoppiamento $\frac{u_{de}}{I}$ o trasformata alle basse frequenze determinano

il ritorno a 0 del segnale parametrizzato $\frac{u_{de}}{I}$ $\rightarrow$ t_d ritorno a 0

$$\underline{t_{ret}} \quad t_r = \frac{1}{2\pi f_1} = \frac{0.16}{f_1} \quad RC = \frac{1}{2\pi f_1}$$

Nella trasmissione di segnali abbiamo distorsioni (tempo di salita e "tiet") e sfasamenti (in frequenza f_2, f_1).

Decibel Plots.

$$\text{passa basso/alte frequenze: } 20 \lg \left[\frac{1}{1 + \left(\frac{f}{f_2}\right)^2} \right]^{1/2} = 10 \lg \frac{1}{1 + \left(\frac{f}{f_2}\right)^2}$$

$$= -10 \lg \left[1 + \left(\frac{f}{f_2}\right)^2 \right] \quad \text{se } \frac{f}{f_2} < 1 \Rightarrow \underline{0 \text{ db}}$$

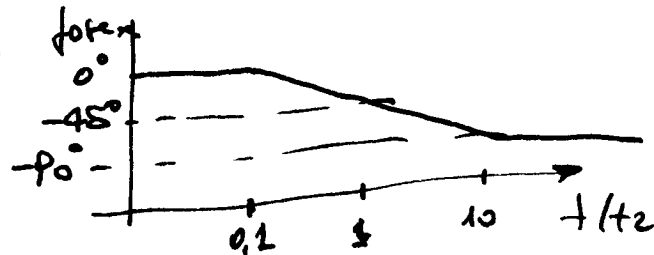
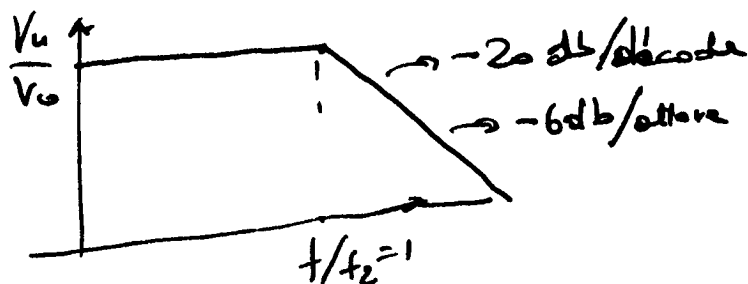
$$\text{per } \frac{f}{f_2} = 1 \Rightarrow -10 \lg 2 = \underline{-3 \text{ db}}$$

$$\text{per } \frac{f}{f_2} > 1 \Rightarrow 10 \lg \frac{1}{\left(\frac{f}{f_2}\right)^2} = -20 \lg \frac{f}{f_2} \quad \underline{20 \text{ db/dec}}$$

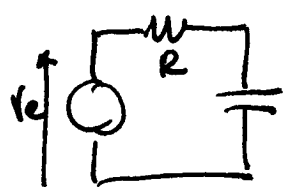
-6db/ottava per $f/f_2 = 2$

Anche detti diagrammi di Bode

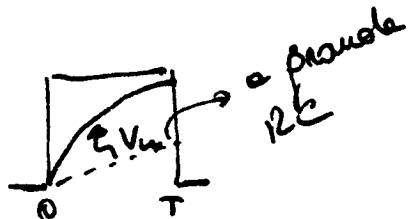
vedi filtro RC prop. 3 $\Rightarrow$ per $f < f_2$ $\phi = 0$
 per $f \gg f_2$ $\phi = -90^\circ$
 per $f = f_2$ $\phi = -45^\circ$



Ma poi nel dominio della frequenza.
 Ora dominio del tempo.



$$V_e = RC \frac{dV_u}{dt} + V_u$$



$$V_u = V_e (1 - e^{-t/RC})$$

$$V_e = V_u e^{-t/RC}$$

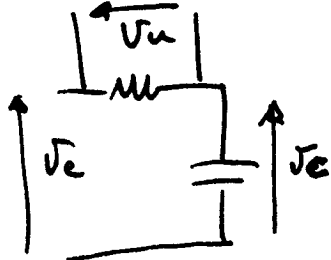
$$i = \frac{V_e}{R} e^{-t/RC}$$

→ a grande RC la risposta è quasi rettilinea e se

$$V_e - V_u \sim V_e \Rightarrow V_e = RC \frac{dV_u}{dt} \Rightarrow V_u = \frac{1}{RC} \int_0^t V_e dt$$

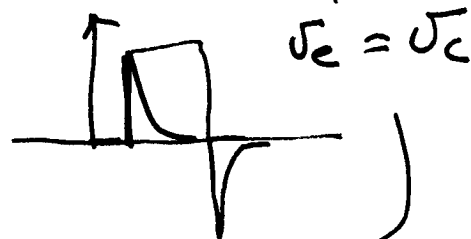
$\Rightarrow$ integrazione

La tensione di uscita V_u integra la tensione di ingresso.



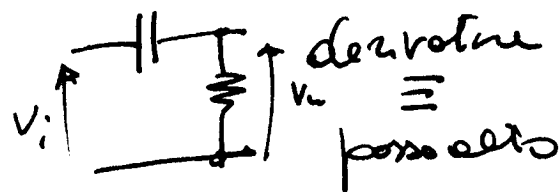
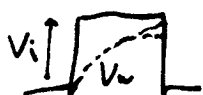
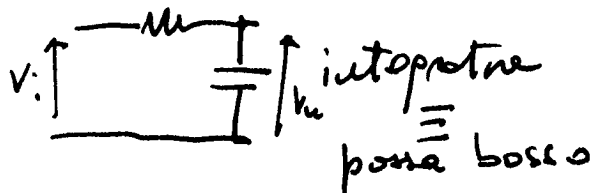
$$v_e = RC \frac{dv_u}{dt} + v_u$$

RC molto piccola



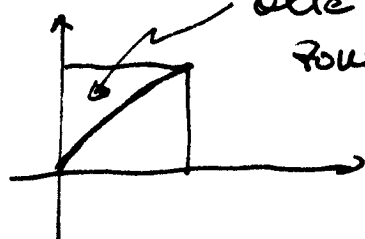
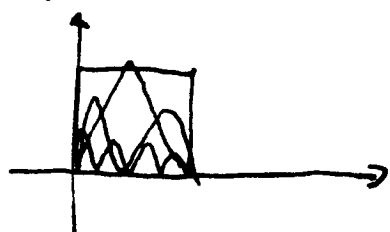
derivata impulso
di ingresso
In definitiva:

$$v_u = RC \frac{dv_e}{dt}$$



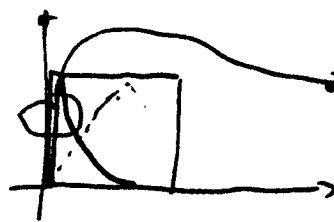
dominio del tempo (integratore/derivatore) strettamente
connesso col dominio delle frequenze (passa alto/passa basso)
Scomponendo gli impulsi temporali in armoniche di Fourier
troviamo che:

- un integratore legge il tempo di salita dell'impulso:
i tempi di salita sono determinati dalle alte
frequenze ed infatti l'integratore o passa basso
toglie le alte frequenze.



alte frequenze togliate
zona delle alte armoniche

- un derivatore al contrario mantiene il fronte
di salita. Infatti è passa alto, le alte
frequenze vengono mantenute.

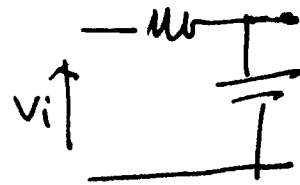


zone delle alte frequenze mantenute

base e tempo frequenze tagliate.

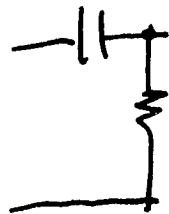
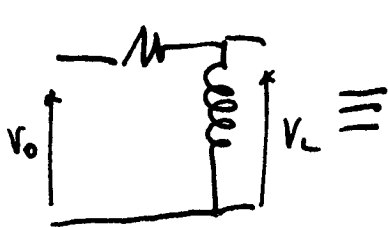
↳ visto da qui derivare / passa alto

Fu conclusioni



↳ visto da qui interpretare / passa basso

- Dualità RC, CR, RL, LR



$$\tau = RC$$

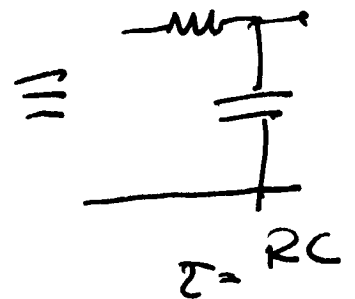
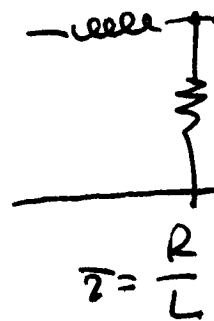
$$Ri + L \frac{di}{dt} = V_o$$

$$i = \frac{V_o}{R} (1 - e^{-R/L t})$$

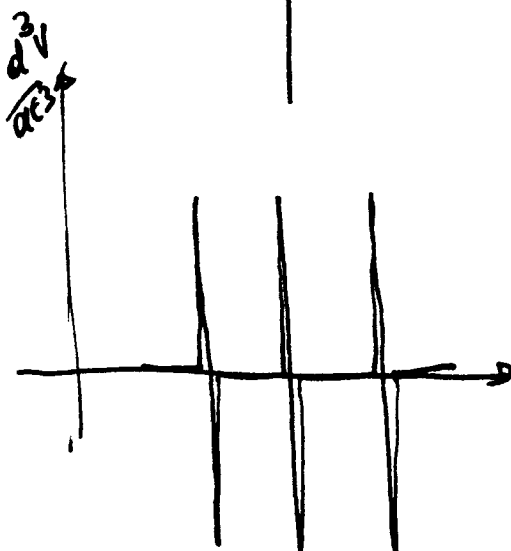
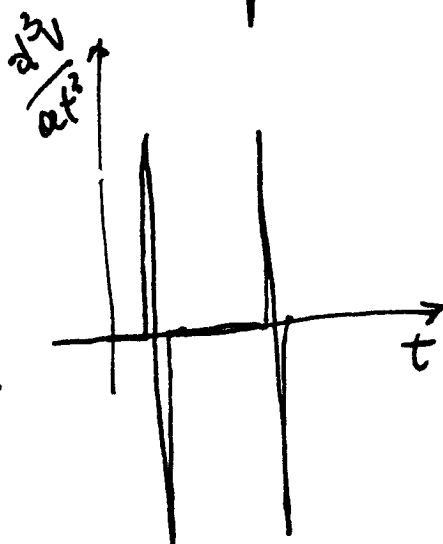
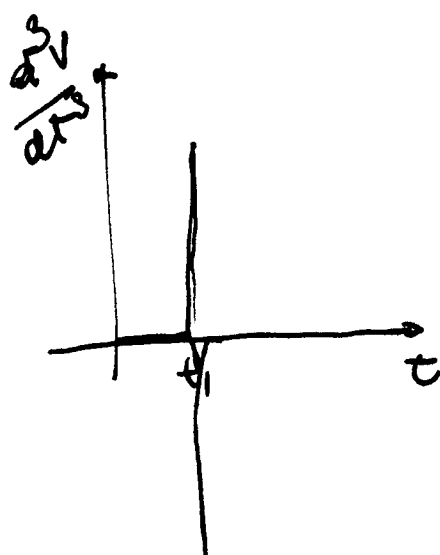
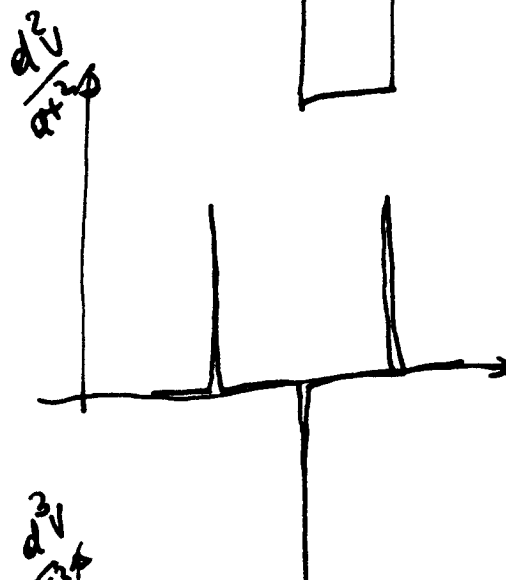
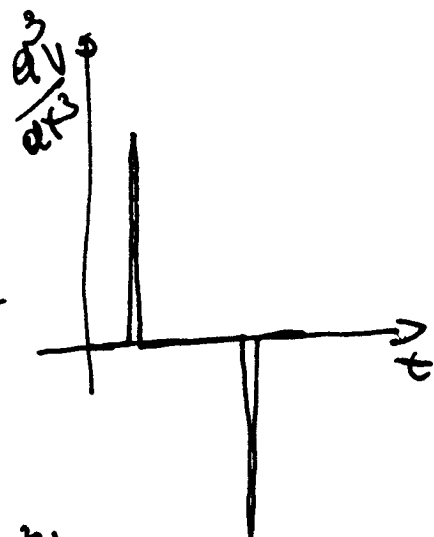
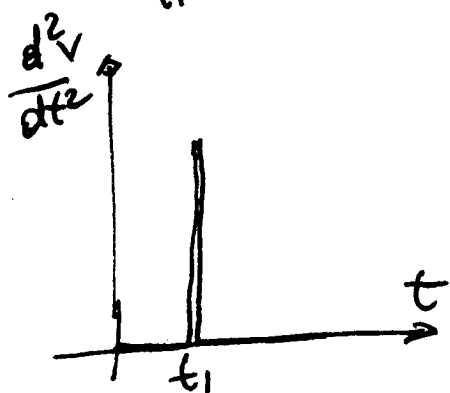
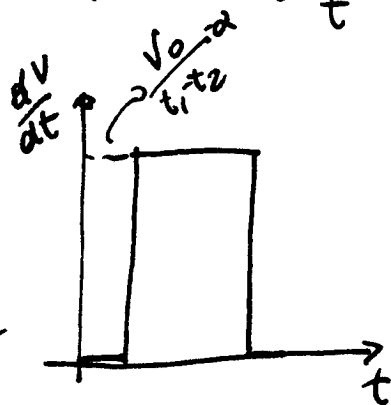
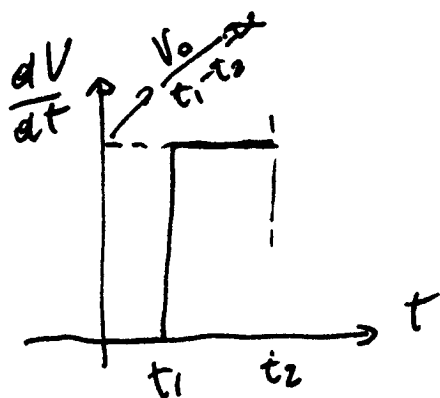
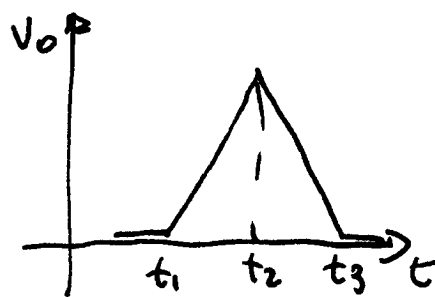
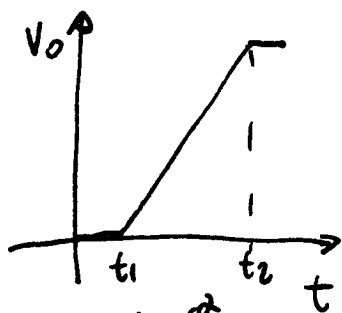
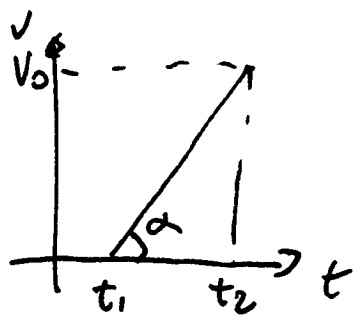
$$\tau = \frac{R}{L}$$

$$V_L = V_o e^{-R/L t}$$

$$\text{da } V_L = L \frac{di}{dt}$$



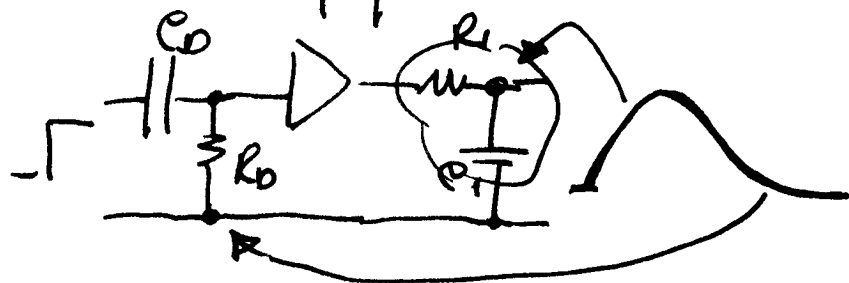
Con dérivées et intégrales. & réalisations forme 11
d'onde.



GENERAZIONE di forme d'onda con circuiti di filtri.

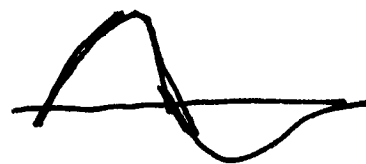
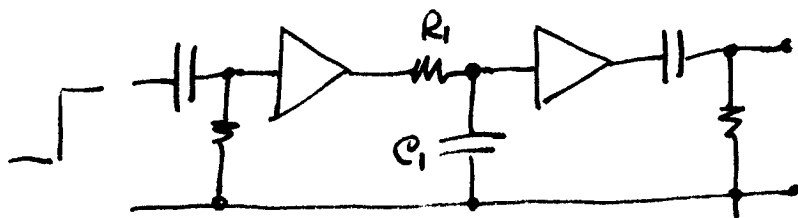
12

- CR - RC shaping fa migliore il rapporto segnale rumore quando il rumore accompagna il segnale. Cambiare la forma sposta lo spettro di frequenza e filtra alcune frequenze. Ciò fa parte di migliorare il rapporto segnale rumore se il rumore è concentrato su certe frequenze.



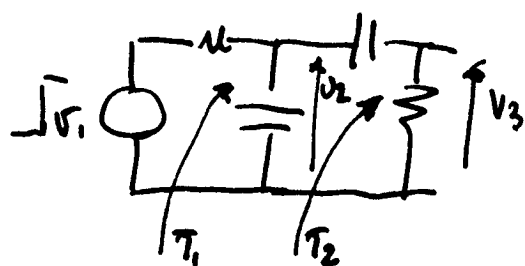
↳ integratore: elimina rumore ad alta frequenza
↳ Si mantiene il segnale "se" per un tempo tale da consentire analisi di ampiezza.

- Presione di impulsi bipolari:

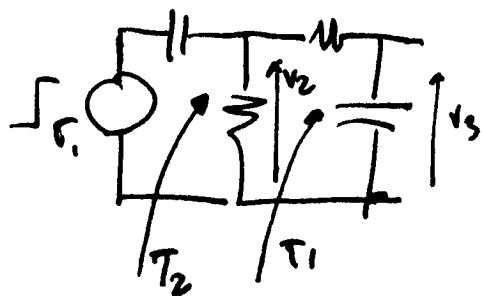


↳ tutti gli RC possono essere visti separatamente sono disaccoppiati da frequenze con alta ω e bassa ω .

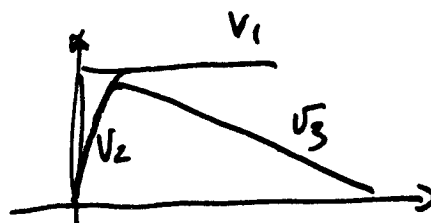
Altri esempi:



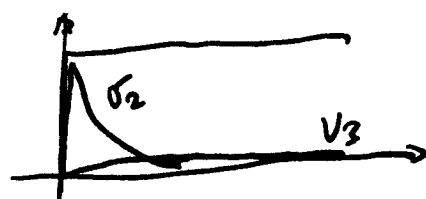
oppure scambiato



$$\tau_1 = \tau_2$$



$$\tau_1 < \tau_2$$

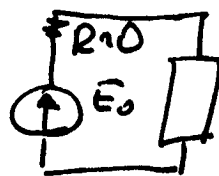


$$\tau_1 \gg \tau_2$$

TEOREMI GENERALI:

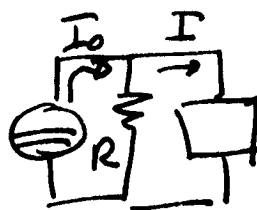
• GENERATORE di tensione

• GENERATORE di corrente



$R \approx 0$

V non dipende
dalla corrente
esistente nel
cavo



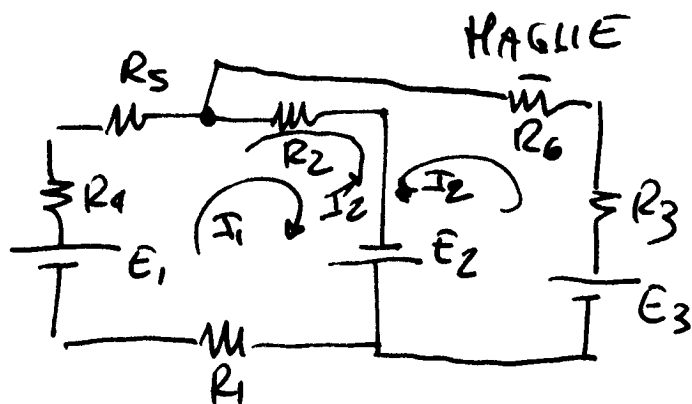
$R \rightarrow \infty$

I non dipende
dalla tensione V
se si viene a
verificare un cortocircuito

Però:

$$V = E_0 - RI$$

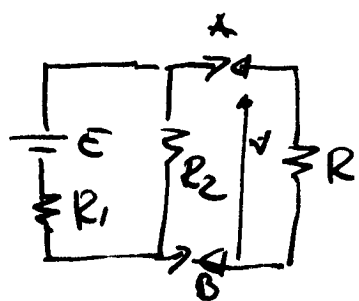
$$I = I_0 - \frac{V}{R}$$



- senso convenzionale tensione $\frac{1}{I}$ $\uparrow$ V
 - si impongono 2 correnti arbitrarie I_1 ed I_2 , il segno dovrà se sono giuste in verso o no. La tensione ai capi di una resistenza è V_4 $\uparrow$ I_4 . Le correnti hanno il verso per convenzione degli ioni positivi vanno da + al - e quindi V_4 è all'estremità della corrente.
- Allo:

$$\begin{cases} R_1 I_1 - E_1 + R_4 I_1 + R_5 I_1 + R_2 (I_2 - I_3) + E_2 = 0 \\ E_2 + R_2 I_3 + E_3 + R_3 I_3 + R_6 I_3 - R_2 (I_2 - I_3) = 0 \\ I_2 = I_1 - I_3 \end{cases}$$

Thévenin.

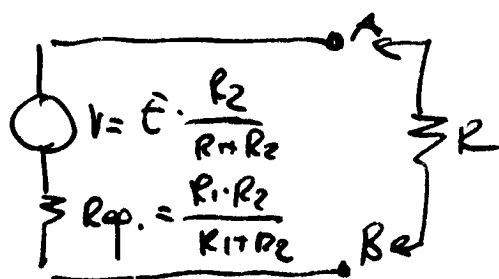


equivalente a: V quando R è short-circuito

$$V = E \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

R_{eq} quando E in p.e. visto da A-B

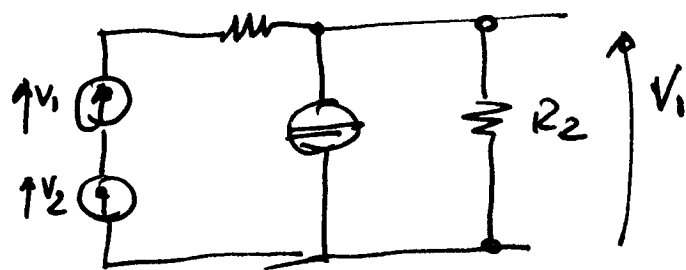
$$R_{eq} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$



Principi di sovrapposizione.

15

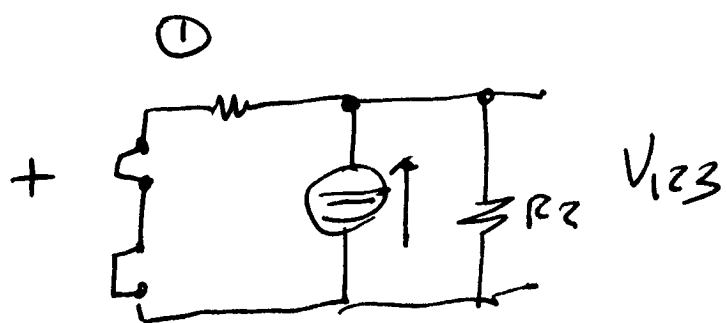
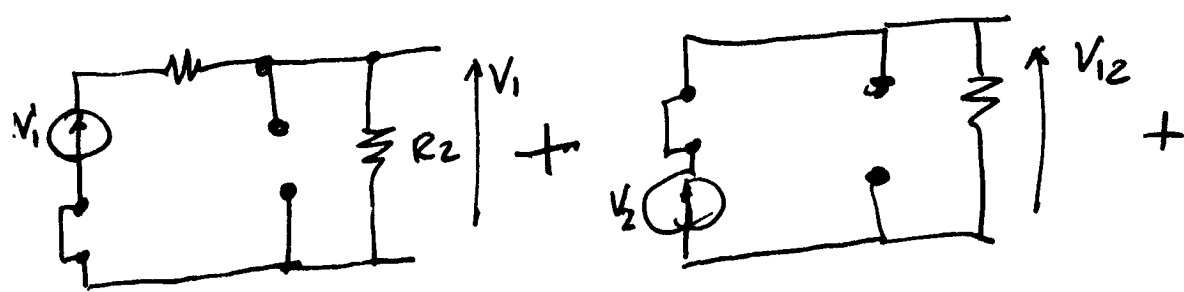
- con parametri di tensione
- con parametri di corrente.



$\Rightarrow$ parametri di corrente = circuito aperto

$\Rightarrow$ parametri di tensione = circuito chiuso

Sovrapposizione di:

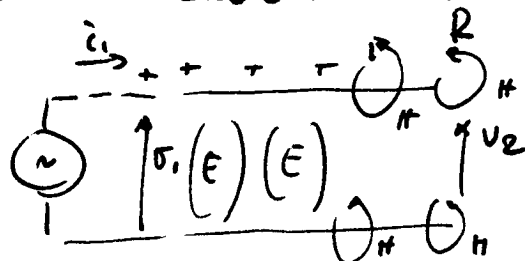


Linee - Trasformanti segnali:

- se lunghezza d'onda $>$ dimensione della rete no differenza di fase da un punto ad un altro della rete (es. 50Hz ed antenne). Se la frequenza aumenta allora $\lambda \approx$ dimensioni rete $\Rightarrow$ differenza di fase $\Rightarrow$ linea di trasmissione.

linea/no linea $\Rightarrow$ dipende la lunghezza d'onda e dimensione rete.

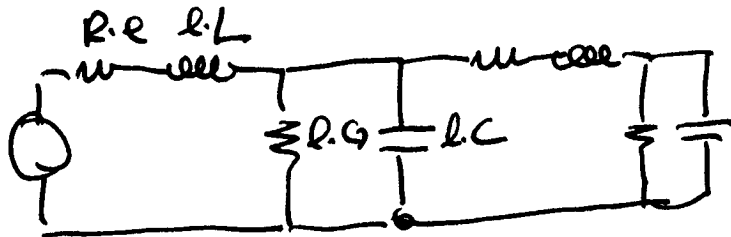
la linea contiene un $\frac{R}{L} \frac{C}{C}$



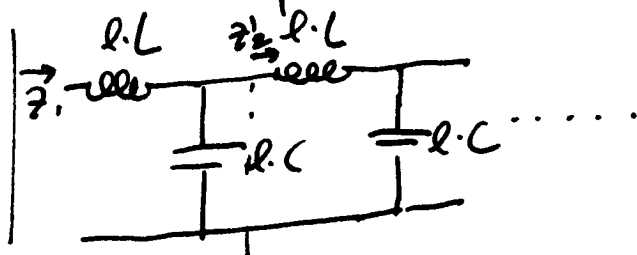
linea divisa in sottosezioni $l \ll \lambda$

$V_1 \rightarrow V_2$ per attenuazione su R

- sottosezione linea prende in modo che V non cambia al tempo anche su conduttori campo elettrico su $\frac{1}{T}$
- con tensioni variabili conosciuti circolanti variabili $\Rightarrow$ campo magnetico H induzione su V_1 e V_2



In presenza di perdite



variazione del segnale nella cella indotta in ogni punto.

$$Z_1 = j\omega L + \frac{Z_2 \cdot \frac{1}{j\omega C} e}{Z_2 + \frac{1}{j\omega C} e}$$

Linea lunga $Z_1 = Z_2$
no spuntato

17

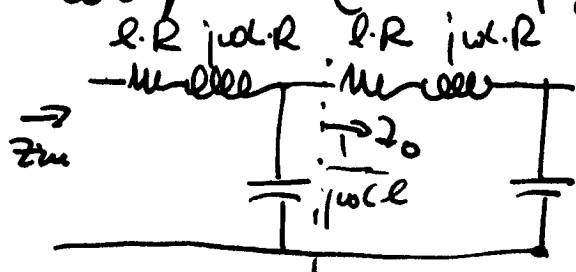
$$Z_1^2 - Z_1 j\omega L e - \frac{j\omega L}{j\omega C}$$

$$Z_1^2 - j\omega L e \cdot Z_1 = \frac{L}{C}$$

↳ Linea piccola soluzione

$$Z_1 = \sqrt{\frac{L}{C}}$$

• Con perdite (calcola pag. 16).



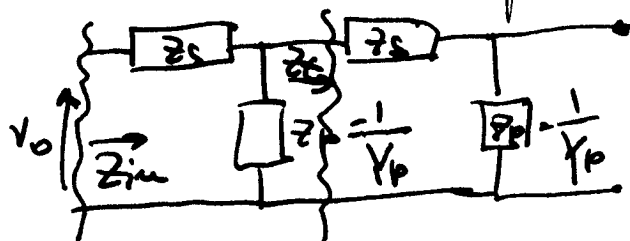
$$Z_{in} = R + j\omega L + \frac{Z_0 \cdot \frac{1}{j\omega C} e}{Z_0 + \frac{1}{j\omega C} e} = Z_0$$

$$Z_0^2 + Z_0 (R + j\omega L) \cdot e = \frac{R + j\omega L}{j\omega C}$$

per una soluzione (e piccolo) $Z_0 = \sqrt{\frac{R + j\omega L}{j\omega C}} = \left[\frac{L}{C} \left(1 + \frac{R}{j\omega L} \right) \right]^{1/2}$

per R piccolo espandendo: $Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}} \left(1 - j \frac{R}{2\omega L} \right)$

per un generale



$$\text{con } Z_s = (R + j\omega L) \cdot e$$

$$Z_p = (G + j\omega C) e = \frac{1}{Z_p}$$

Linea ∞ $Z_{in} = Z_0$

$$Z_{in} = Z_s + \frac{Z_p \cdot Z_t}{Z_p + Z_t} = Z_t$$

$$\times (Z_p + Z_t)$$

$$Z_s Z_p + Z_s Z_t + \cancel{Z_p \cdot Z_t} = \cancel{Z_p \cdot Z_p} + Z_t^2$$

$$Z_t = \frac{Z_s \pm \sqrt{Z_s^2 + 4 Z_s Z_p}}{2}$$

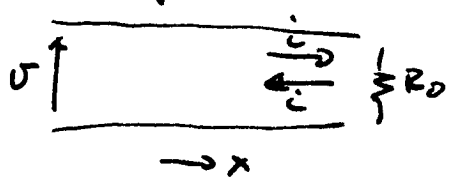
$$Z_t = \frac{1}{2} e^{(R + j\omega L)} + \frac{1}{2} \sqrt{e^2 (R + j\omega L)^2 + 4 \frac{R + j\omega L}{G + j\omega C}}$$

$e \rightarrow 0$ soluzione

$$Z_t = \sqrt{\frac{R + j\omega L}{G + j\omega C}} = \sqrt{Z_s \cdot Z_p} = \sqrt{\frac{Z_s}{Y_p}}$$

Proposizione su una linea

onde a sinistra



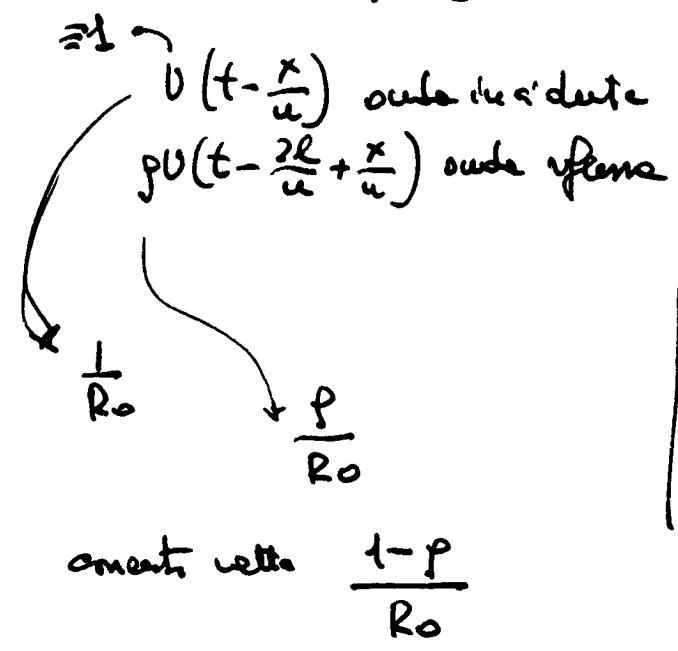
$$V = f_1\left(t - \frac{x}{u}\right) + f_2\left(t + \frac{x}{u}\right)$$

↳ onde a destra

$$i = \frac{1}{R_0} \left[f_1\left(t - \frac{x}{u}\right) - f_2\left(t + \frac{x}{u}\right) \right]$$

↳ inversioni delle correnti

se terminazione $R \neq R_0$



tensione

←

tensione

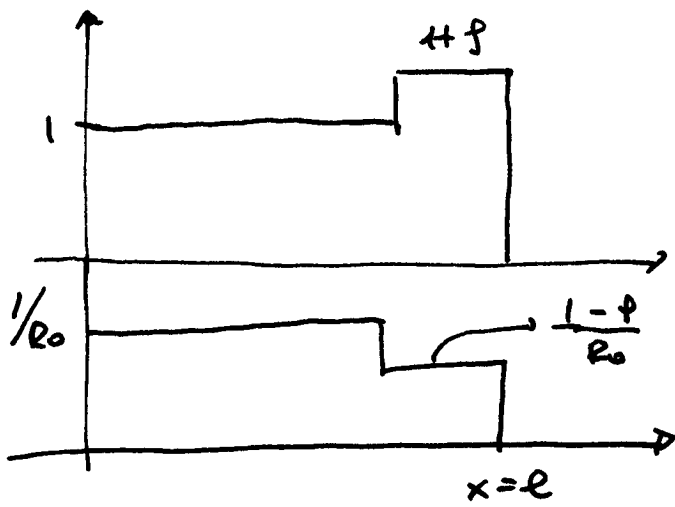
←

amante

←

$$R = \frac{1+p}{\frac{1-p}{R_0}}$$

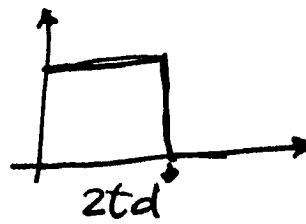
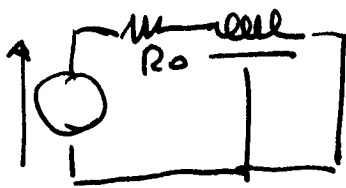
$$p = \frac{\frac{R}{R_0} - 1}{\frac{R}{R_0} + 1}$$



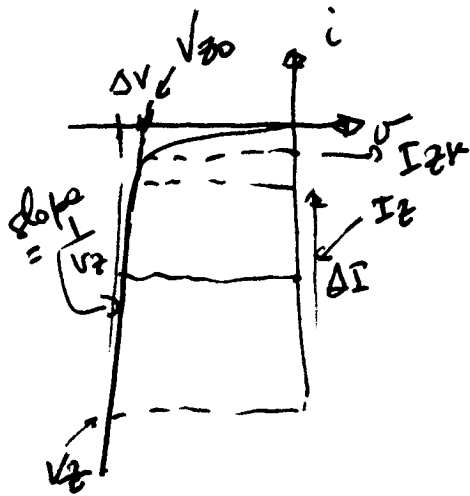
Condiciones:

$f = +1$ $R = \infty$ línea abierta
 $f = -1$ $R = 0$ línea corta

Ejemplos: transformada



Zener.



$$\Delta V = V_Z \Delta I$$

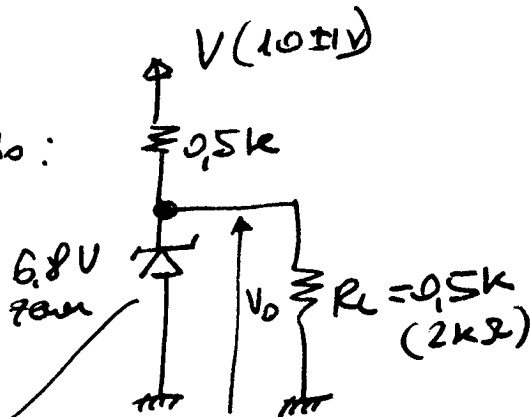
$$r_z \sim \text{pochi } \Omega$$

basso $r_z \rightarrow 0$
 allora V_Z costante

obtiniamo regolatore di tensione

Esempio:

$I_Z = 5 \text{ mA}$
 $I_{ZK} = 0,2 \text{ mA}$
 $V_Z = 20 \Omega$



1) Senza carico

$$I_Z \approx \frac{10 - 6,8 \text{ V}}{0,5 \text{ k} + 0,02} = 6,35 \text{ mA}$$

per $\pm 1 \text{ V}$ di cambiamento
 il cambiamento in
 uscita è:

$$\Delta V_O = \Delta V \cdot \frac{r_z}{R + r_z} = 1 \cdot \frac{20}{500 + 20} = \pm 38,5 \text{ mV}$$

2) Con carico $2 \text{ k} \Omega = R_L$

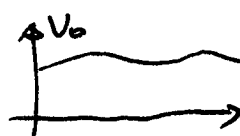
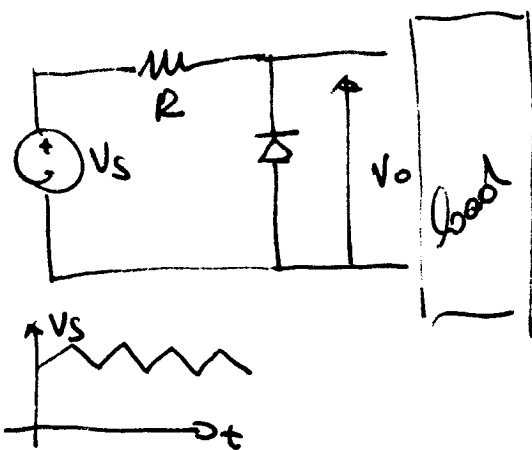
$$\frac{6,8 \text{ V}}{2 \text{ k}} = 3,4 \text{ mA} \rightarrow \Delta I_Z = -3,4 \text{ mA}$$

$$\Delta V_O = 20 \Omega \times 3,4 \text{ mA} = -68 \text{ mV}$$

3) Con carico $= 0,5 \text{ k}$

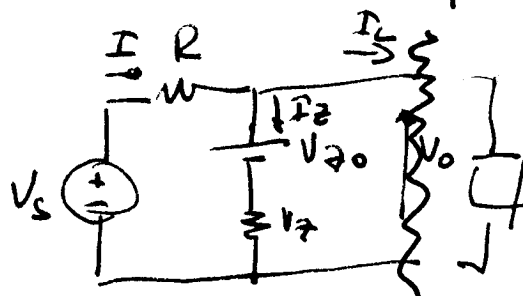
$$\frac{6,8 \text{ V}}{0,5 \text{ k}} = 13,6 \text{ mA} \rightarrow \text{Zener off. } I_Z = 6,35 \text{ mA}$$

- Dimensionamenti di Zener.



esiste carico minimo per
 mantenere Zener ON
 $\frac{10 - 6,8}{0,5} = 0,2 \text{ mA} \sim 4,4 \text{ mA}$ $R_L = \frac{6,8 \text{ V}}{4,4 \text{ mA}}$

↳ circuito equivalente:



V_O deve essere il più possibile costante rispetto al ripple di V_S
 V_S è il più possibile indipendente dalla corrente di carico I_L

Dal circuito equivalente si ricava che:
(sottoscriviamo degli effetti).

$$V_o = V_{z0} \frac{R}{R+r_z} + V_s \frac{r_z}{R+r_z} - I_L (r_z \parallel R)$$

$\downarrow$ $\downarrow$
 dipendenza dipendenza
 da V_s da I_L
 "line regulation" "load regulation"
 $\frac{\Delta V_o}{\Delta V_s}$ ~~$\frac{\Delta V_o}{\Delta I_L}$~~

- note di disegno del regolatore: assicurare che la corrente attraverso la zener ~~sia~~ non sia troppo bassa, altrimenti V_z sale e lo zener lavora in una regione impropria.
Succede quando: $V_L = V_{smin}$ $I_z \geq I_{zmin}$ $I_L = I_{Lmax}$.

$$R = \frac{V_{smin} - V_{z0} - r_z I_{min}}{I_{zmin} + I_{Lmax}}$$

Es. Sufficiente: $V_o = 7.5V$ $V_s = 15 \div 25V$ $I_L = 0 \div 15mA$
 $V_z = 7.5V$ $I_z = 20mA$ $r_z = 10\Omega$

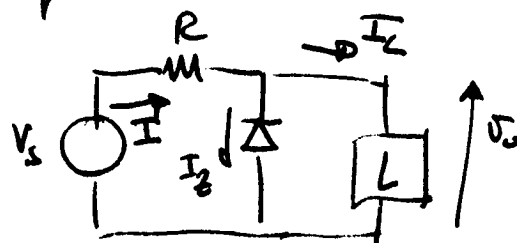
da $V_z \geq V_{z0} + r_z I_L \Rightarrow V_{z0} = 7.3V$ $\rightarrow$ ~~$\frac{1}{3} I_L$~~

$$R = \frac{15V - 7.3V - 0.01 \cdot 5mA}{5mA + 15mA} = 383\Omega$$

"line regulation" = $\frac{r_z}{r_z \parallel R} = 25.4 \frac{mV}{V}$

"load regulation" = $-(r_z \parallel R) = -9.7 mV/mA$

Allo stesso tempo la potenza nello Zener non deve superare un valore massimo

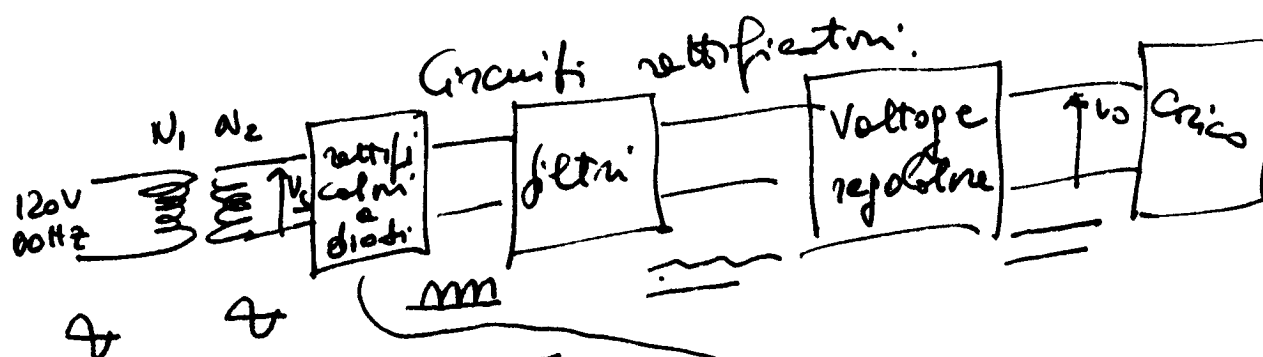


$$P_{Zener} = \left(\frac{V_S - V_o}{R} - I_L \right) \cdot V_Z$$

$$I = \frac{V_S - V_o}{R} = \text{corrente totale} \begin{cases} \nearrow \text{parte nello Zener } I_Z \\ \searrow \text{parte nel carico } I_L \end{cases}$$

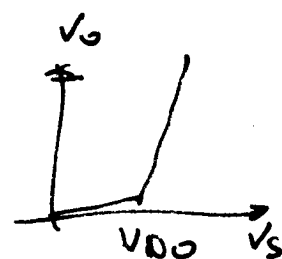
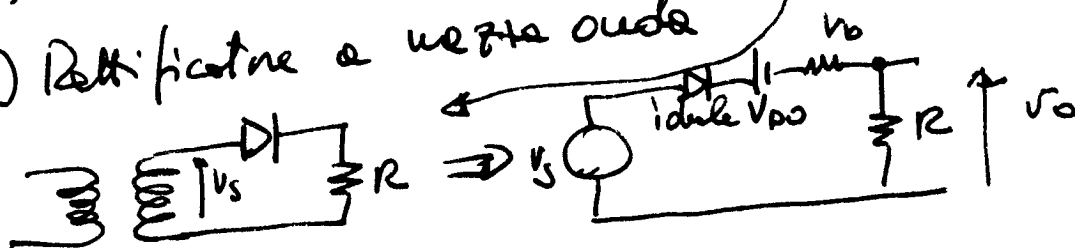
Se $I_L \gg I_Z \Rightarrow$ Calcolo R critico

$$\hookrightarrow P_{Zener} = f(I_L)$$



N_1, N_2 determinano V_s

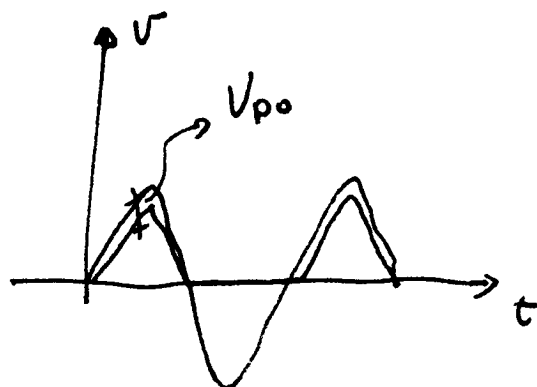
1) Rettificatore a mezza onda



$$V_o = 0 \text{ per } V_s < V_{D0}$$

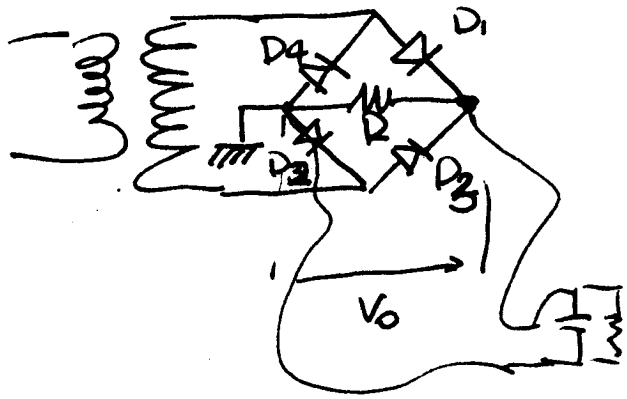
$$V_o = \frac{R}{R + V_{D0}} V_s - V_{D0} \frac{R}{R + V_{D0}} \text{ per } V_s \geq V_{D0}$$

$$\text{se } V_{D0} \ll R \quad V_o = V_s - V_{D0}$$



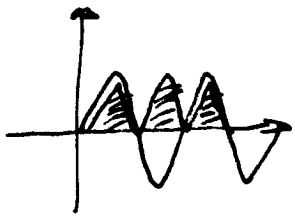
Rettificatore a ponte

8



- semionda positiva:
percorso $D_1 \rightarrow R \rightarrow D_2$

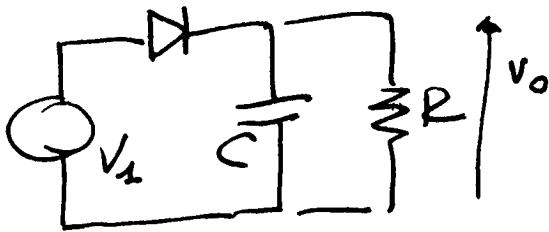
- semionda negativa:
percorso $D_3 \rightarrow R \rightarrow D_4$



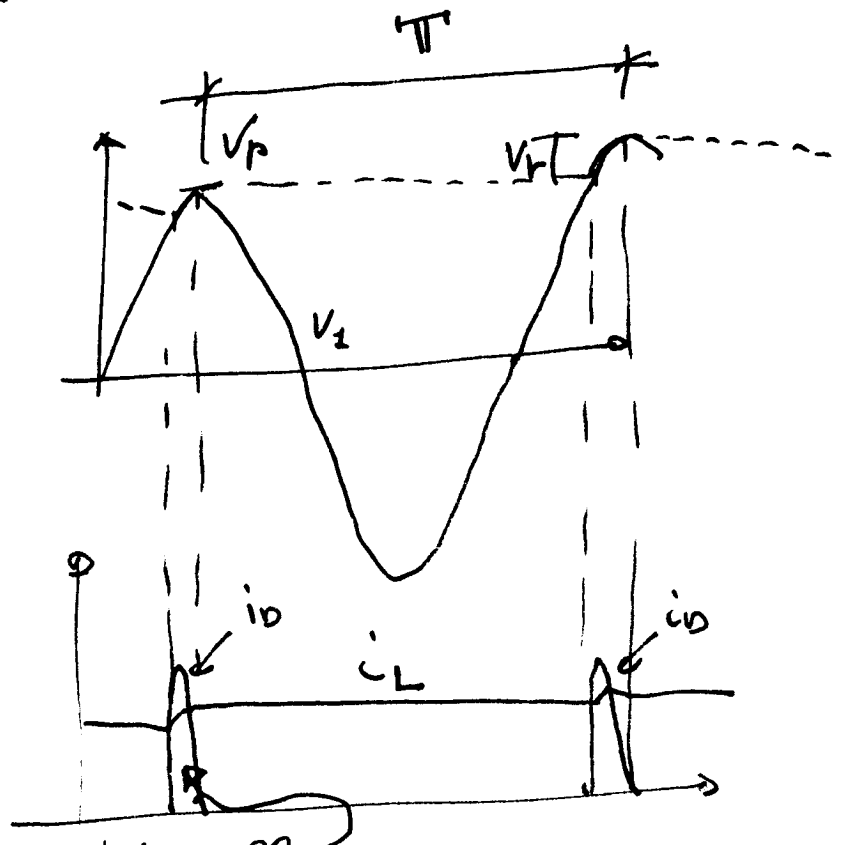
tutte le semionde raddrizzate

filtri.

Principio.



$RC \gg T$



- Diodo conduce in un breve intervallo
- Durante ~~la~~ ~~semionda~~ periodo C si carica su R (RC)
- $V_p - V_r = \text{ripple}$
- I_L quasi costante $= \frac{V_p}{R}$

$$V_0 = V_p - \frac{1}{2} V_r \quad V_0 = V_p e^{-t/RC}$$

Alle fine della scarica :

$$V_p - V_r \sim V_p e^{-T/RC}$$

$$\text{Poi} \text{ } RC \gg T \Rightarrow e^{-T/RC} = 1 - \frac{T}{RC}$$

$$\Rightarrow V_r = V_p \frac{T}{RC}$$

$$V_r = V_p / f \cdot RC \quad \text{A} \quad \Delta V \rightarrow \text{ripple} \approx V_r$$

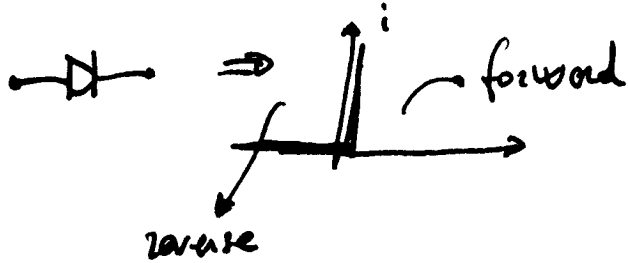
o più semplicemente :

$$I_L = C \frac{\Delta V}{\Delta t}$$

$$\frac{V_p}{R}$$

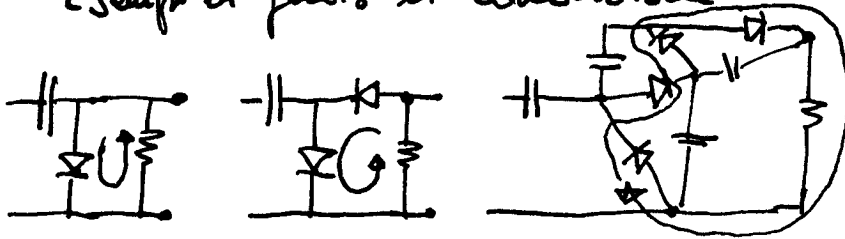
Diodi.

- elemento non lineare - rettificatore



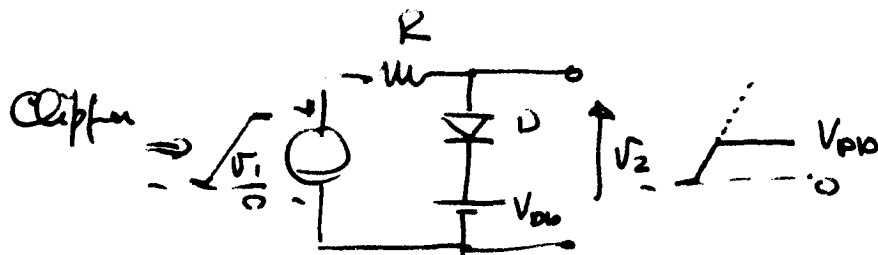
caratteristiche
ideale: conduzione
in un unico verso

Esempi di passi di conduzione:



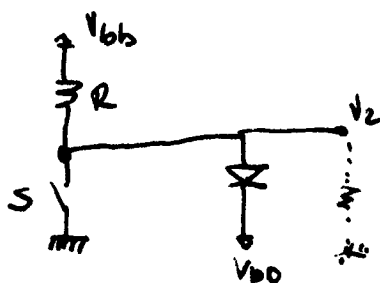
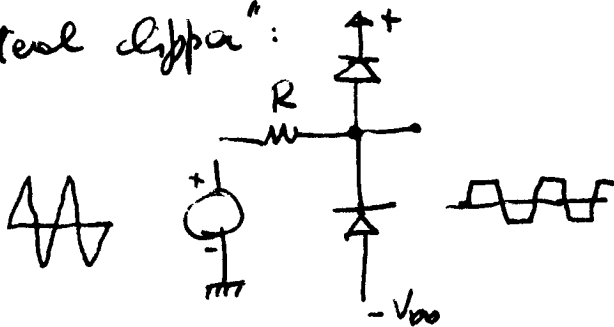
Circuiti "clippers" → limitano una tensione

Circuiti "pickoff" → trasmettono solo il segnale che eccede una soglia

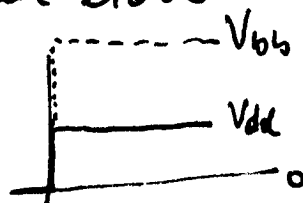


"standardizzare gli
impulsi"

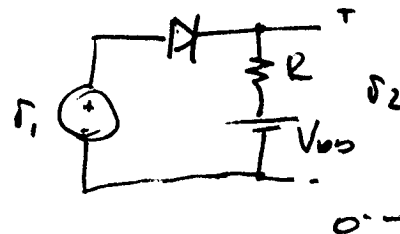
"bilateral clipper":



lo switch cambia v_2 da 0 a V_{DD} senza diodo
e V_{DD} con diodo



- Pick-off.

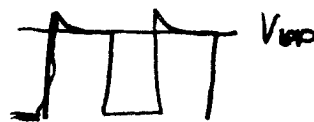
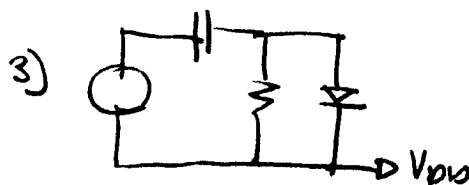
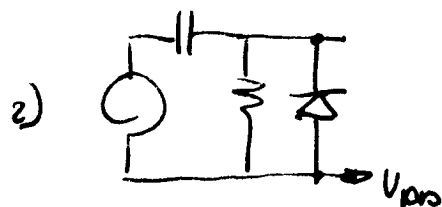
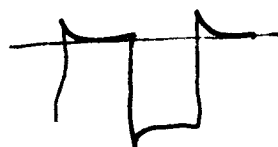
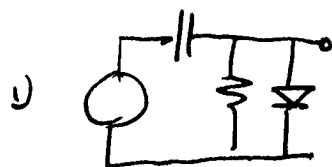


de $V_1 < V_{DD} \Rightarrow V_2 = 0$

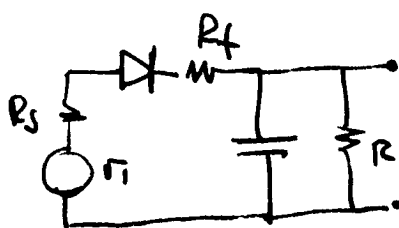
$V_{DD} / R \quad V_1 > V_{DD} \Rightarrow V_2 \neq 0$

utili per eliminare piccoli segnali (ovvero rumore)

- Dispositi con elementi non lineari:



Pulse sketching



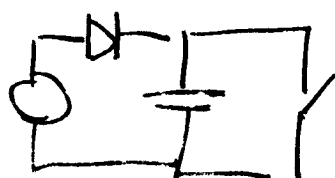
— V_1
- - - V_2

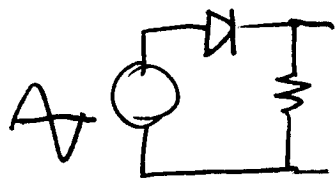
C si carica con costante di tempo $(R_1 + R_2)C$



- la scarica avviene attraverso R uolto per provare $\Rightarrow$ decadimento lungo.

- la scarica può avvenire anche con interrutto:





conduce solo su una semi-onda

Caratteristiche termiche della p-n junction:

Regione diretta

$$i = I_S (e^{V/nV_T} - 1)$$

I_S = cte per un dato diodo

$$V_T = \text{thermal voltage} = \frac{kT}{q}$$

$$20^\circ\text{C} \quad V_T = 25\text{mV}$$

$n = 1 \div 2$ dipende da diodo e materiali.

per larghe correnti e tensioni $i = I_S e^{V/nV_T}$

$$V = nV_T \ln \frac{i}{I_S}$$

$$V_2 - V_1 = nV_T \ln \frac{I_2}{I_1} \quad \text{per diodi (figura 10)} \quad \Delta V = 60\text{mV}$$

Regione inversa

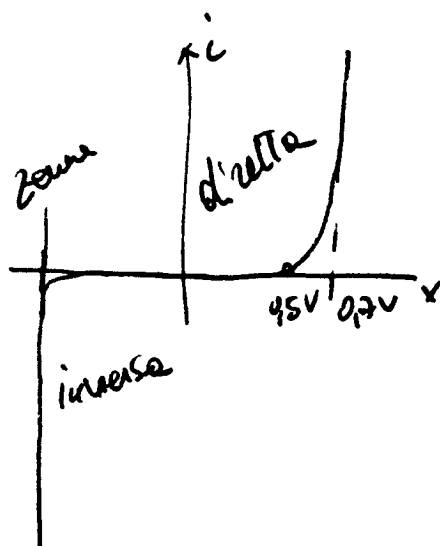
se V opposta e poche volte $> V_T \Rightarrow i = -I_S \Rightarrow$

I_S = corrente di saturazione.

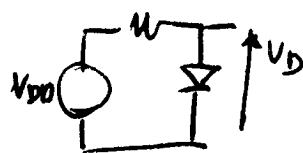
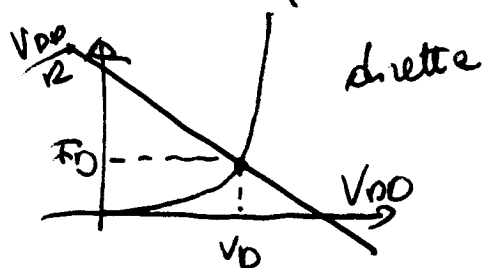
Successive regioni $\rightarrow$ breakdown

$\Rightarrow$ Zener

regione non distruttiva se la corrente viene limitata



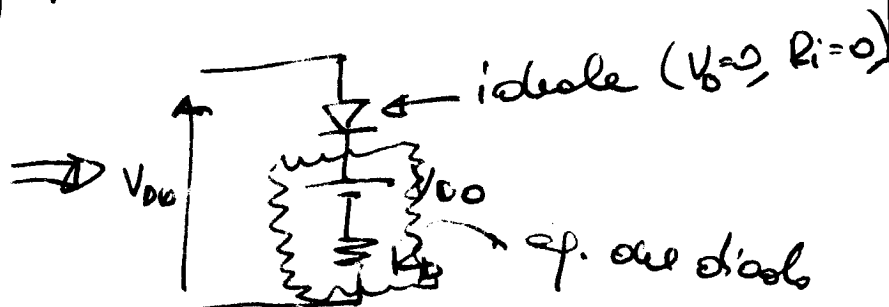
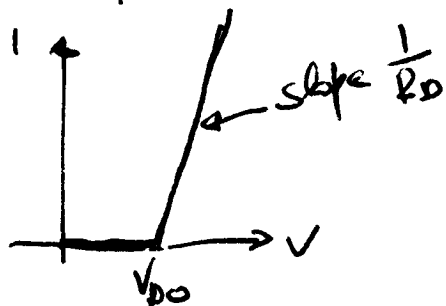
Soluzione grafica:



oppure analiticamente fissando $V_D = 0.7 \text{ V}$

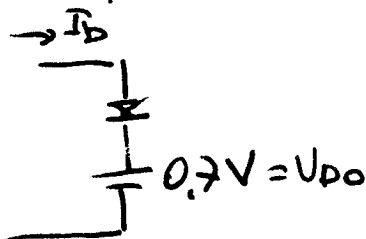
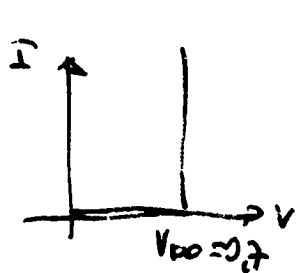
$$I_D = \frac{V_{DD} - 0.7}{R}$$

- oppure modello semplificato di diodo:



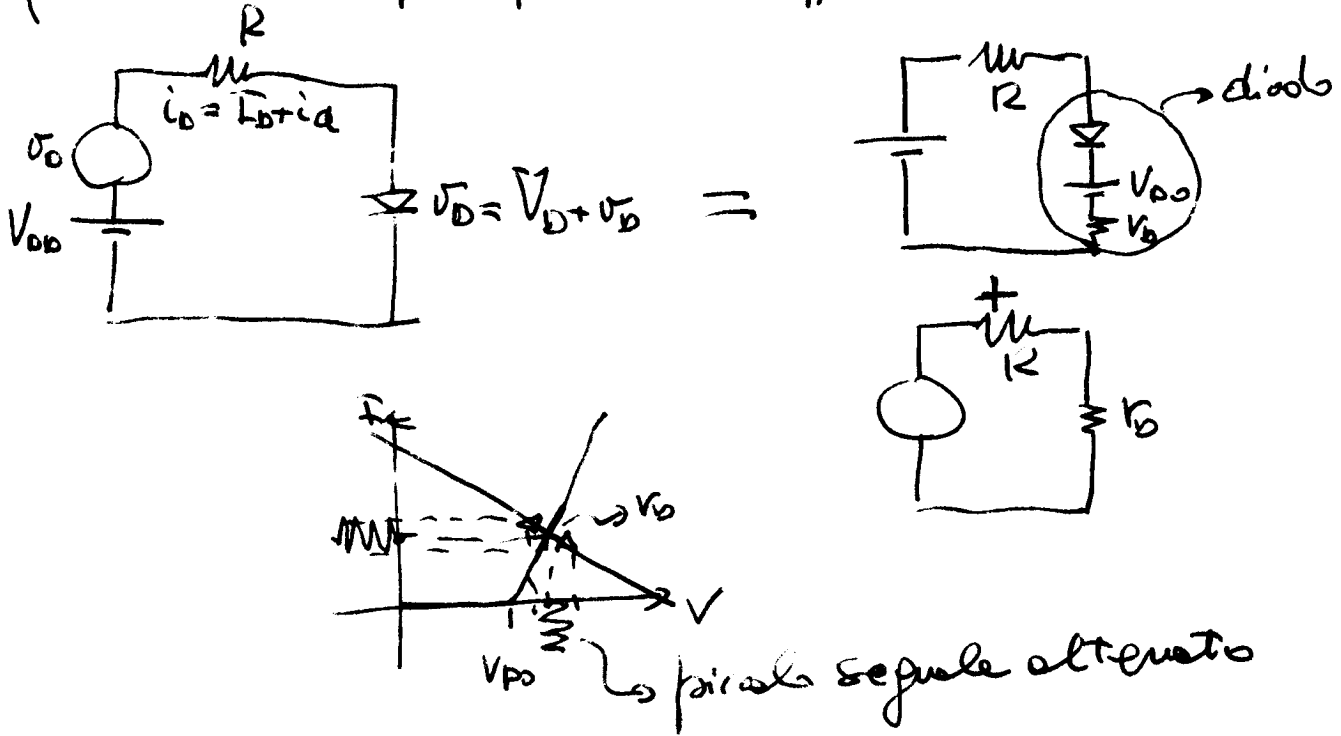
$$I_D = \frac{V_{DD} - V_{D0}}{R + V_{D0}}$$

- modello ancora più semplificato:

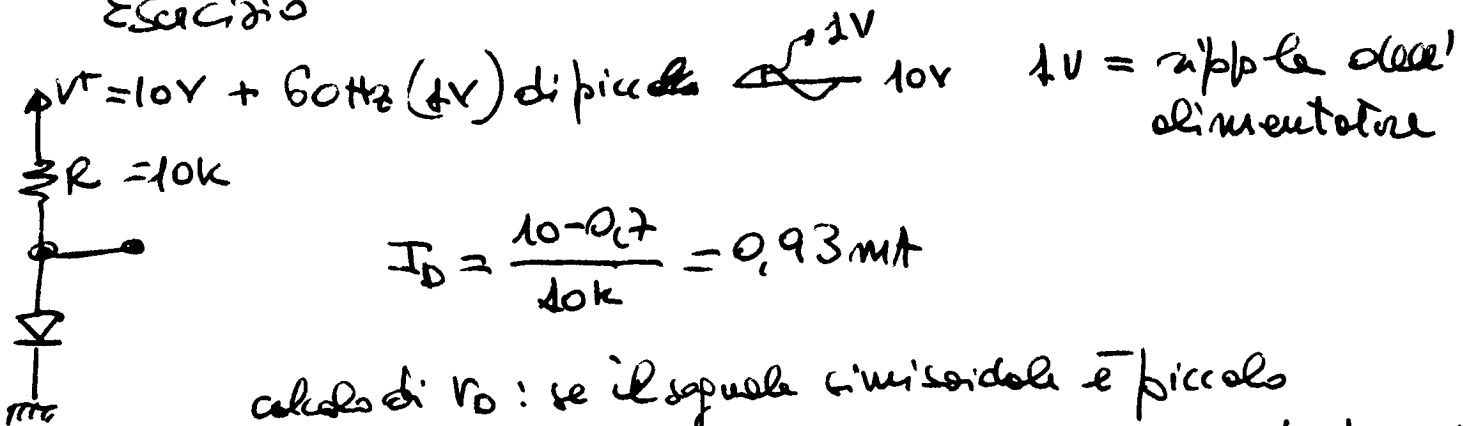


$$I_D = \frac{V_{DD} - 0.7}{R}$$

Se sul punto di lavoro (V_D, I_D) si sovrappone un segnale alternato (modello per piccoli segnali) allora si può invocare il principio di sovrapposizione:



Esercizio



$$I_D = \frac{10 - 0.7}{10k} = 0.93 \text{ mA}$$

calcolo di r_D : se il segnale è sinusoidale e piccolo

(modello per piccoli segnali). $\frac{v_D}{nV_T} \ll 1$. Si esprime l'espressione

$$i_D = I_D \cdot e^{\frac{v_D}{nV_T}} \approx I_D \left(1 + \frac{v_D}{nV_T} \right) \Rightarrow \frac{\partial i_D}{\partial v_D} \Rightarrow r_D = \frac{nV_T}{I_D} \quad \text{per } n=2 \rightarrow \frac{2 \times 25}{0.93}$$

$$\text{La tensione sul diodo è } 2 \cdot \frac{r_D}{R + r_D} (\text{picco-picco}) = 53.8 \Omega$$

$$= 10.7 \text{ mV}$$

⇒ attenuazione del segnale

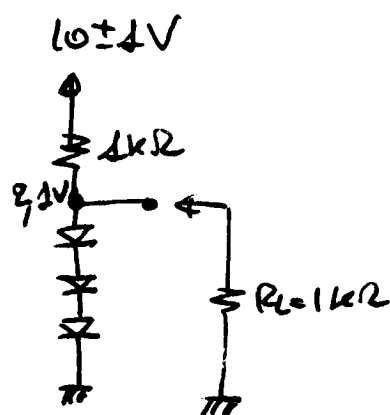
Un regolatore di tensione è un circuito che fornisce una costante d.c. voltage. Deve essere costante indipendentemente da:

- cambiamenti delle carichi di carico
- cambiamenti del d.c. alimentazione

In diretta il diodo da 0,7V $\Rightarrow$ semplice regolatore e come visto con forte riduzione del ripple.

Tensioni massime di 0,7 si ottengono sommando più diodi.

Esempio:



1) Senza carico: $I = \frac{10 - 2.1}{1} = 7.9 \text{ mA}$

resistenza di ogni diodo: $V_d = \frac{n V_T}{I}$
 per $n=2 \Rightarrow V_d = \frac{2 \times 25}{7.9 \text{ mA}} = 6.35 \Omega$

$r_t = 6.35 \Omega \times 3 = 18.9 \Omega$

ripple (picco-picco) = $2 \frac{r}{r + R} = 37.1 \text{ mV} \pm 18.5 \text{ mV}$
 ripple

2) Con carico

Il carico assorbe $\frac{2.1 \text{ V}}{1 \text{ k}\Omega} = 2.1 \text{ mA}$ per cui da 7.9 mA

si dividono nei diodi (5.8 mA) e il carico (2.1 mA).

riduzione della tensione sui diodi = $2.1 \times r = 39.7 \text{ mV}$.