

funzione periodica = termine costante (valore medio) +
funzione sinusoidale di frequenza f (fondamentale) +
infinita funzioni sinusoidali di frequenza multiple di f
(armoniche).

$$f(t) = A_0 + \sum_1^{\infty} A_n \cos n\omega t + \sum_1^{\infty} B_n \sin n\omega t$$

$$o \quad f(t) = A_0 + \sum_1^{\infty} C_n \sin(n\omega t + \varphi_n)$$

$$A_0 = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) dt$$

$$A_n = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \cos n\omega t dt$$

$$B_n = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \sin n\omega t dt$$

$$C_n = \sqrt{A_n^2 + B_n^2}$$

$$\varphi_n = \arctg \frac{B_n}{A_n}$$

$$T = \text{periodo}$$

- Determinazione di A_n

Integrando $f(t)$ tra 0 e T :

$$\int_0^T f(t) dt = \int_0^T A_0 dt + \int_0^T \sum_1^{\infty} A_n \cos n\omega t dt + \int_0^T \sum_1^{\infty} B_n \sin n\omega t dt$$

$\downarrow$ $\downarrow$
 $=0$ $=0$

$$\int_0^T f(t) dt = A_0 T \Rightarrow A_0 = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) dt$$

- Determinazione di generico coefficiente A_n

$$\begin{aligned} f(t) \times \cos k\omega t &= \\ &= \int_0^T f(t) \cos k\omega t dt = \int_0^T A_0 \cos k\omega t dt + \int_0^T \sum_1^{\infty} A_n \cos k\omega t \cos n\omega t dt + \\ &+ \int_0^T \sum_1^{\infty} B_n \sin n\omega t \cos k\omega t dt = \int_0^T \sum_1^{\infty} A_n \frac{\cos(n+k)\omega t + \cos(n-k)\omega t}{2} dt \\ &+ \int_0^T \sum_1^{\infty} B_n \frac{\sin(n+k)\omega t + \sin(n-k)\omega t}{2} dt \end{aligned}$$

$\downarrow$ $\downarrow$
 $=0$ $=0$

$\hookrightarrow \frac{T}{2} A_n$