

LA FISICA DEI DISPOSITIVI

Per la conoscenza del comportamento dei dispositivi elettronici è indispensabile riprendere i fondamenti fisici che li riguardano.

§4.1. Elementi di struttura della materia

La prima cosa da fare è rivedere i concetti fondamentali ed elementari di struttura della materia.

§4.1.1 La struttura dell'atomo

L'atomo di un elemento è caratterizzato da un nucleo centrale e da elettroni che ruotano attorno ad esso.

Fornendo energia, in qualche modo, ad un atomo, questi si eccita, assorbendola. Ma in un secondo momento questa energia viene riemessa sotto forma di fotoni. Ogni elemento emette un ben preciso insieme di frequenze, detto spettro. Nella Fig.4.1-1 è mostrato lo spettro di emissione dell'idrogeno ricavato sperimentalmente dai ricercatori.

$$\text{Poiché} \quad E = h \nu = h \frac{c}{\lambda}, \quad [4.1-1]$$

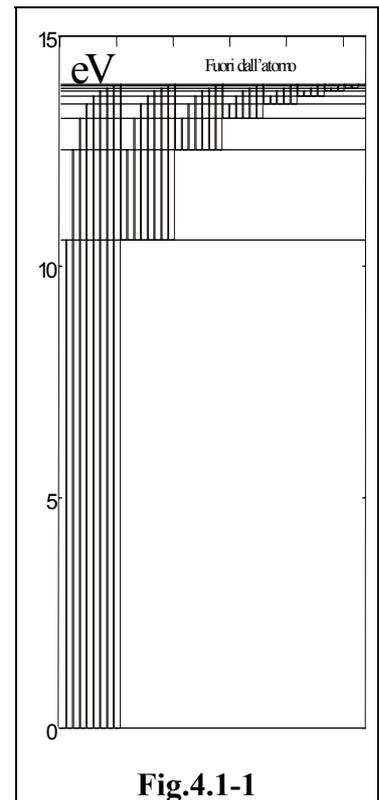
ad ogni fotone emesso corrisponde una precisa energia, anche essa rappresentata nello spettro. h è la *costante di Plank*, ν è la *frequenza* del fotone, c è la *velocità della luce nel vuoto* e λ è la *lunghezza d'onda* del fotone. Le costanti fisiche che più ci interessano sono tabulate in App.4.1

La spiegazione di questo fenomeno è legata alla natura della materia, e cioè il suo essere insieme onda e corpuscolo. Gli elettroni rotanti attorno all'atomo debbono soddisfare l'equazione di Shödinger e la relazione di De Broglie. Studiando il problema con i metodi della meccanica quantistica si ricava che gli elettroni possono avere valori di energia solo ben definiti e discreti. Altri valori sono proibiti.

L'elettrone ruota attorno al nucleo nel potenziale coulombiano che può avere soltanto certi livelli energetici permessi, e cioè

$$E_n = -\frac{Z^2 m_0 q^4}{8 \epsilon_0^2 h^2 n^2}, \quad [4.1-2]$$

dove n è un intero positivo, Z è il numero atomico, m_0 , $-q$, h , ϵ_0 sono, rispettivamente, la massa dell'elettrone, la sua carica, la costante di Planck e la costante dielettrica del vuoto. I valori ottenuti da questa espressione per $Z = 1$, e cioè per l'atomo d'idrogeno, corrispondono ai livelli energetici



relativi alla Fig.4.1-1 fra i quali sono i salti energetici consentiti. A temperatura vicino allo zero assoluto soltanto il livello più basso è occupato. Ad ogni n corrisponde un'orbita che, in una prima approssimazione, può essere considerata circolare e di raggio r_n

$$r_n = n^2 \frac{h^2}{4\pi^2 m_0 q^2 Z} = n^2 \frac{0.53}{Z} 10^{-9} \text{ m}, \quad [4.1-3]$$

Aumentando n , le orbite diventano più larghe, la distanza dal nucleo diventa superiore e l'energia dell'elettrone è sempre più piccola. Per $n \rightarrow \infty$, $E \rightarrow 0$, il che corrisponde all'elettrone definitivamente allontanato dal nucleo.

Nel caso di atomi con $Z > 1$ la situazione diventa più complicata. A temperature ordinarie gli Z elettroni occupano le orbite con n più piccolo.

Per gli elettroni vale il principio di **esclusioni di Pauli** che afferma che non è possibile che elettroni in qualche modo interagenti abbiano la stessa energia. In effetti un elettrone oltre al movimento di rivoluzione attorno al nucleo ha un movimento di rotazione su se stesso, detto **spin**. Possono coesistere soltanto due elettroni con la stessa energia ma con spin $s = \pm 1/2$ opposto. In realtà la situazione è più complicata e senza entrare in maggiori dettagli diciamo che bisogna considerare altri due numeri quantici oltre a n e s . Per questa trattazione si rimanda a testi specializzati. Ciò comporta che con $n = 1, 2, 3, 4, \dots$ possono esistere fino a orbite con al massimo 2, 8, 10, 18, ... elettroni per orbita. Gli elementi che hanno l'ultima orbita completa sono particolarmente stabili e sono in effetti i gas nobili.

Avviciniamo due atomi. Gli elettroni dell'orbita con n maggiore e quindi più esterni, sono quelli meno legati al proprio nucleo e sono più distanti da esso. Sono questi a risentire anche dell'azione del campo coulombiano dell'altro nucleo. Pertanto la loro energia si modifica leggermente. Poiché in ogni caso la distanza di un elettrone dal nucleo di un atomo vicino è molto superiore a quella dell'atomo di appartenenza l'interazione è modesta e l'energia varia soltanto di poco. In tal modo viene soddisfatto il principio d'esclusione di Pauli. Ai fini della determinazione delle proprietà elettriche soltanto gli elettroni appartenenti all'orbita più esterna ci interessano.

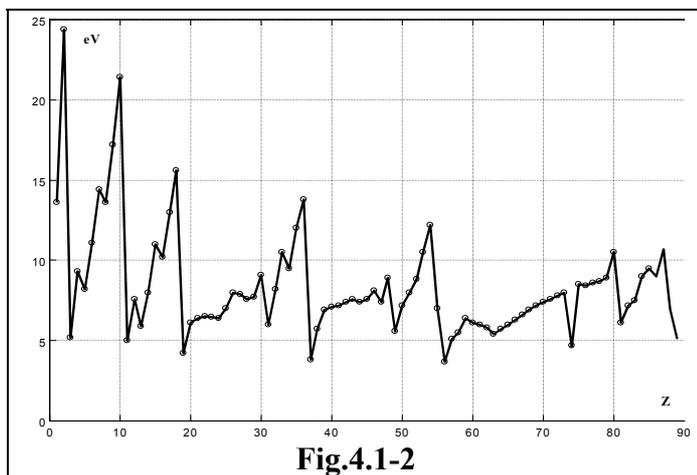


Fig.4.1-2

In accordo con quanto detto è la dipendenza **dell'energia di ionizzazione** dal numero atomico. Tale energia è quella necessaria per estrarre l'elettrone più periferico e portarlo lontano dalla zona d'influenza del nucleo.

I gas nobili, con la loro struttura particolarmente stabile, mostrano la massima energia di ionizzazione. I metalli, che hanno tendenza a liberarsi con facilità degli elettroni, hanno, invece, la minore energia di ionizzazione. In Fig.4.1-2 è mostrata l'energia di ionizzazione degli atomi neutri rispetto al

numero atomico.

§4.1.2 La teoria delle bande nei solidi

Nei solidi cristallini la vicinanza tra gli atomi dei vari elementi che li costituiscono stabilisce una forte interazione fra le varie parti del solido con regole ben precise. Le strutture ripetitive che si vengono a determinare dipendono dalla composizione del solido stesso. Tipiche è note sono la struttura cubica (fosforo), quella cubica a corpo centrato (sodio), quella a diamante (carbonio, silicio, germanio), la zincoblenda (arseniuro di gallio), quella cubica a faccia centrata (alluminio, oro). Si tratta sia di metalli che di semiconduttori.

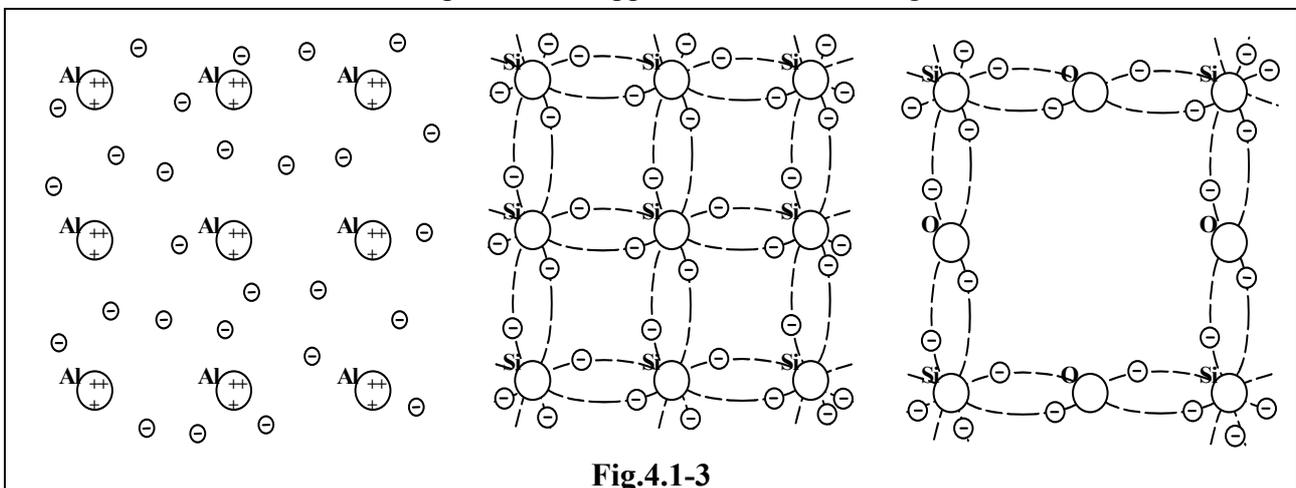
Alle righe, in energia, degli spettri atomici, corrispondono i soli livelli energetici permessi agli elettroni degli atomi isolati. Avvicinando gli atomi essi interagiscono. Se gli atomi sono dello stesso elemento, il principio di esclusione di Pauli impedisce che i livelli energetici restino gli stessi. Si ha uno scorrimento dei livelli l'uno rispetto all'altro. Consideriamo il livello energetico E_n più esterno che è quello ad essere interessato all'interazioni con gli atomi vicini nel cristallo. Se N atomi dello stesso elemento interagiscono il livello E_n di partenza si divide in N livelli differenti nei quali possono stare fino a $2N$ elettroni (a causa dello spin c'è il fattore 2). Se N è sufficientemente grande, come avviene in cristallo, anche se piccolissimo (un cubetto di silicio di lato $1\ \mu\text{m}$ contiene circa 10^{10} atomi) si produce un continuo di livelli detto **Banda di Energia**. Qualcosa di analogo avviene per i solidi costituiti da più elementi diversi. Per ogni solido cristallino si ha una ben precisa forma della banda, ricavabile con i metodi della meccanica quantistica. Non ci inoltreremo in questa trattazione. Piuttosto ne utilizzeremo i risultati.

Sono gli elettroni dell'orbita più esterna ad essere implicati nelle reazioni chimiche. Pertanto essi prendono il nome di **elettroni di valenza**. Quando l'ultima orbita è molto parzialmente occupata l'elemento tende a perdere elettroni ed è un **metallo**. Se, invece è quasi totalmente piena tende a catturarli e si tratta di un **non-metallo**. Come abbiamo già detto se l'ultima orbita è piena l'elemento è stabile e si tratta di **gas nobile**.

I livelli energetici inferiori vengono occupati dagli **elettroni di valenza**. Questi livelli competono agli elettroni dell'ultima orbita che ruotano attorno all'atomo e partecipano al legame con gli atomi vicini potendosi muovere soltanto fra di loro. Essi determinano una banda, detta **Banda di Valenza**. I livelli energetici superiori della **Banda di Conduzione** sono per gli elettroni che nel cristallo stanno a distanza molto grande dall'atomo e possono vagare all'interno del reticolo cristallino. E pertanto possono, eventualmente, partecipare alla conduzione. È anche possibile che esista una zona di energie vietate detta **gap** oppure **banda proibita**. Nessun elettrone del solido può avere energie comprese in questo intervallo. Tuttavia se ad un elettrone della banda di valenza viene fornita energia sufficiente a superare il gap esso passa in banda di conduzione e può partecipare alla conduzione.

La situazione dei livelli energetici che si crea nel solido è esclusivamente determinata dal passo reticolare e dalla composizione chimica e metallurgica del cristallo. Tuttavia tre comportamenti tipici possono essere rilevati. L'energia necessaria per portare gli elettroni dalla banda di valenza a quella di conduzione è notevole negli isolanti. Il gap è alto. Invece, nei semiconduttori è basso. Nei metalli non c'è confine fra le due bande e l'energia del reticolo è sufficiente ad allontanare elettroni dal nucleo. Una grande quantità di essi vaga all'interno del reticolo e può partecipare alla conduzione.

Nei tre casi, la situazione può essere rappresentata come in Fig.4.1-3. In ordine, da sinistra a



destra, un metallo come l'alluminio, un semiconduttore come il silicio ed un isolante come l'ossido di silicio.

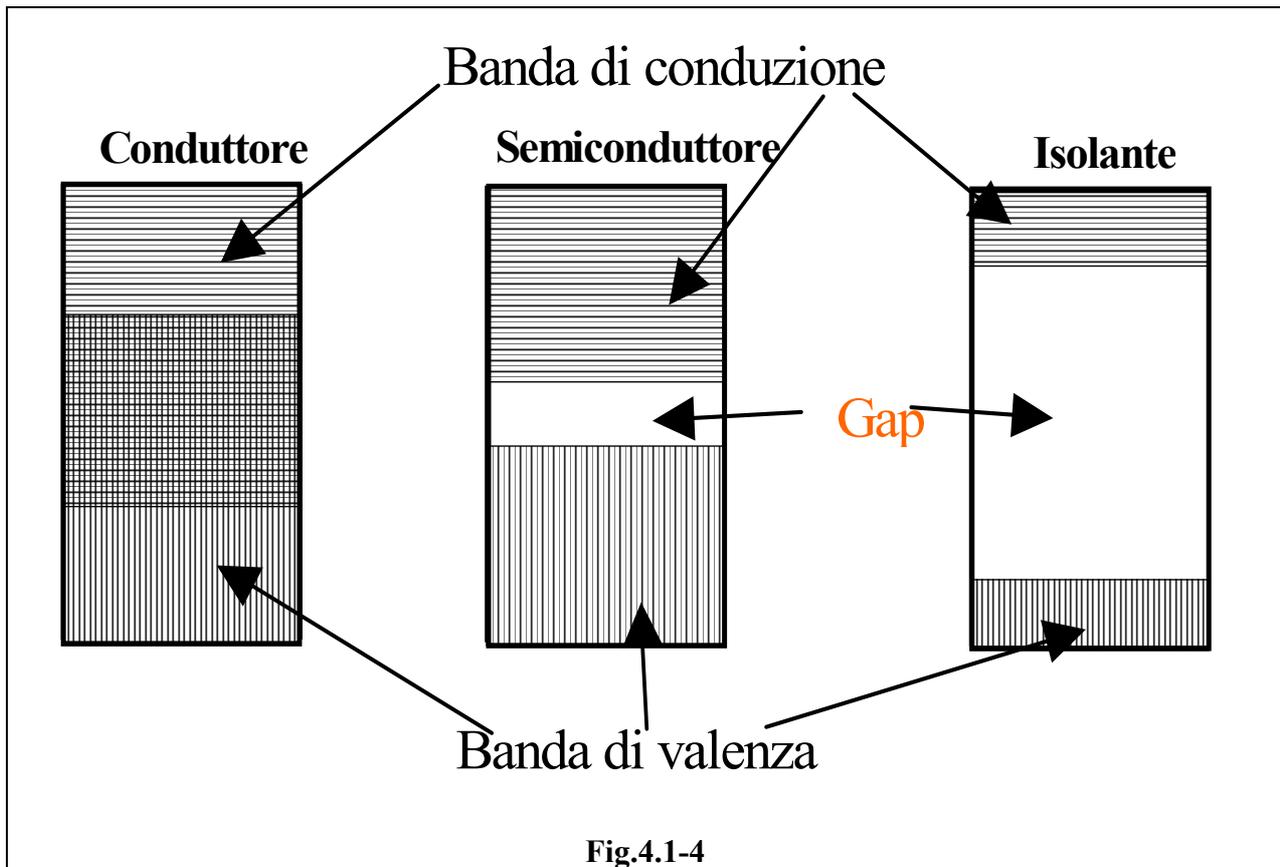


Fig.4.1-4

Anticipiamo sinteticamente quello che più avanti sarà discusso in dettaglio. Ci aiutiamo con la Fig.4.1-4.

Nei conduttori le due bande si sovrappongono e gli elettroni di valenza formano un mare di elettroni liberi all'interno del reticolo.

Il gap dei semiconduttori è piccolo. Anche a temperatura ambiente elettroni saltano dalla banda di valenza a quella di conduzione. Ma, per ogni elettrone libero, si produce, in banda di valenza, una mancanza di elettrone, detta *lacuna*. La valenza non più saturata dell'atomo che ha perso l'elettrone può essere saturata da un elettrone di un atomo vicino, che a sua volta, ora manca di un elettrone e quindi, adesso, la lacuna si è spostata su questo altro atomo. Si ha, allora, uno spostamento della mancanza dell'elettrone. È come se una carica, con la stessa quantità di carica di un elettrone, ma di segno opposto, si fosse spostato dal secondo atomo al primo. Nei semiconduttori la corrente, può essere portata sia dagli elettroni che dalle lacune (positive).

Negli isolanti gli elettroni di valenza costituiscono un forte legame con gli elettroni degli atomi prossimi. È necessaria una energia elevata per rompere questi legami e mandare elettroni in banda di conduzione. Il gap è molto alto. A basse temperature, con campi elettrici modesti, non è possibile fare saltare agli elettroni il gap ed il materiale è isolante. Se si alza di molto la temperatura, oppure si applica un campo elettrico superiore alla rigidità dielettrica, l'isolante perde le sue proprietà. Anche la presenza di imperfezioni reticolari nel cristallo, introducendo livelli nella banda proibita, abbassa le proprietà di isolamento dei materiali dielettrici.

§4.2. I metalli

Studiamo la distribuzione dell'energia potenziale degli elettroni nei metalli. Si osservi la Fig.4.2-1. Con **A**, **B**, **C** e **D** sono indicate le posizioni di equilibrio dei quattro atomi più esterni. **A** sta sulla superficie. Ogni atomo, con il suo campo coulombiano, contribuisce all'energia potenziale. Un elettrone posto al livello energetico E_1 non ha energia sufficiente per superare la barriera e resta vicino al nucleo. L'elettrone al livello E_2 può muoversi dentro il metallo come se si trovasse su una superficie equipotenziale. Esso si muove con velocità media più elevata quanto maggiore è la sua energia. Quando si avvicina alla superficie il campo degli atomi periferici lo ricaccia indietro. L'elettrone si trova in una buca di potenziale. Però, se riesce ad acquistare energia sufficiente, livello E_3 , supera la barriera offerta dalla superficie ed esce dal metallo. Per schematizzare il comportamento degli elettroni di un metallo si può rappresentare il volume dello stesso come una buca equipotenziale ma con una barriera di potenziale alla sua superficie, come mostrato in Fig.4.2-2.

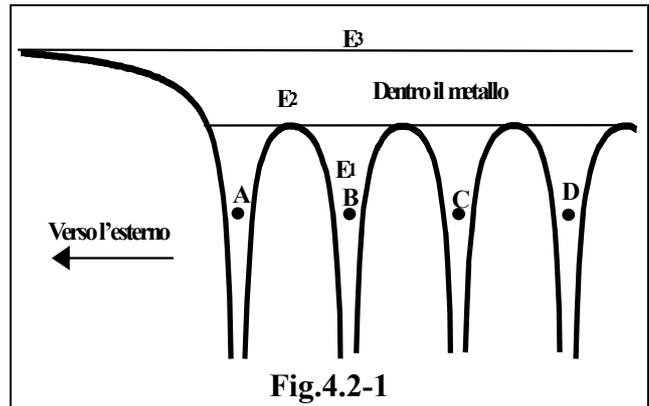


Fig.4.2-1

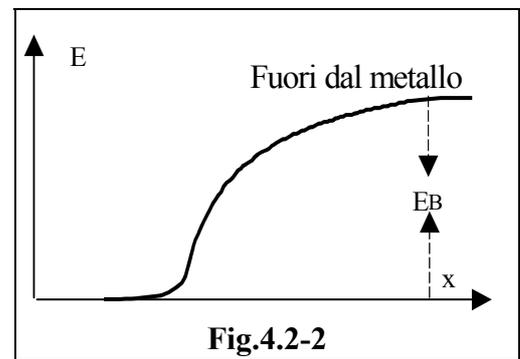


Fig.4.2-2

§4.2.1 Distribuzione dell'energia degli elettroni liberi

Per determinare le proprietà elettriche dei solidi ci interessa conoscere la situazione della concentrazione degli elettroni in funzione dell'energia.

Si definisce $dn = \rho dE$, [4.2-1]

dove dn è il numero di elettroni per unità di volume la cui energia sta nell'intervallo dE di E . La quantità ρ è la densità degli elettroni in questo intervallo sempre per unità di volume. Questa densità può essere ricavata come il prodotto di due funzioni e cioè

$\rho = N(E) F(E)$. [4.2-2]

La funzione $N(E)$ è detta la funzione degli **stati disponibili** mentre la $F(E)$ è la funzione di **probabilità di occupazione di stati**.

§4.2.2 La densità degli stati

La funzione $N(E)$ del numero degli stati disponibili, per unità di volume, nei materiali conduttori è [SM]

$N(E) = \gamma \sqrt{E}$, [4.2-3]

con $\gamma = \frac{4\pi}{h^3} (2m_e')^{3/2}$. [4.2-4]

m_e' è la cosiddetta **massa efficace dell'elettrone**. Nel sistema M.K.S. $\gamma = 1.06 \cdot 10^{56} J^{-1/2}/m^3$. Per il campo di forza, l'elettrone nel metallo è come se galleggiasse in un mare e la sua massa è di poco differente da quella propria dell'elettrone lontano dalla struttura cristallina. La densità degli stati di un metallo è rappresentata nella figura accanto.

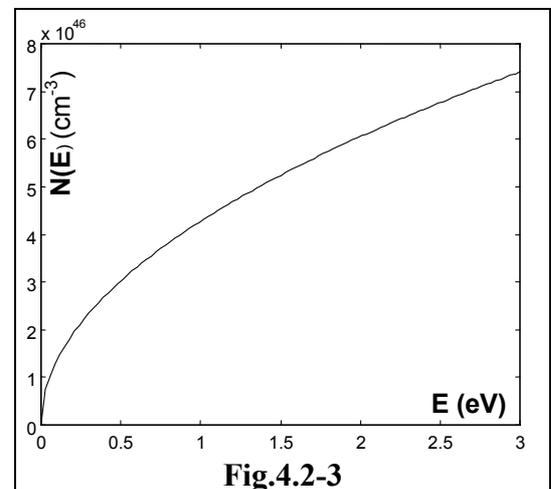


Fig.4.2-3

§4.2.3 La distribuzione di Fermi

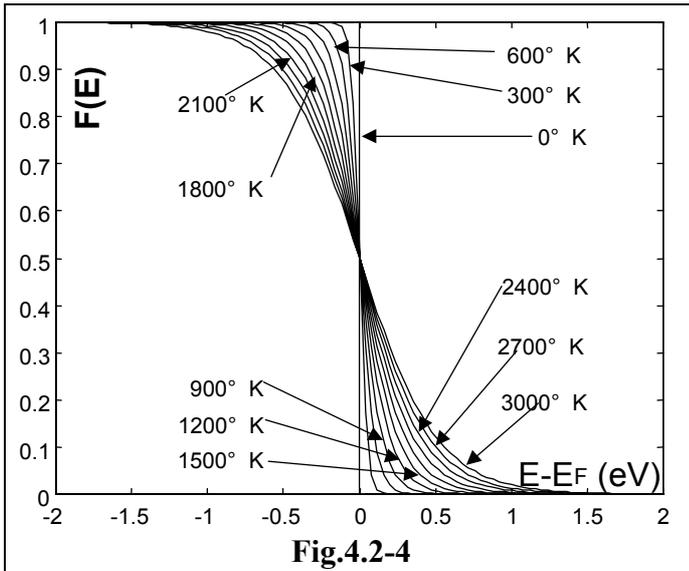


Fig.4.2-4

essa si riduce ad una spezzata. La probabilità di avere elettroni a 0°K, con energia superiore ad EF è nulla, mentre di averne con energia inferiore a EF è unitaria. Nei metalli EF rappresenta la massima energia che un elettrone può avere a 0°K.

Da considerazioni statistiche Fermi ha ricavato che la probabilità che un elettrone ha di occupare uno stato a livello E è

$$F(E) = \frac{1}{1 + e^{(E-E_F)/kT}}, \quad [4.2-5]$$

k è la *costante di Boltzman*, T la temperatura assoluta e EF prende il nome di *Livello di Fermi*. Poiché per E = EF, F(E) = 1/2, indipendentemente dalla temperatura, EF rappresenta l'energia per la quale la probabilità di occupazione dello stato è 0.5. La funzione di distribuzione F(E) prende il nome di *Funzione di Fermi*.

La Fig.4.2-4 mostra la funzione di Fermi per vari valori di T. Allo zero assoluto

§4.2.4 La concentrazione degli elettroni liberi nei metalli

Allora, dalla [4.2-2], tenendo presenti le [4.2-3] e la [4.2-5]

$$\rho = N(E) F(E) = \frac{\gamma \sqrt{E}}{1 + e^{(E-E_F)/kT}}, \quad [4.2-6]$$

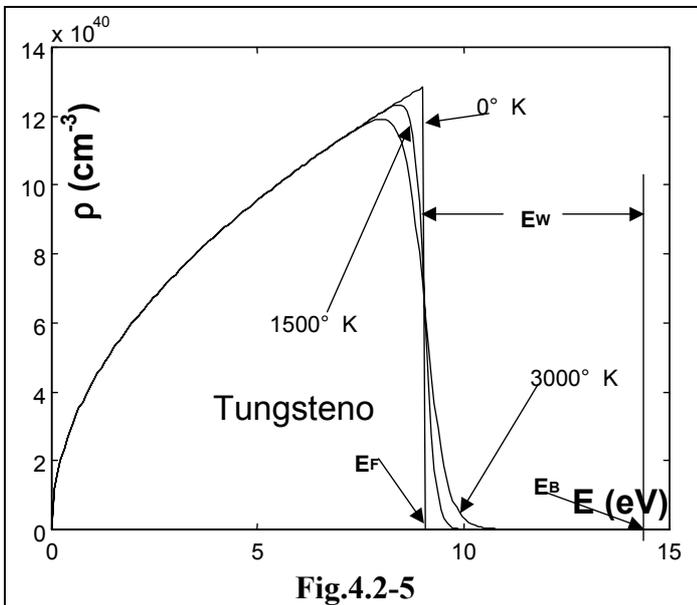


Fig.4.2-5

Poiché per E = EF, F(EF) = 1/2, allora, indipendentemente da T

$$\rho(E_F) = \frac{\gamma \sqrt{E_F}}{2}, \quad [4.2-7]$$

Allo zero assoluto

$$\rho(E) = \begin{cases} \gamma \sqrt{E} & \text{per } E < E_F \\ 0 & \text{per } E > E_F \end{cases}, \quad [4.2-8]$$

La Fig.4.2-5 mostra la distribuzione rho in un metallo come i tungsteno a 0 °K, 1550 °K e 3000 °K. Si nota che, all'aumentare della temperatura, solo gli elettroni più energetici, cioè quelli con energia più prossima ad EF, sono interessati alle variazioni di energia. Sono essi che si spostano da sinistra a destra nella figura.

Integrando la [4.2-1] si ottiene la concentrazione degli elettroni liberi cioè il numero di elettroni liberi per unità di volume

$$n = \int_0^\infty dn = \int_0^\infty \rho(E) dE. \quad [4.2-9]$$

Tale concentrazione è indipendente dalla temperatura. Quest'ultima fa solo variare la distribuzione energetica, non il numero degli elettroni liberi. Allora la concentrazione può essere calcolata a 0 °K. Quindi dalla [4.2-8], tenendo presente che per E > EF, rho(EF) = 0

$$n = \int_0^{E_F} \gamma \sqrt{E} dE = \frac{2}{3} \gamma \left| E^{3/2} \right|_0^{E_F} = \frac{2}{3} \gamma E_F^{3/2}. \quad [4.2-10]$$

Da questa
$$E_F = \left(\frac{3n}{2\gamma} \right)^{2/3}. \quad [4.2-11]$$

Il livello di Fermi E_F di un metallo può essere determinata conoscendo la sua densità d , il numero di elettroni l che ogni atomo libera, ed il suo peso atomico P . Poiché il numero di Avogadro $A = 6.02 \cdot 10^{23}$ è il numero di atomi di un metallo contenuto in quantità di materia pari ad un peso atomico P si ricava che $n = A d l / P$. Questa, sostituita nella [4.2-11] consente di ricavare il livello di Fermi nei metalli. Cioè

$$E_F = \left(\frac{3A d l}{2\gamma P} \right)^{2/3}. \quad [4.2-12]$$

Per esempio, nel tungsteno $d = 18.8 \cdot 10^3 \text{ Kg/m}^3$, $l = 2$ e $P = 184$. Applicando le [4.2-10] e [4.2-11] si ricava $n = 1.23 \cdot 10^{23} / \text{cm}^3$, ed $E_F = 9 \text{ eV}$.

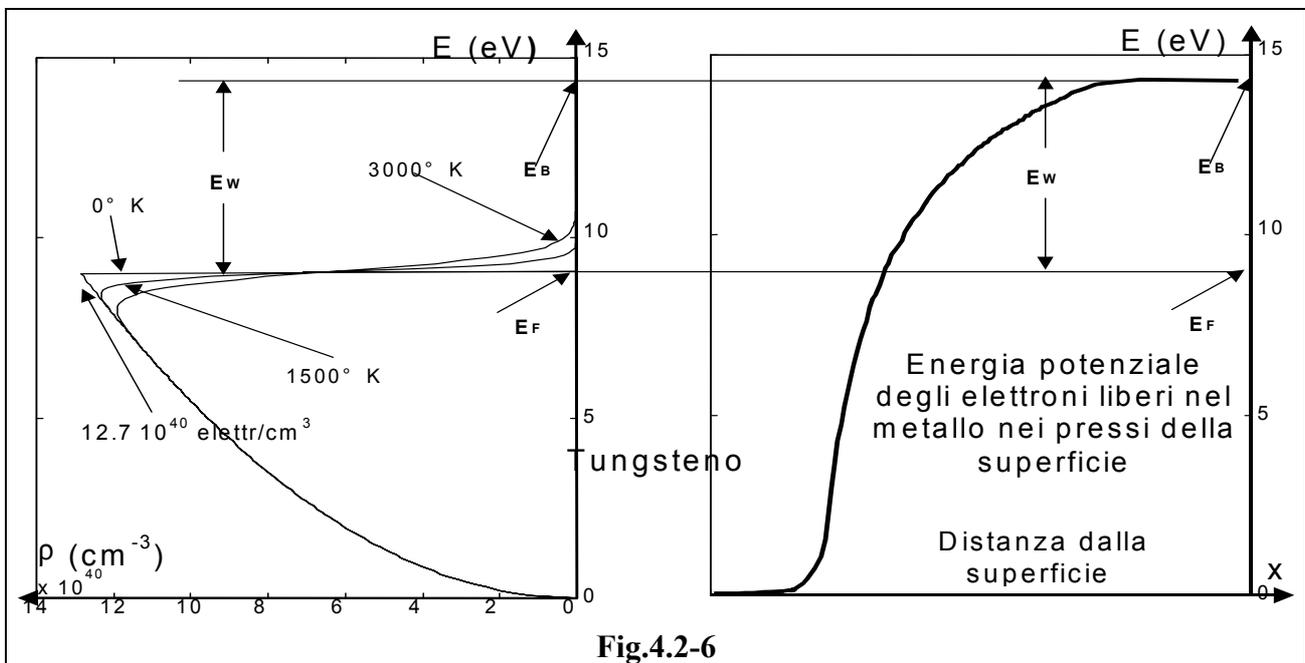


Fig.4.2-6

Torniamo un momento indietro e colleghiamo le due Figure 4.2-2 e 4.2-5. Si ottiene la Fig.4.2-6. E_w è il potenziale d'estrazione. Mentre allo zero assoluto nessun elettrone può uscire dalla buca di potenziale, la probabilità che ciò avvenga aumentando la temperatura è diversa da zero e cresce con la stessa. Questo fenomeno spiega l'emissione termoelettronica dei metalli utilizzata nei catodi dei tubi elettronici e nei tubi a raggi catodici. Anche se l'effetto sembra piccolo bisogna tenere presente la scala di ρ che ha un range di $10^{40} / \text{cm}^3$.

§4.2.5 La conduzione nei metalli

La conduzione elettrica nei conduttori omogenei obbedisce alle leggi di Ohm. Ricordiamola.

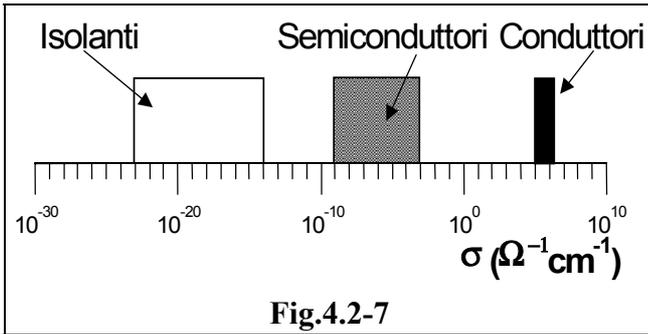
$$V = I R,$$

V è la differenza di potenziale applicata al conduttore, I è la corrente che vi fluisce e R è una costante che si chiama resistenza del conduttore.

La resistenza di un conduttore è legata ai parametri geometrici e fisici da

$$R = \rho \frac{l}{S}, \quad [4.2-13]$$

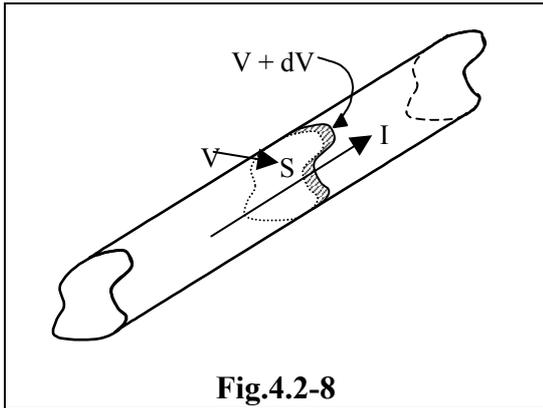
nella quale ρ è la **resistività** del materiale, l è la sua lunghezza e S la sezione.



La resistività, oltre che dal tipo di materiale, dipende anche dalla temperatura. L'inverso della resistività viene detta **conducibilità** ed indicata con σ .

$$\sigma = 1/\rho \quad [4.2-14]$$

Nella figura accanto è mostrato il campo di variazione della conducibilità. Si noti il grande rapporto fra le conducibilità dei conduttori e quella degli isolanti. Sono ben 20 ordini di grandezza come minimo.



Consideriamo un conduttore omogeneo a sezione costante S come quello mostrato nella Fig.4.2-8, ed ad esso applichiamo una differenza di potenziale. Prendiamo ora due sezioni perpendicolari alla direzione della corrente e distanti fra di loro di dx . Sulla superficie a sinistra la tensione è V , mentre più in là, a $x+dx$, la tensione è $V+dV$. Per la conservazione della carica elettrica la corrente è la stessa fra le due sezioni. Pertanto la caduta di potenziale fra le due superfici è

$$-dV = \rho I \frac{dx}{S} = I \frac{dx}{\sigma S}$$

Ne risulta un campo elettrico E tale che

$$E = -\frac{dV}{dx} = \frac{I}{\sigma S} \quad [4.2-15]$$

Da cui

$$I = \sigma S E, \quad [4.2-16]$$

o anche

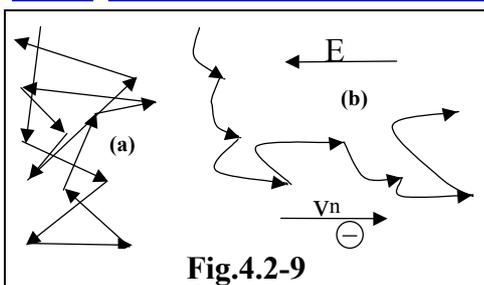
$$J = \sigma E, \quad [4.2-17]$$

in cui si è posto

$$J = I/S. \quad [4.2-18]$$

J prende il nome di **densità di corrente**.

§4.2.6 La mobilità degli elettroni nei metalli



Gli elettroni di conduzione in un metallo, per l'energia posseduta, si muovono continuamente. In assenza di campo elettrico l'energia è fornita dalla temperatura. Si hanno movimenti a zig-zag, come quelli mostrati in Fig.4.2-9a perché gli elettroni, muovendosi, interagiscono ogni tanto con il reticolo. Una volta applicato un campo elettrico il movimento caotico viene orientato. Gli elettroni, pur muovendosi ancora a zig-zag, vengono trascinati dal campo elettrico (Fig.4.2-9b).

La velocità media degli elettroni lungo le linee del campo viene chiamata **velocità di trascinamento**. Indichiamo con $v(t)$ e $a(t)$, rispettivamente, la velocità e l'accelerazione lungo la direzione del campo, ma entrambe in verso opposto. Sia τ_m il tempo medio fra due urti successivi che immaginiamo completamente anelastici. Allora, lungo la direzione delle linee di forza, si ha un moto uniformemente accelerato con accelerazione costante $-a = -qE/m$. Se l'urto è completamente anelastico l'elettrone ogni volta ricomincia con velocità nulla e all'istante τ_m dell'urto successivo sarà $v(\tau_m) = -\tau_m qE/m$. La velocità media fra i due urti, cioè la velocità di trascinamento degli elettroni è $v_n = -\tau_m qE/2m$. In effetti, più che la massa dell'elettrone è più corretto utilizzare la sua massa efficace m_e' .

Dunque
$$v_n = -\frac{\tau_m q}{2m_{e'}} E. \quad [4.2-19]$$

E se si pone
$$\mu = \frac{\tau_m q}{2m_{e'}}, \quad [4.2-20]$$

la [4.2-19] può essere riscritta come

$$v_n = -\mu E, \quad [4.2-21]$$

la quantità μ prende il nome di **mobilità**.

Nel metallo, di sezione uniforme S , la corrente è data dallo spostamento di Q cariche nel tempo. Ognuna di esse è un elettrone di carica $-q$ e sono in totale N nel volume V (la concentrazione è $n = N/V$). Esse che si spostano con velocità media v_n .

$$I = \frac{dQ}{dt} = -q \frac{dN}{dt} = -q \frac{dN}{dV} \cdot \frac{dV}{dt} = -q \frac{dN}{dV} \cdot \frac{dxS}{dt} = -qn v_n S,$$

cioè
$$J = -q n v_n = q n \mu E = \sigma E. \quad [4.2-22]$$

nella quale la conducibilità σ è

$$\sigma = q n \mu. \quad [4.2-23]$$

§4.2.7 Conducibilità e temperatura

Aumentando la temperatura cresce l'agitazione termica e diminuisce l'intervallo medio τ_m fra due urti. Quindi anche la conducibilità e la mobilità diminuiscono con la temperatura. Nella Fig.4.2-10 è mostrata la conducibilità di vari metalli. Ovviamente il comportamento della resistività è l'inverso.

Se si definisce il coefficiente di temperatura della resistenza come

$$c_{tr} = \frac{dR}{RdT}, \quad [4.2-24]$$

si osserva che per i metalli tale coefficiente è positivo. Infatti, con la temperatura la conducibilità diminuisce, la resistività aumenta ed anche la resistenza. I metalli più usati come conduttori, come Ag, Cu, Al hanno resistività ρ @ 27 °C comprese fra 1.6 e 2.7 MΩ cm e coefficienti di temperatura a temperatura ambiente fra 4100 e 4500 ppm/°C. (ppm vuol dir parte per milione).

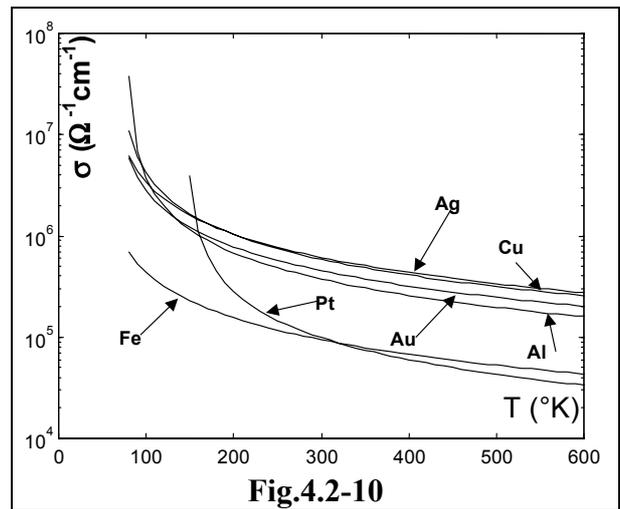


Fig.4.2-10

§4.2.8 Il potenziale di contatto

Mettiamo a contatto due diversi materiali non isolanti **A** e **B**. Il livello di Fermi dei due materiali deve coincidere dal momento che allo zero assoluto tutti gli elettroni debbono stare al disotto di esso. Allora, fra i due materiali si manifesta una differenza di potenziale Φ_{AB} dovuta ai diversi potenziali di estrazione. Chiamiamo $q\Phi_A$ e $q\Phi_B$, i lavori di estrazione dei due materiali. Allora

$$\Phi_{AB} = \Phi_A - \Phi_B. \quad [4.2-25]$$

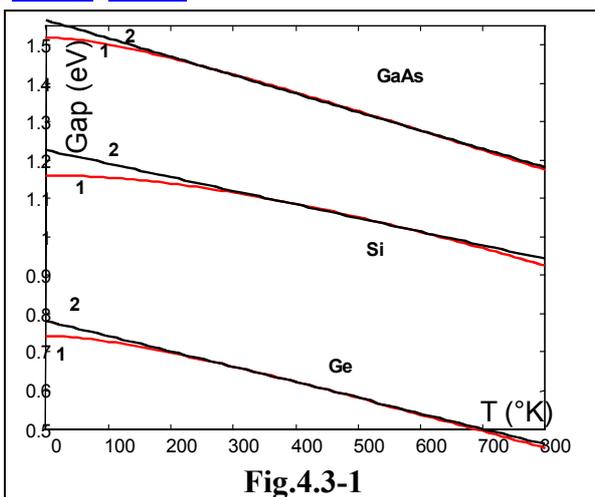
Φ_{AB} è detto **potenziale di contatto**. (*Effetto Volta*). Esso viene ottenuto perché si produce una diffusione di cariche mobili fra i due materiali. Se fra di essi se ne interpongono altri, la differenza Φ_{AB} non cambia (*Legge dei materiali intermedi*). Infatti, imponendo che il livello di Fermi è costante in tutto il circuito si ricava facilmente che il potenziale che si manifesta fra i due materiali più esterni dipende soltanto dai loro lavoro di estrazione secondo la [4.2-25]. Tale potenziale è elettrostatico e non può essere utilizzato per produrre corrente. Infatti, connettendo i due materiali con un terzo conduttore la sommatoria di tutti i potenziali di contatto si annulla.

§4.3. I semiconduttori

I materiali con gap basso, dell'ordine di 1eV, sono semiconduttori. I più comuni sono il silicio, il germanio e l'arseniuro di gallio. Nel resto della trattazione discuteremo essenzialmente di questi semiconduttori. La TAV.4.3-1 riporta i parametri più interessanti di questi materiali.

TAV.4.3-1					
Proprietà dei materiali semiconduttori a 300 °K					
		Ge	Si	GaAs	SiO ₂
Peso molecolare	g	72.6	28.09	144.6	60.08
Densità degli atomi	atomi/cm ³	4.4 10 ²²	5 10 ²²	2.2 10 ²²	2.3 10 ²²
Passo reticolare	Å	5.6	5.53	5.65	
Densità	g/cm ³	5.32	2.33	5.32	2.27
Gap	eV	0.67	1.11	1.4	
N _c	stati/cm ³	1 10 ¹⁹	2.8 10 ¹⁹	4.7 10 ¹⁷	
N _v	stati/cm ³	6 10 ¹⁸	1 10 ¹⁹	7 10 ¹⁸	
n _i	cm ⁻³	2.4 10 ¹³	1.5 10 ¹⁰	1.8 10 ⁶	
Mobilità degli elettroni	cm ² /v sec	3900	1350	8600	isolante
Mobilità delle lacune	cm ² /v sec	1900	480	250	isolante
Costante di diffusione elettroni	cm ² /sec ³	98.8	33.8	430	
Costante di diffusione lacune	cm ² /sec ³	46.6	13	13	
Costante dielettrica relativa		16.3	11.7	12	3.9
Rigidità dielettrica	KV/cm	80	300	350	6000
Punto di fusione	°C	937	1415	1238	1700
Calore specifico	J/g °C	0.31	0.7	0.35	1
Conducibilità termica	W/cm °C	0.6	1.5	0.81	0.014

§4.3.1 Il gap



L'altezza della banda proibita dipende dalla interazione fra gli atomi nel solido e quindi è funzione del passo reticolare. Dato che con la temperatura i solidi si dilatano, anche il gap varia con la temperatura. Più precisamente, salendo la temperatura, cresce il passo reticolare. Da una serie di misure sono stati ricavati i dati dai quali è stato possibile determinare il comportamento del gap con la temperatura mostrato nella Fig.4.3-1. Le curve interessate sono marcate con *I*.

Un fit abbastanza accurato da

$$E_G = E_G(0) - \frac{\alpha T^2}{T + \beta}, \quad [4.3-1]$$

nella quale $E_G(0)$ è il gap a 0°K e α e β sono dei coefficienti che si possono leggere nella seconda,

TAV.4.3-2					
	$E_G(0)$ (V)	$\alpha \cdot 10^{-4}$	β	E_{G0} (V)	$c \cdot 10^{-4}$
GaAs	1.519	5.405	204	1.565	4.8
Si	1.16	7.02	1108	1.226	3.55
Ge	0.741	4.56	210	0.78	3.98

terza e quarta colonna della tavola accanto. Tuttavia, per temperature abbastanza alte, nella zona d'uso comune dei semiconduttori, cioè per $T > 250^\circ\text{K}$ le curve della figura sono bene approssimate con le rette

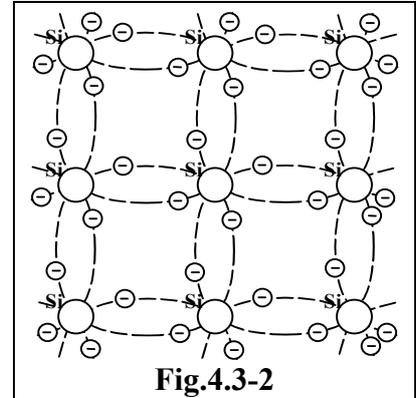
$$E_G = E_{G0} - c T \quad [4.3-2]$$

con E_{G0} e c variabili da materiale a materiale tabulate nella quinta e sesta colonna della medesima tavola. Le medesime sono rappresentate nella Fig.4.3-1 e marcate con 2.

§4.3.2 Semiconduttori intrinseci

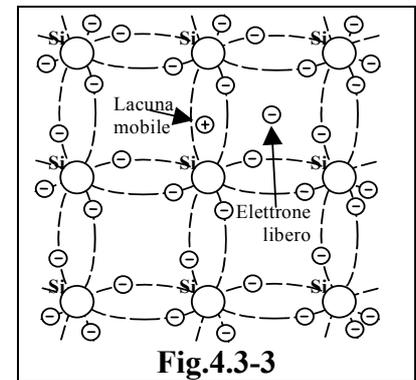
Un semiconduttore si dice *intrinseco* se non contiene impurità, o meglio, dato che ciò è praticamente impossibile, quando le impurezze presenti danno un contributo irrilevante alla conduzione. Vedremo più avanti quello che significa.

La figura accanto fa vedere la struttura del cristallo di Si senza impurezze schematicamente rappresentata in due dimensioni per semplicità. In effetti la struttura del cristallo è spaziale ed a diamante. Sono rappresentati gli ioni nel reticolo e gli elettroni dei legami covalenti fra gli atomi contigui. Fra due atomi ci sono due elettroni in compartecipazione.



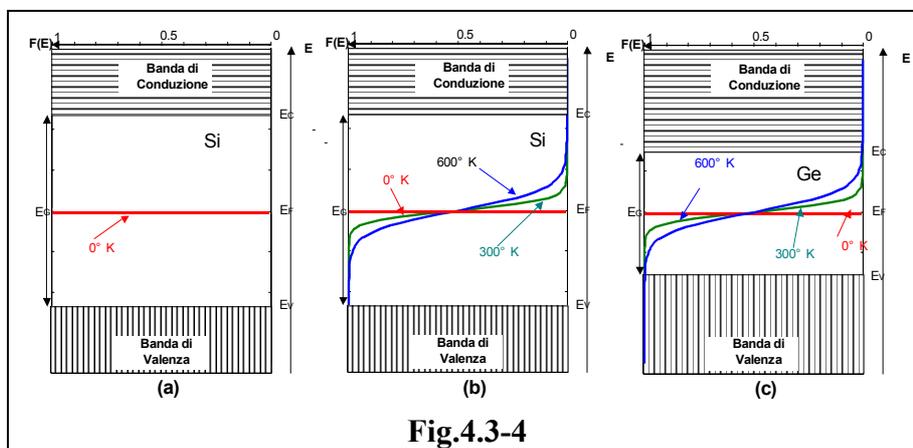
§4.3.2.1 Elettroni e lacune

Ogni atomo del reticolo crea legami con i quattro atomi vicini. L'energia di legame è abbastanza piccola ed anche a temperatura ambiente qualche elettrone si allontana dal nucleo, diventa libero e può prendere parte alla conduzione. Contemporaneamente l'atomo da cui è fuoriuscito l'elettrone ha un legame covalente incompleto perché ora manca un elettrone. Tale mancanza è stata chiamata *lacuna*. La situazione è illustrata nella Fig.4.3-3.



Anche la lacuna prende parte al processo di conduzione. L'atomo cui manca una elettrone, cioè quello dove è la lacuna, attira un elettrone da uno di quelli vicini. E' facile che l'atomo saturi la sua valenza a spese di un suo vicino che perde un elettrone. La lacuna si è spostata dal primo al secondo atomo. Se non c'è campo lo spostamento avviene a caso. Come l'elettrone libero vaga nello spazio interreticolare, come già descritto per gli elettroni di un metallo, anche la lacuna mobile vaga a caso, ancora a zigzag, però fra le valenze degli atomi.

Anticipiamo un risultato che troveremo più avanti e cioè che nei semiconduttori puri, il livello di Fermi sta circa a metà della banda proibita fra E_c (Livello inferiore della banda di conduzione ed E_v (livello superiore della banda di valenza).



La Fig.4.3-4 mostra la situazione schematizzata per i semiconduttori intrinseci. Sono rappresentate le due bande, di conduzione con livello inferiore E_c e di valenza, col livello superiore E_v separate dal gap largo E_G . E_F sta a metà del Gap. Sulla stessa figura è rappresentata la funzione di Fermi.

Nella Fig.4.3-4a quella a 0° K, mentre nella Fig.4.3-3b a 300 e 600° K. Entrambe queste figure si riferiscono al silicio con un gap di circa 1.1 eV. La funzione di Fermi dice che a 0°K la probabilità

di avere elettroni con energia superiore a E_F è nulla (Fig.4.3-4a). A tale temperatura gli elettroni stanno tutti in banda di valenza, riempiendo tutti gli stati di tale banda e lasciando completamente vuoti quelli possibili in banda di conduzione.

Non appena la temperatura sale, cambia la distribuzione di Fermi: vedi Fig.4.3-4b. La probabilità che vi siano elettroni di energia superiore ad E_c è diversa da zero. Anche la probabilità di avere elettroni con $E < E_v$ non è più comunque unitaria. La prima cresce man mano che la energia sale. La seconda, invece, scende.

Tutto questo vuol dire che qualche elettrone che sta più in alto in banda di valenza può saltare nella parte bassa della banda di conduzione. La curva nella Fig.4.3-4b è simmetrica rispetto al punto $(0.5, E_F)$. Se la probabilità di occupare tutti gli stati nella parte superiore della banda di valenza non è più unitaria, simmetricamente, la probabilità di occupare gli stati nella parte bassa della banda di conduzione non è più nulla. Se chiamiamo n_i e p_i , rispettivamente, le concentrazioni di elettroni e di lacune nel semiconduttore intrinseco, abbiamo

$$n_i = p_i. \quad [4.3-3]$$

Il pedice *i* sta per *intrinseco*.

Naturalmente poiché il livello di Fermi è comunque sempre a metà Gap, per i semiconduttori con Gap minore, a parità di temperatura, si avrà una probabilità più alta che il salto avvenga. Basta osservare la Fig.4.3-4c relativa al germanio con Gap di circa 700 meV.

§4.3.2.2 La concentrazione delle cariche mobili nei semiconduttori intrinseci

Abbiamo visto che $dn = N(E) F(E) dE$.

Nei metalli si è assunto come livello zero quello più basso in banda di conduzione. Nei semiconduttori il livello più basso in banda di conduzione non è zero ma E_c . Allora

$$N(E) = \gamma \sqrt{E - E_c}. \quad [4.3-4]$$

Chiamiamo E_{Fi} il livello di Fermi nei semiconduttori intrinseci, per distinguerlo dagli altri casi. Allora

$$n_i = \int_{E_c}^{\infty} N(E) F(E) dE = \int_{E_c}^{\infty} \frac{\gamma \sqrt{E - E_c}}{1 + e^{(E - E_{Fi})/kT}} dE$$

nella quale si è usata per la funzione di Fermi l'espressione [4.2-5].

A temperatura ambiente ($27^\circ\text{C} \approx 300^\circ\text{K}$), $kT \approx 0.026$ eV. Dato che il livello di Fermi sta circa a metà del gap, per gli elettroni in banda di conduzione $E - E_{Fi} > E_G/2$. Questa quantità è superiore, per qualunque dei semiconduttori principali, a non meno di 390 meV. Pertanto l'esponente $(E - E_{Fi})/kT$ è almeno 13. E quindi al denominatore della [4.2-5] il numero 1 è trascurabile rispetto al termine esponenziale. Allora la precedente si approssima a

$$n_i = \int_{E_c}^{\infty} \gamma \sqrt{E - E_c} e^{-(E - E_{Fi})/kT} dE.$$

Il calcolo, usando l'espressione [4.2-4] di γ , porta a

$$n_i = 2 \left(\frac{2\pi m_e' kT}{h^2} \right)^{3/2} e^{-(E_c - E_{Fi})/kT}. \quad [4.3-5]$$

Nei semiconduttori il livello più alto in banda di valenza non è zero ma E_v . Allora la funzione di distribuzione degli stati disponibili è

$$N(E) = \gamma \sqrt{E_v - E}. \quad [4.3-6]$$

Per le lacune in banda di valenza, analogamente a quanto detto per gli elettroni in conduzione, $E - E_{Fi} < -E_G/2 < 0$ e l'esponente $(E - E_{Fi})/kT < -13$. Quindi, questa volta è il termine esponenziale ad essere molto piccolo. Se $F(E)$ esprime la probabilità che un elettrone sia in banda di valenza, la probabilità che un elettrone abbia lasciato la banda di valenza e quindi sia una lacuna è $1 - F(E)$. Ma allora, usando la [4.2-5]

$$1 - F(E) = 1 - \frac{1}{1 + e^{(E-E_{Fi})/kT}} = \frac{e^{(E-E_{Fi})/kT}}{1 + e^{(E-E_{Fi})/kT}} \approx e^{(E-E_{Fi})/kT}$$

Procedendo in maniera analoga, però, cambiando opportunamente i limiti d'integrazione, si ricava la concentrazione delle lacune

$$p_i = \int_{-\infty}^{E_V} N(E)[1 - F(E)] dE = \int_{-\infty}^{E_V} \gamma \sqrt{E_V - E} e^{(E-E_{Fi})/kT} dE$$

Il risultato finale è
$$p_i = 2 \left(\frac{2\pi m_l' kT}{h^2} \right)^{3/2} e^{-(E_{Fi}-E_V)/kT} \quad [4.3-7]$$

nella quale con m_l' si è indicata la massa efficace della lacuna.

Posto
$$N_C = 2 \left(\frac{2\pi m_e' kT}{h^2} \right)^{3/2} \quad [4.3-8]$$

e
$$N_V = 2 \left(\frac{2\pi m_l' kT}{h^2} \right)^{3/2} \quad [4.3-9]$$

le [4.3-5] e [4.3-7] si riducono, rispettivamente a

$$n_i = N_C e^{-(E_C-E_{Fi})/kT} \quad [4.3-10]$$

e
$$p_i = N_V e^{-(E_{Fi}-E_V)/kT} \quad [4.3-11]$$

È stata fatta una distinzione fra le due masse efficaci dell'elettrone e della lacuna. Esse sono leggermente diverse. Ciò perché il comportamento delle particelle nei solidi è descritto dalle leggi della meccanica quantistica. Dare conto numerico di tale differenza esula dallo scopo di questa trattazione. In ogni caso, dal punto di vista quantitativo trascurare questa differenza fra le masse non provoca sostanziali variazioni nei risultati.

§4.3.2.3 Il livello di Fermi negli intrinseci

A regime, per ogni elettroni libero si crea anche una lacuna. Cioè si produce una coppia **elettrone-lacuna**, e, come già visto nella [4.3.3] $n_i = p_i$. Sostituendo in quest'ultima le [4.3-10] e [4.3-11]

$$n_i = N_C e^{-(E_C-E_{Fi})/kT} = p_i = N_V e^{-(E_{Fi}-E_V)/kT}$$

da cui si ricava
$$E_{Fi} = \frac{E_C + E_V}{2} + \frac{kT}{2} \ln \frac{N_V}{N_C} \quad [4.3-12]$$

N_C e N_V , alla stessa temperatura, differiscono soltanto per la massa efficace. Quindi è ragionevole trascurare il secondo termine al secondo membro, e come abbiamo anticipato

$$E_{Fi} \approx \frac{E_C + E_V}{2} \quad [4.3-13]$$

Calcoliamo il prodotto $n_i p_i$ alla stessa temperatura:

$$n_i p_i = n_i^2 = N_C e^{-(E_C-E_{Fi})/kT} N_V e^{-(E_{Fi}-E_V)/kT} = N_C N_V e^{-(E_C-E_V)/kT}$$

Cioè
$$n_i p_i = n_i^2 = N_C N_V e^{-E_G/kT} \quad [4.3-14]$$

Sostituendo per N_C ed N_V le [4.3-8] e [4.3-9]

$$n_i p_i = n_i^2 = 2 \left(\frac{2\pi m_e' kT}{h^2} \right)^{3/2} 2 \left(\frac{2\pi m_l' kT}{h^2} \right)^{3/2} e^{-E_G/kT}$$

e
$$n_i^2 = 4 \left(\frac{2\pi}{h^2} \right)^3 (kT)^3 (m_e' m_l')^{3/2} e^{-E_G/kT}$$

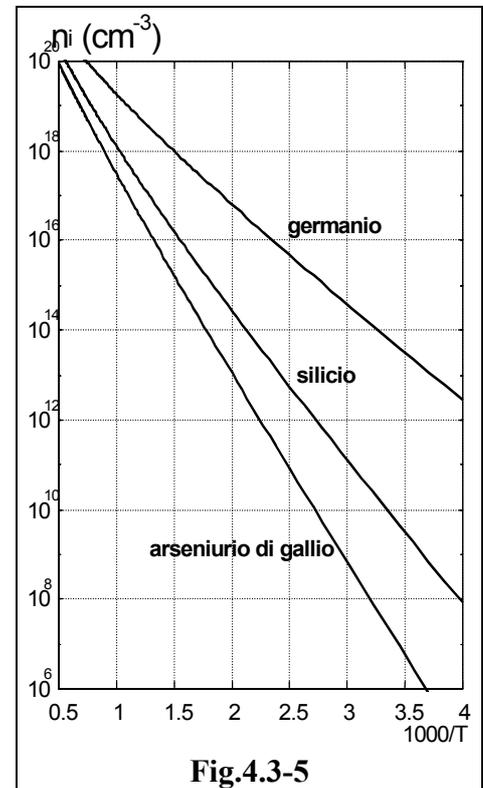


Fig.4.3-5

Cioè
$$n_i p_i = n_i^2 = C_0 T^3 e^{-E_g/kT}, \quad [4.3-15]$$

in cui
$$C_0 = 4 \left(k \frac{2\pi}{h^2} \right)^3 (m_e' m_l')^{3/2}. \quad [4.3-16]$$

La [4.3-15] è confermata sperimentalmente. La Fig.4.3-5 mostra l'andamento di n_i per i semiconduttori più comuni.

§4.3.3 Semiconduttori drogati

Se in un semiconduttore intrinseco si introducono quantità opportune di altre sostanze che modificano la concentrazione delle cariche mobili, si dice che il semiconduttore è **drogato**.

I semiconduttori del IV gruppo, come il Ge ed il Si vengono drogati con sostanze del III o del V gruppo.

§4.3.3.1 Impurità donatrici

Studiamo quello che avviene se l'impurità appartiene al V gruppo. Per esempio introduciamo fosforo (P) nel Si. L'atomo di fosforo si colloca nel reticolo in una posizione che dovrebbe essere occupata da un atomo di Si. Si dice che l'impurezza lo ha sostituito. Invece, se l'impurezza si trova in un'altra posizione, viene detta **interstiziale**. La Fig.4.3-6a mostra il solito schema bidimensionale semplificato con il semiconduttore drogato con una sostanza pentavalente in modo **sostituzionale**. Al centro è posto l'atomo di fosforo circondato da atomi di silicio da ogni parte.

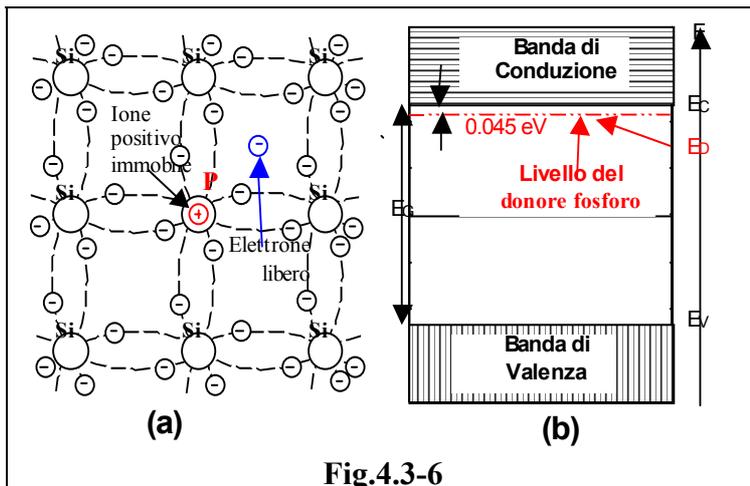


Fig.4.3-6

Il fosforo ha 5 elettroni nell'orbita di valenza. Quattro di loro formano legame con i quattro atomi di germanio vicini, il quinto elettrone non è legato con alta energia. Bastano appena 0.045 eV per allontanarlo dall'atomo di fosforo. Allora si produce un **elettrone libero**. Tuttavia, questa volta, non si crea anche una lacuna. Infatti è rimasto l'atomo di fosforo carico positivo, ma non mobile. La debole energia di questo **ione positivo** non è capace di strappare elettroni dagli atomi di Si vicini. Quindi il fosforo ha dato luogo ad un **elettrone libero**

ed ad uno ione positivo immobile nel reticolo. L'introduzione dell'impurità ha prodotto un livello possibile E_D in banda proibita, appena più sotto della banda di conduzione (Fig.4.3-6b). Se nel semiconduttore sono presenti solo sostanze pentavalenti, ci sono, allora, più elettroni liberi che lacune. Infatti alle coppie prodotte per effetto termico si aggiungono elettroni dovuti al drogaggio. Dal momento che le cariche negative sono in quantità superiore queste vengono dette **cariche maggioritarie**. In un semiconduttore drogato con sostanze pentavalenti, gli elettroni sono le cariche maggioritarie, mentre le lacune sono le cariche minoritarie. Dato che le cariche maggioritarie sono cariche negative, il semiconduttore così drogato prende il nome di semiconduttore **n**.

§4.3.3.2 Impurità accettrici

Il drogaggio può essere eseguito con impurità trivalenti. La Fig.4.3-7a serve per spiegare l'effetto in tale caso. È stato usato come drogante il boro.

L'impurezza satura le valenze di tre dei quattro atomi vicini. Ma viene a mancare un elettrone per saturare la valenza del quarto. Cioè si determina una lacuna che si satura a spese di qualche atomo vicino. E nella zona che comprende l'atomo di boro la situazione diventa stabile, ma, c'è un elettrone in più che è praticamente inchiodato e deve stare in quella zona. Si è creato, nella banda proibita, un livello permesso E_A appena al di sopra della banda di valenza (Fig.4.3-7b). Gli elettroni di questa banda,

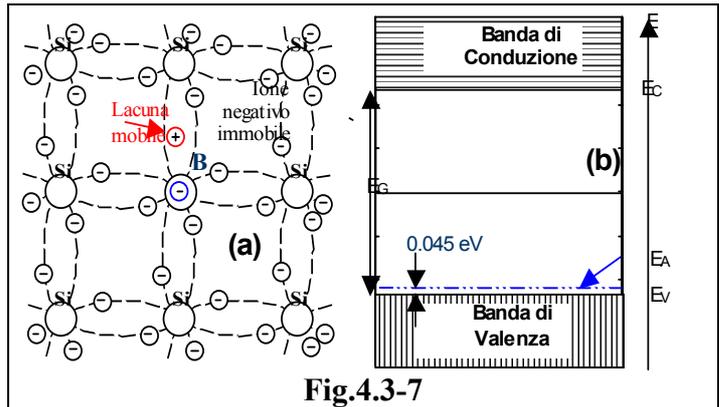


Fig.4.3-7

con poca energia, passano in questi livelli lasciando lacune mobili nella banda di valenza.

Drogando con sostanze trivalenti, le lacune sono le cariche maggioritarie, mentre gli elettroni sono le minoritarie. Le maggioritarie sono cariche positive ed il semiconduttore viene detto *p*.

Poiché le impurità pentavalenti donano elettroni mentre le trivalenti li accettano, le prime vengono dette impurità *donatrici* (*donori*) le seconde *accettrici* (*accettori*). Indicheremo con N_D e N_A , rispettivamente, le concentrazioni delle impurezze donatrici ed accettrici. È possibile che in un semiconduttore siano presenti entrambe le impurezze.

§4.3.3.3 I livelli energetici dei droganti

Nella Fig.4.3-8 sono mostrati i livelli energetici delle impurezze. Per ogni materiale, la figura è divisa in due parti dal livello di Fermi al centro del gap. Nella parte superiore del gap sono indicate le energie E_i necessarie, i donatori, perché un elettrone salti in banda di conduzione. Nella parte inferiore del gap sono indicate le energie E_i necessarie, per gli accettori, perché un elettrone dalla banda di valenza occupi il livello introdotto dall'accettore nel gap.

È preferibile usare materiali che abbiano basse E_i . La scelta dell'elemento migliore, come è spiegato nel Cap.10, dipende anche fortemente dalle proprietà metallurgiche delle leghe fra i semiconduttori ed i droganti.

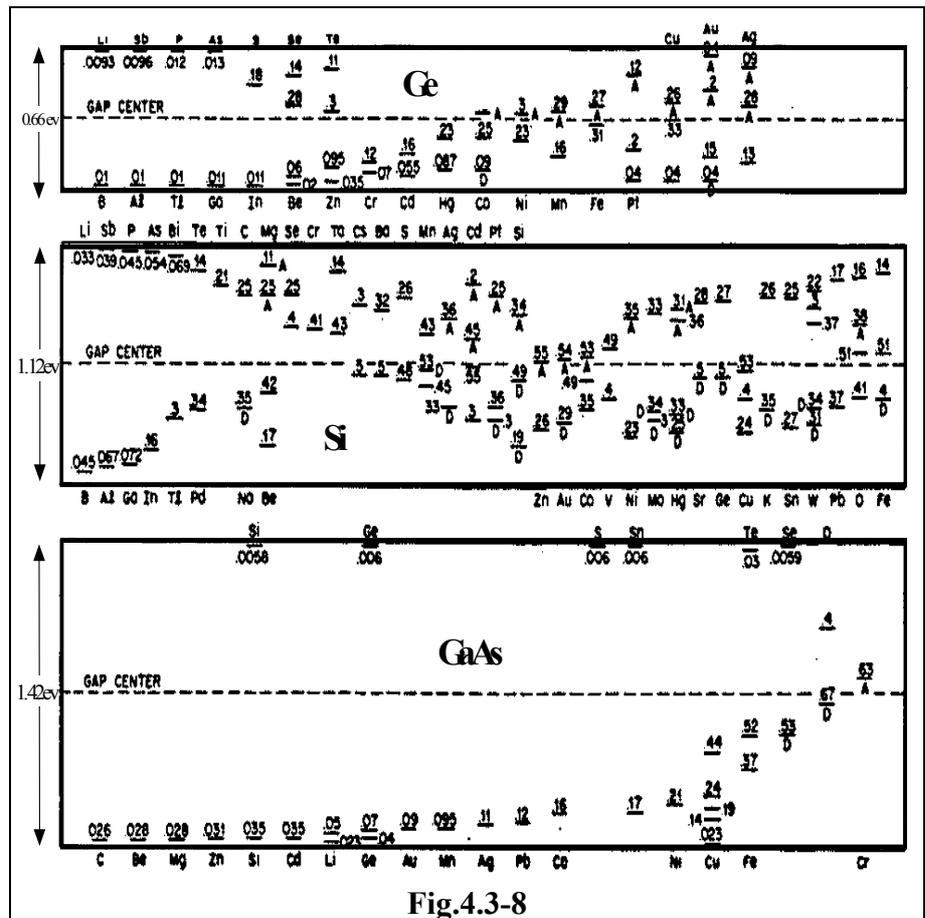


Fig.4.3-8

§4.3.3.4 La legge d'azione di massa

Le [4.3-10] e [4.3-11] sono state calcolate supponendo che le energie degli elettroni in banda di conduzione o delle lacune in banda di valenza fossero tali che $E_{Fi} - E$ superasse largamente kT che a 27°C è di 26meV . Il livello di Fermi nei semiconduttori drogati non resta più a metà del gap. Tuttavia, malgrado ciò, la condizione precedente è sempre verificata, come vedremo più in là, e, anche nei semiconduttori drogati sono valide espressioni simili alla [4.3-10] e [4.3-11]. Cioè

$$n = N_c e^{-(E_c - E_F)/kT} \quad [4.3-17]$$

$$p = N_v e^{-(E_F - E_v)/kT} \quad [4.3-18]$$

Moltiplicando le due espressioni si ottiene la cosiddetta **Legge d'azione di massa**. Si procede in modo analogo a quanto è stato fatto per ricavare la [4.43]. Cioè

$$np = n_i^2 = C_0 T^3 e^{-E_G/kT} \quad [4.3-19]$$

con C_0 dato dalla [4.3-16]. Cioè il **prodotto np è indipendente dal drogaggio e dipende, oltre che dal semiconduttore, anche e solo dalla temperatura.**

§4.3.3.5 Il livello di Fermi dei semiconduttori drogati

Pur se il prodotto delle due concentrazioni non varia, variano i due fattori: con il drogaggio si sposta il livello di Fermi. In ogni caso, dalle [4.3-17] e [4.3-18]

$$E_c - E_F = kT \ln \frac{N_c}{n} \quad [4.3-20]$$

$$e \quad E_F - E_v = kT \ln \frac{N_v}{p} \quad [4.3-21]$$

Cerchiamo di capire cosa succederebbe se tutti gli stati disponibili venissero occupati. Per esempio, in un semiconduttore n , al massimo, $n_n = N_c$ e dalla [4.3-20] si vede che il livello di Fermi sale ad E_c . Analogamente, in un p , al massimo $p_p = N_v$ ed il livello di Fermi scende a E_v . Concludendo:

$$E_v < E_F < E_c \quad [4.3-22]$$

Riferiamoci, al solito, al caso di drogaggio non degenere. Quando si introducono impurezze si aggiungono atomi ad un solido elettricamente neutro, ognuno dei quali è neutro. Quindi, alla fine, il solido drogato è comunque neutro. Pertanto la sommatoria di tutte le cariche, prese in valore e segno, deve essere nulla. Prendiamo il caso più generale in cui esistono entrambi i tipi di drogante in un semiconduttore non degenere. All'interno di un volume V si avranno $V N_A$ ioni negativi immobili e $V N_D$ ioni positivi immobili bilanciati da $V p$ lacune e $V n$ elettroni liberi. La carica positiva nel volume, cioè $q V (N_D + p)$ equilibra quella negativa $q V (N_A + n)$. Cioè

$$q V (N_D + p) = q V (N_A + n)$$

Dividendo tutta l'espressione precedente per $q V$ e ordinandola in modo diverso

$$N_D - N_A + p - n = 0.$$

Dalla [4.3-19] $np = n_i^2$, e facendo sistema con la precedente, si ottiene $N_D - N_A + p - n_i^2/p = 0$. Cioè $p^2 + (N_D - N_A)p - n_i^2 = 0$. Da quest'ultima si ricava, per materiali di tipo p :

$$p = \frac{N_A - N_D + \sqrt{(N_A - N_D)^2 + 4n_i^2}}{2} = \frac{N_A - N_D}{2} \left[1 + \sqrt{1 + \left(\frac{2n_i}{N_A - N_D} \right)^2} \right] \quad [4.3-23]$$

Da ora in poi aggiungeremo alle concentrazioni delle cariche un pedice per indicare il tipo di drogaggio effettuato. Allora p_p e n_n sono le concentrazioni maggioritarie, rispettivamente, di elettroni nell' n e di lacune nel p , mentre p_n e n_p sono le concentrazioni minoritarie, rispettivamente, di lacune nell' n e di elettroni nel p .

$$\text{Supponiamo che sia} \quad N_v \gg N_A - N_D \gg 2n_i > 0, \quad [4.3-24]$$

il materiale (non degenerare) è drogato p, e la radice nell'espressione [4.3-23] si approssima a 1. Allora, usando le notazioni introdotte:

$$p_p \approx N_A - N_D, \quad [4.3-25]$$

e dalla [4.3-19]

$$n_p = n_i^2 / (N_A - N_D). \quad [4.3-26]$$

Facciamo un esempio. Studiamo il silicio a 300 °K. Prendiamo alcuni valori dalla TAV.4.3-1. Sia $N_V = 10^{19}/\text{cm}^3$ mentre $n_i = 2.4 \cdot 10^{13}/\text{cm}^3$. Drogiamo con $N_A - N_D = N_V = 10^{16}/\text{cm}^3$. E usiamo le ultime due e la [4.3-21] $p_p \approx N_A - N_D = 10^{16}/\text{cm}^3$, $n_p = n_i^2 / (N_A - N_D) = (2.4 \cdot 10^{13})^2 / 10^{16}/\text{cm}^3 = 5.76 \cdot 10^{10}/\text{cm}^3$, $E_F - E_V = kT \ln(N_V/p) = 26 \ln(10^{19}/10^{16}) = 180\text{meV}$. Il livello di Fermi si pone a circa un sesto nel gap. Se si aumenta ancora il drogaggio con N_A , il livello di Fermi si avvicina sempre più alla parte superiore della banda di valenza.

Ovviamente se si considera un drogaggio in cui

$$N_C \gg N_D - N_A \gg 2n_i > 0 \quad [4.3-27]$$

allora il materiale (non degenerare) è drogato n e, in modo analogo,

$$n_n \approx N_D - N_A, \quad [4.3-28]$$

e

$$p_n \gg N_D^2/n_n. \quad [4.3-29]$$

Determiniamo ciò che avviene del livello di Fermi nei semiconduttori drogati. Consideriamo gli elettroni. Dalla [4.3-12] e dalla [4.3-20] si ha $E_F - E_{Fi} = E_C - kT \ln \frac{N_C}{n_n} - \frac{E_C + E_V}{2} - \frac{kT}{2} \ln \frac{N_V}{N_C}$,

cioè
$$E_F - E_{Fi} = \frac{E_G}{2} - kT \ln \frac{\sqrt{N_C N_V}}{n_n}. \quad [4.3-30]$$

Finché il materiale non degenera $n_n \approx N_D - N_A$. Aumentando il drogaggio, quindi, il secondo termine al secondo membro nella [4.3-30] diminuisce. Se tutti gli stati disponibili nella banda di conduzione venissero occupati, $n_n = N_C \approx N_V$ e questo termine si avvicinerebbe a zero. Quindi, aumentando il drogaggio, il livello di Fermi si sposta verso l'alto e si avvicina al limite inferiore della banda di conduzione. Capovolgendo la [4.3-15] si ha

$$N_C N_V = n_i^2 e^{E_G/kT}. \quad [4.3-31]$$

che sostituita nella [4.3-30], dopo qualche passaggio da

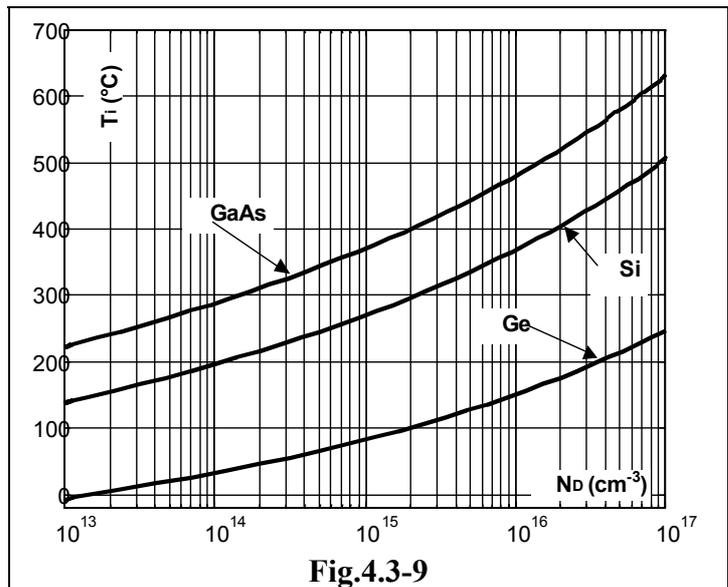
$$E_F - E_{Fi} = kT \ln \frac{n_n}{n_i}. \quad [4.3-32]$$

Ovviamente, se non si droga, $n_n = n_i$ ed il livello di Fermi non si sposta.

Sostituendo nella [4.3-31] la [4.3-15] si ricava

$$E_F - E_{Fi} = \frac{E_G}{2} + \frac{kT}{2} \ln \frac{n_n^2}{C_0 T^3}. \quad [4.3-33]$$

Il termine con il logaritmo tende ad annullarsi con T: diminuendo la temperatura il livello di Fermi tende a $E_G/2$. Tuttavia, se questa è troppo bassa, i donatori non forniscono elettroni e la precedente espressione perde di significato. Ma ciò avviene anche alle alte temperature. Infatti tutto è stato ricavato nella ipotesi che sia $|E_{Fi} - E| > kT$, ma quando, ad alta T, questa condizione non vale più, anche la [4.3-32] non è più applicabile. Ad alte temperature aumenta n_i ed il semiconduttore tende sempre più a diventare intrinseco.



Data una concentrazione di drogante, si dice *temperatura intrinseca* $T_i(N)$ quella temperatura alla quale c'è la stessa concentrazione di cariche mobili che se fosse drogato con impurezze di pari concentrazione. La Fig.4.3-9 mostra il grafico della temperatura intrinseca per Ge, Si e GaAs. Il grafico non è altro che la figura 4.3-5 con gli assi scambiati e graficata in funzione di T invece che di $1000/T$.

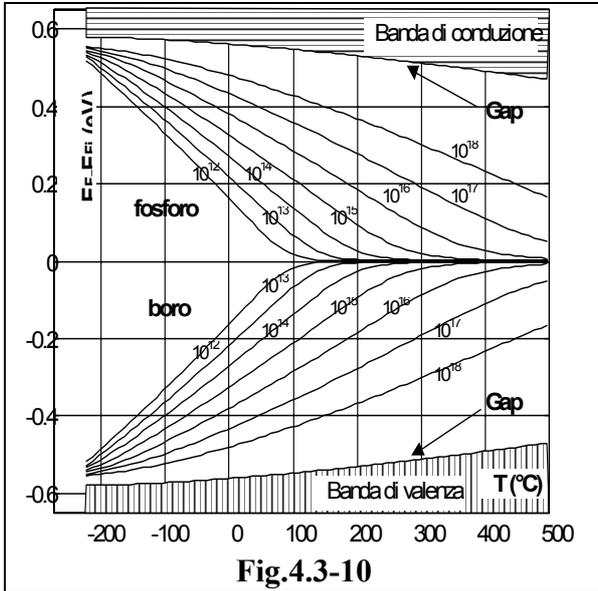


Fig.4.3-10

Quanto detto a proposito del livello di Fermi è confermato da risultati sperimentali. La figura a lato mostra il comportamento del livello di Fermi nel silicio drogato con fosforo o con boro in diverse concentrazioni. Quando il comportamento del materiale si avvicina a quello intrinseco il livello di Fermi si sposta a metà del gap.

Per concludere proponiamo una sintesi schematica in Fig.4.3-11. La prima colonna mostra le bande ed i vari livelli energetici. Nella seconda è rappresentata la densità degli stati $N(E)$, nella terza la funzione di Fermi $F(E)$ e nell'ultima la distribuzione delle concentrazioni delle cariche mobili. La prima riga illustra la situazione nel caso di semiconduttore intrinseco, la seconda riga è per il materiale n e l'ultima per il materiale p.

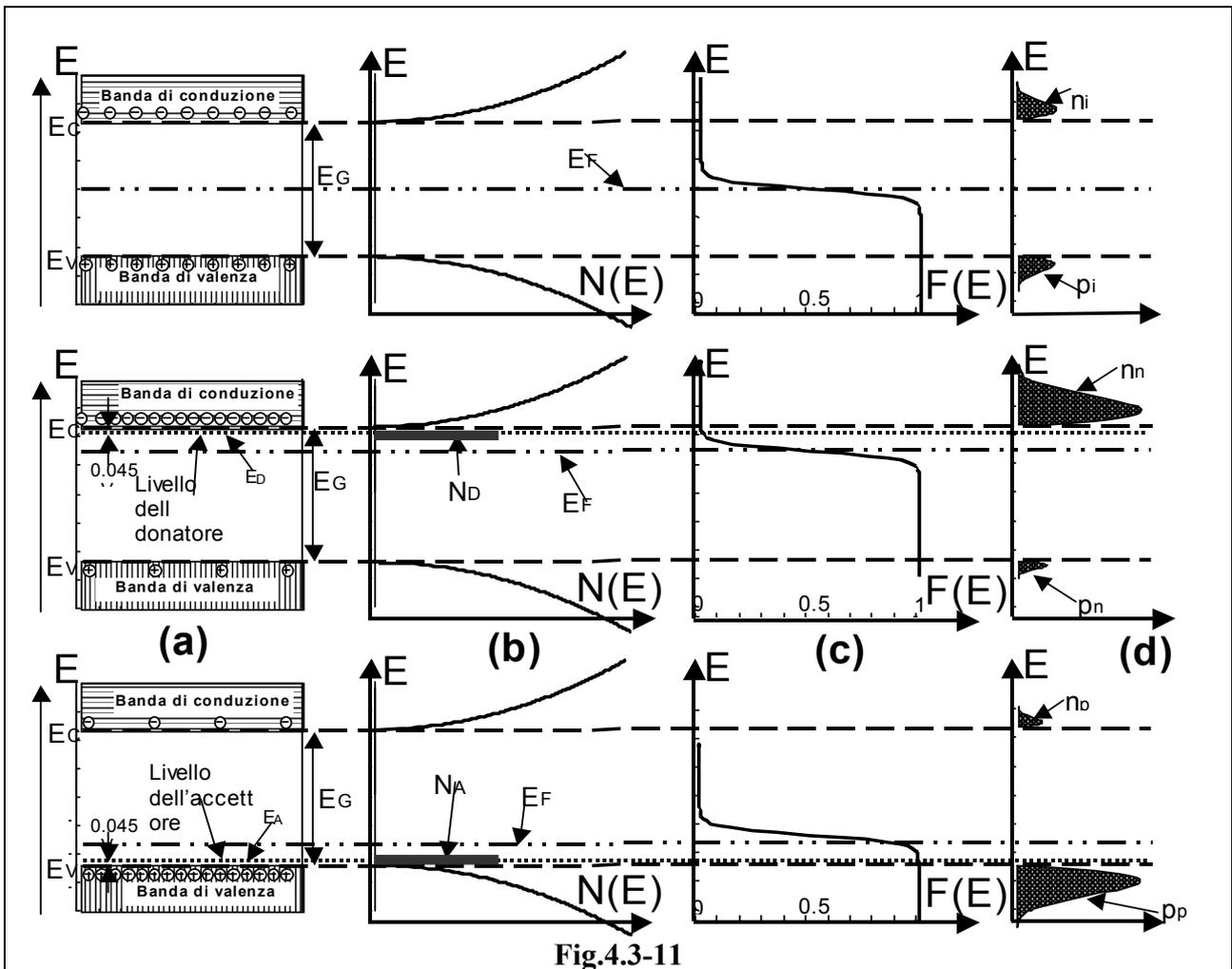


Fig.4.3-11

Con il drogaggio si creano stati che vengono facilmente occupati. Il livello di Fermi si sposta o verso l'alto negli n, o verso il basso, nei p. Come risultato le concentrazioni dei due portatori si squilibrano.

§4.3.3.6 Concentrazione delle cariche mobili nei semiconduttori drogati

Se la concentrazione del drogante è bassa, a temperature sufficientemente alte, ognuno degli atomi di impurezze fornisce una carica mobile. Per esempio se N_D è la concentrazione del donatore e V è il volume del semiconduttore, allora, $N_D V$ elettroni sono forniti dal drogante.

Se la concentrazione del drogante diventa eccessiva il semiconduttore diventa degenere. Se la concentrazione del drogante si avvicina o supera quello degli stati disponibili il livello di Fermi esce dal gap e va, a seconda dei casi in banda di valenza o di conduzione. Le conseguenze di questo fatto sono alla base del funzionamento dei diodi Tunnel.

Tuttavia, quando il semiconduttore non è degenere, perché tutti gli atomi di drogante liberino elettroni è necessario fornire una certa energia. A temperatura troppo bassa ciò riesce soltanto in parte. Quantitativamente ciò dipende dal livello energetico del drogante. Tanto più vicino è ad E_c tanto minore sarà la temperatura a cui tutte le impurezze liberano gli elettroni. Wolfstirn^[WO] ha mostrato che la concentrazione di elettroni liberi anche per effetto del drogaggio ha una espressione del tipo

$$n_n = N_D \left(1 - \frac{1}{1 + 0.5e^{-(E_F - E_D)/kT}} \right) \tag{4.3-34}$$

E_D è il livello energetico dei donatori.

L'energia minima richiesta ad un elettrone per saltare dal livello di donatore in banda di conduzione è $e_D = E_C - E_D$. Per il calcolo dell'esponente al denominatore procediamo come segue: $E_F - E_D = E_F - E_{Fi} + E_{Fi} - E_C + E_C - E_D = E_F - E_{Fi} - E_G/2 + e_D$. Utilizzando la [4.3-32] l'esponentiale a denominatore diventa: $e^{-(E_F - E_D)/kT} = e^{-(E_F - E_{Fi})/kT} e^{(E_G/2 - e_D)/kT} = n_i/n_n \cdot e^{(E_G/2 - e_D)/kT}$. Sostituendo questo valore nella [4.3-34] e ricavando n_n , dopo alcuni passaggi omissi si trova:

$$n_n = \frac{-n_i e^{(E_G/2 - e_D)/kT} + \sqrt{n_i^2 e^{2(E_G/2 - e_D)/kT} + 8N_D n_i e^{(E_G/2 - e_D)/kT}}}{2} \tag{4.3-35}$$

In Fig.4.3-12 è mostrato ciò che avviene quando si droga il silicio con la stessa concentrazione di diverso tipo. L'antimonio che ha un livello di soltanto 39meV al disotto di E_c e n_n diventa N_D a circa a 125 °K, mentre il bismuto che ha un livello più profondo fino a 69meV ha bisogno all'incirca di 150 °K per fare lo stesso.

Un calcolo simile può essere svolto per le lacune al livello E_A usando per la loro concentrazione l'espressione^[WO]

$$p_p = N_A \left(1 - \frac{1}{1 + 0.25e^{-(E_F - E_A)/kT}} \right) \tag{4.3-36}$$

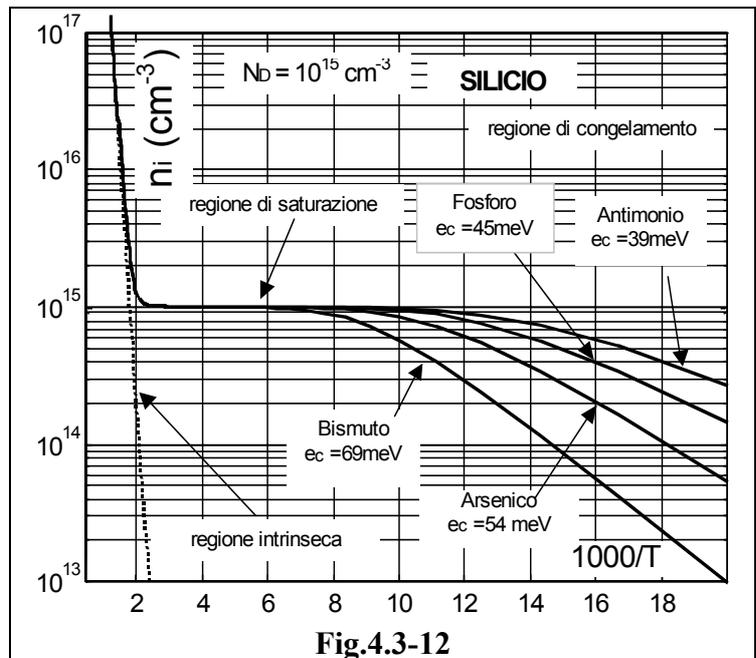


Fig.4.3-12

§4.4. Il trasporto delle cariche nei semiconduttori

Per gli elettroni dei metalli è stato già trovato la velocità di trascinamento e la mobilità degli elettroni con le [4.2-19] e [4.2-20]. Anche nei semiconduttori valgono le stesse espressioni. Ma, oltre gli elettroni ci sono le lacune.

Indichiamo con il pedice *n* le grandezze relative agli elettroni e con il pedice *p* quelle relative alle lacune. Allora:

$$v_n = -\mu_n E; \quad [4.4-1]$$

$$\mu_n = \frac{\tau_{me} Q}{2m_e}; \quad [4.4-2]$$

$$v_p = \mu_p E; \quad [4.4-3]$$

$$\mu_p = \frac{\tau_{ml} Q}{2m_l}. \quad [4.4-4]$$

La differenza nel segno fra le [4.4-1] e [4.4-3] è giustificata dal fatto che la velocità di trascinamento di elettroni e lacune sotto lo stesso campo elettrico sono in verso opposto.

§4.4.1 Mobilità

La mobilità degli elettroni è più alta di quella delle lacune, a pari condizioni. I primi, infatti, possono muoversi nello spazio interreticolare, mentre le seconde solo fra i legami interatomici.

§4.4.1.1 Mobilità e concentrazione

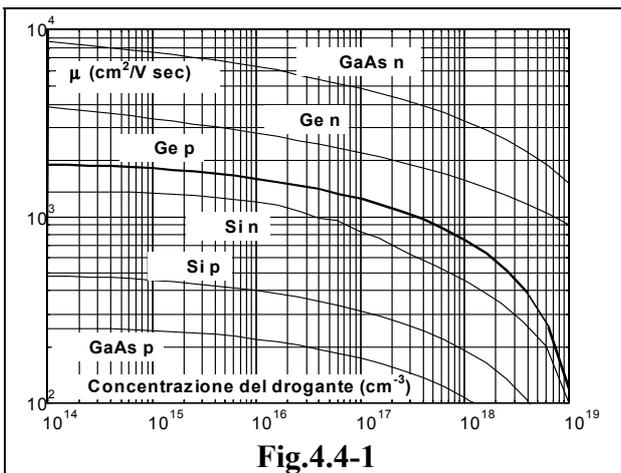


Fig.4.4-1

La mobilità delle cariche è funzione della concentrazione. Quando questa aumenta diminuisce il libero cammino medio fra due urti ed anche il corrispondente tempo medio fra i due urti. La Fig.4.4-1 mostra il modo di variare della mobilità nei vari tipi di semiconduttore, al variare del drogaggio a temperatura ambiente. È interessante notare che, in ogni caso la mobilità nei materiali drogati n è superiore a quelli dei p. Ma mentre per germanio e silicio si ha un rapporto contenuto fra 2 e 3, per l'arseniuro di gallio il rapporto arriva a circa 30. La mobilità del GaAs tipo n è notevolissima, più di due volte più alta di quella del silicio.

§4.4.1.2 Mobilità e temperatura

Nei metalli ogni elettrone può essere deviato dagli atomi tutti egualmente ionizzati, tanto più, quanto maggiore è l'agitazione termica. Nei semiconduttori si hanno due meccanismi diversi di deviazione che contribuiscono a cambiare il tempo medio fra due urti. Uno di essi è ancora dovuto all'agitazione termica, mentre l'altro è determinato dalla presenza delle impurezze e relativi ioni che attirano o respingono, deviandole, le cariche mobili.

La meccanica statistica consente di determinare i due effetti sulla mobilità. Il primo termine tende a farla diminuire con la temperatura come $T^{-3/2}$, mentre l'altro tende a farla crescere come $T^{3/2}$.

Possiamo dare una spiegazione semplice di ciò. A bassa temperatura l'agitazione termica è piccola, gli elettroni sono lenti ed il loro cammino viene influenzato molto dal campo degli ioni immobili. Se sale di poco la temperatura, aumenta la velocità delle cariche mobili le quali sono influenzate meno della azione degli ioni fissi. Allora la mobilità a bassa temperatura sale con essa. L'effetto aumenta con il numero di ioni presenti e quindi con la concentrazione. Ad alta temperatura l'agitazione è la causa principale che diminuisce il tempo medio fra due urti. Se cresce la tempe-

ratura sale l'agitazione e diminuisce il tempo medio fra due urti e quindi la mobilità. Quindi non ha molta importanza se il semiconduttore sia drogato o no. L'effetto degli ioni è trascurabile, data l'energia delle cariche mobili.

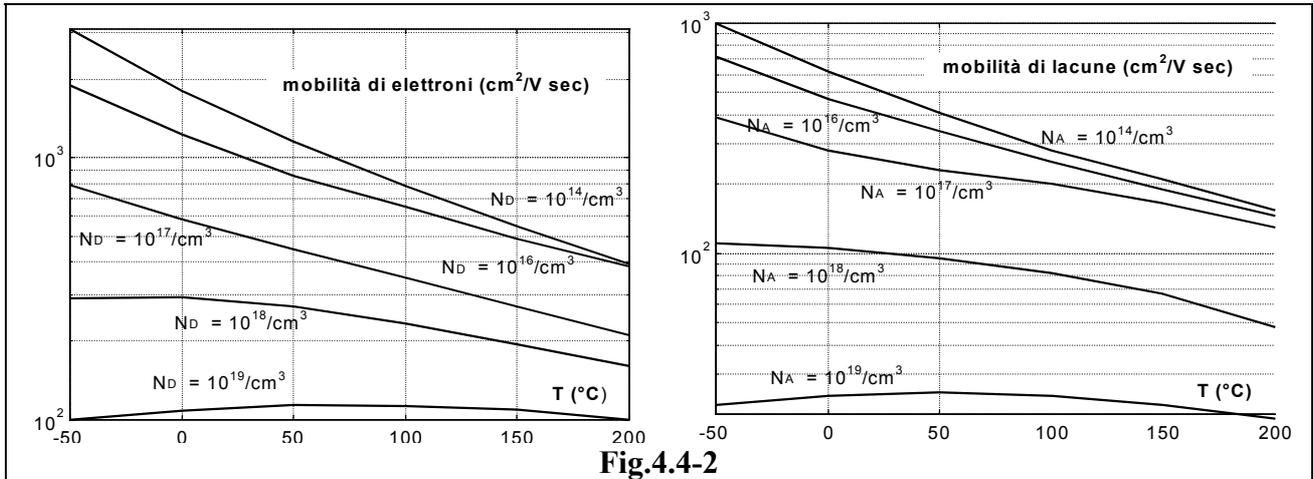


Fig.4.4-2

La Fig.4.4-2 mostra l'andamento della mobilità nel silicio al variare della temperatura, per vari drogaggi. A sinistra il drogaggio è con donatori, a destra con accettori, Si nota che alle alte temperature le pendenze delle curve tendono a confondersi. Una espressione valida soltanto per temperature al di sopra di 25 °C è:

$$\mu = cT^{-\alpha} \tag{4.4-5}$$

Il coefficiente α sperimentalmente ha fluttuazioni importanti rispetto a 3/2 predetto dalla teoria. Più precisamente si ha $\alpha_{nSi} = 2.5$; $\alpha_{pSi} = 2.7$; $\alpha_{nGe} = 1.66$; $\alpha_{pGe} = 2.33$; $\alpha_{nGaAs} = 1$; $\alpha_{pGaAs} = 2.1$.

§4.4.1.3 Resistività e conducibilità dei semiconduttori

Applicando una differenza di potenziale ad un semiconduttore si ha un movimento degli elettroni verso il punto a potenziale più alto e delle lacune verso quello a potenziale più basso. Il verso convenzionale della corrente coincide quello del movimento delle lacune. Gli elettroni, negativi, si spostano in verso opposto alle lacune. Quindi entrambe le cariche partecipano alla corrente con contributi dello stesso segno.

Estendendo la [4.2-23] si ha $\sigma = q(n\mu_n + p\mu_p)$ [4.4-6]

e la resistività è $\rho = \frac{1}{q(n\mu_n + p\mu_p)}$. [4.4-7]

Consideriamo un semiconduttore drogato. La conduzione è essenzialmente dovuta alle cariche maggioritarie. Per un tipo *n* si ha

$$\sigma_n = q n \mu_n \tag{4.4-8}$$

e la resistività è $\rho_n = \frac{1}{qn\mu_n}$. [4.4-9]

Mentre per un *p* $\sigma_p = q p \mu_p$, [4.4-10]

e la resistività è $\rho_p = \frac{1}{qp\mu_p}$. [4.4-11]

Un semiconduttore di tipo *n*, a parità di drogaggio e temperatura, conduce leggermente meglio del *p* per effetto della mobilità superiore degli elettroni.

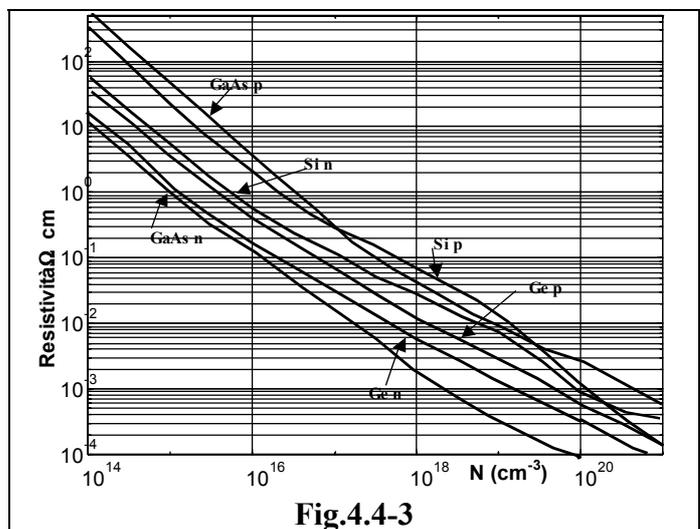


Fig.4.4-3

Se cresce la concentrazione la resistività diminuisce. La resistività a 300 °K dei soliti semiconduttori verso la concentrazione delle impurezze è mostrata nella Fig.4.4-3. L'andamento è abbastanza lineare per tutto il campo.

§4.4.1.4 Resistività, conducibilità e temperatura

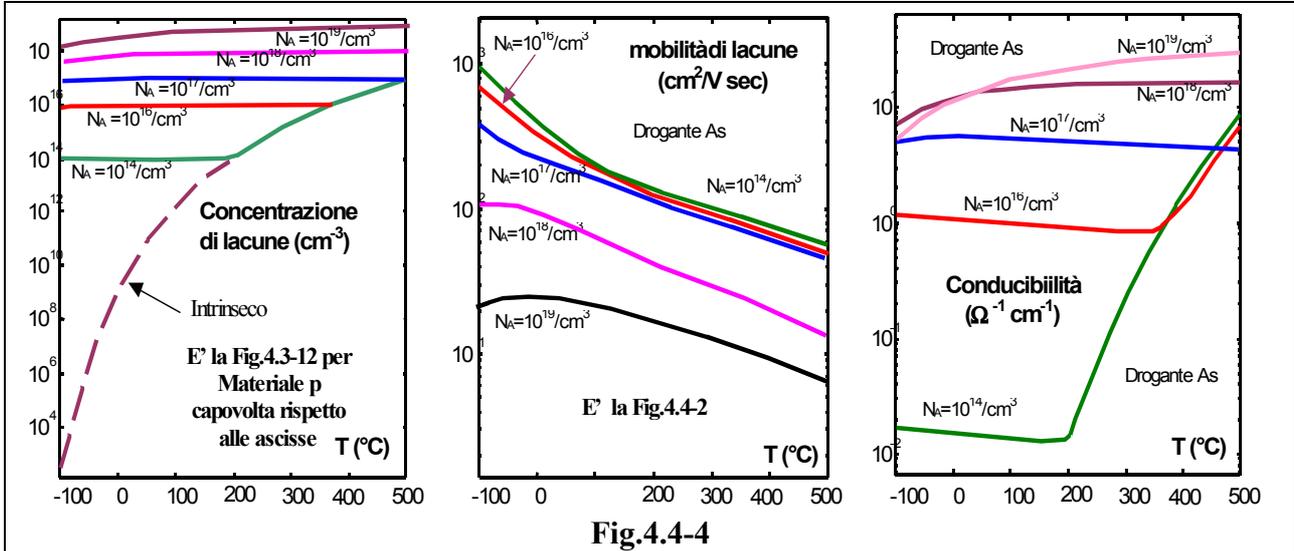


Fig.4.4-4

Combinando gli effetti termici sulla mobilità e sulla concentrazione delle cariche mobili si ottiene l'andamento della conducibilità. La Fig.4.4-4 si riferisce a silicio di tipo p, a titolo d'esempio. Nella figura a sinistra è mostrata la concentrazioni di lacune, sia per materiali intrinseci che per drogati. Quella centrale è la Fig.4.4-2 estesa fino a 600 °C. Dal momento che $\text{Log } \sigma = \text{Log } n + \text{Log } \mu + \text{Log } q$, sommando i due grafici, a parte la costante $\text{Log } q$, si ottiene la figura a destra che rappresenta il comportamento della conducibilità con la temperatura.

Il comportamento delle curve è facilmente spiegabile alla luce di quanto detto finora. A basse temperature prevale l'andamento estrinseco e la conducibilità dipende dalla concentrazione. Ad alta temperatura il comportamento è intrinseco ed indipendente dalla concentrazione.

§4.4.2 La diffusione dei portatori

Un campo elettrico fa muovere le cariche per trascinamento. Ma questo non è l'unico meccanismo che può dar luogo a movimento di cariche. Se la concentrazione delle cariche mobili non è uniforme si ha la **diffusione**. Le cariche mobili tendono a spostarsi dalle zone dove la concentrazione è superiore verso quelle dove è più bassa. Il meccanismo è del tutto simile a qualunque altro processo di diffusione, a parte che a diffondere sono particelle cariche e non neutre.

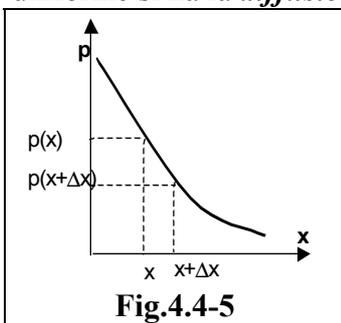


Fig.4.4-5

Per spiegare questo fenomeno semplifichiamo la trattazione considerando un caso unidimensionale. Cioè immaginiamo che la concentrazione delle cariche mobili vari solo lungo una dimensione, come mostrato in Fig.4.4-5. L'estensione al caso tridimensionale da risultati sostanzialmente eguali, ma con calcoli più complicati.

Per l'agitazione termica, gli elettroni si muovono a caso. Vediamo cioè che avviene nella zona tra le due superfici di eguale sezione S , poste a x ed a $x+\Delta x$, con Δx molto piccolo, nelle quali le concentrazioni sono rispettivamente $p(x)$ e $p(x+\Delta x)$. Poiché il moto della diffusione è del tutto casuale, le lacune che sono comprese nel volumetto $S \Delta x$, con concentrazione praticamente costante e pari a $p(x)$, vanno metà verso la destra e l'altra metà verso sinistra. Verso destra si spostano $S \Delta x p(x)/2$ lacune. Dall'altro volumetto posto più a destra di Δx , in cui la concentrazione è $p(x+\Delta x)$, se

ne spostano, analogamente, però verso l'altra parte, una quantità $S \Delta x p(x+\Delta x)/2$. Quindi il numero netto di lacune che passano il volumetto nel senso crescente delle x è dato $S \Delta x p(x)/2 - S \Delta x p(x+\Delta x)/2$. Poiché Δx è molto piccolo, possiamo supporre che $p(x)$ vari di poco nell'intervallo considerato ed è lecito fare l'approssimazione $p(x+\Delta x) \approx p(x) + \Delta x dp/dx$. Pertanto la carica netta che attraversa il volumetto è:

$$q \left[\frac{S \Delta x p(x)}{2} - \frac{S \Delta x p(x + \Delta x)}{2} \right] = q S \Delta x \left[\frac{p(x)}{2} - \frac{p(x + \Delta x)}{2} \right] \approx -q S \frac{\Delta x^2}{2} \frac{dp(x)}{dx}.$$

Se le cariche impiegano un tempo Δt per attraversare lo spessore Δx allora la densità di corrente è $J_p = -q \frac{\Delta x^2}{2\Delta t} \frac{dp(x)}{dx}$. La quantità Δx è stata scelta arbitrariamente. Se prendiamo per Δx la distanza media fra due urti x_{lm} , Δt diventa il tempo medio fra due urti τ_{ml} . Allora:

$$J_p = -q \frac{x_{lm}^2}{2\tau_{ml}} \frac{dp(x)}{dx} = -q D_p \frac{dp(x)}{dx}, \quad [4.4-12]$$

con
$$D_p = \frac{x_{lm}^2}{2\tau_{ml}}. \quad [4.4-13]$$

La costante D_p prende il nome di *costante di diffusione delle lacune*.

Operando in modo simile con la concentrazione non uniforme di elettroni si ottiene

$$J_n = q D_n \frac{dn(x)}{dx}, \quad [4.4-14]$$

nella quale è stato posto
$$D_n = \frac{x_{em}^2}{2\tau_{me}}. \quad [4.4-15]$$

La costante D_n è la *costante di diffusione degli elettroni*.

Il diverso segno nella [4.4-12] rispetto la [4.4-14] dipende dal differente segno delle cariche che stanno diffondendo.

§4.4.2.1 L'equazione di Einstein

Dal momento che nelle costanti di diffusione compaiono il cammino medio fra due urti ed il relativo tempo medio, si intuisce che questo termine deve dipendere dalla agitazione termica e dalla mobilità. Partendo da considerazioni statistiche Einstein ha dimostrato che:

$$\frac{D_p}{\mu_p} = \frac{D_n}{\mu_n} = \frac{k T}{q} = V_T. \quad [4.4-16]$$

Il termine kT/q ha la dimensione di una tensione e viene chiamato *equivalente in tensione della temperatura*. A temperatura ambiente prende il valore di circa 26 mV.

§4.4.3 L'equazione della densità di corrente

In un semiconduttore i due processi di diffusione e di trascinamento possono coesistere. Allora, per la densità di corrente a causa degli elettroni si avrà:

$$J_n = q \left[n \mu_n E + D_n \frac{dn}{dx} \right], \quad [4.4-17]$$

e per le lacune
$$J_p = q \left[p \mu_p E - D_p \frac{dp}{dx} \right]. \quad [4.4-18]$$

Se si hanno entrambi i tipi di cariche mobili

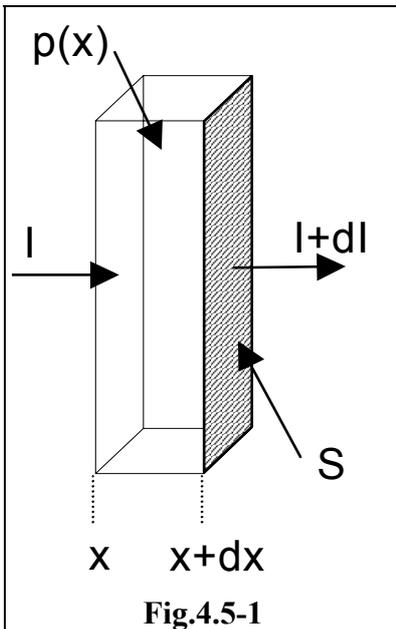
$$J = q \left(n \mu_n E + D_n \frac{dn}{dx} + p \mu_p E - D_p \frac{dp}{dx} \right) = \sigma E + q \left(D_n \frac{dn}{dx} - D_p \frac{dp}{dx} \right). \quad [4.4-19]$$

che è *l'equazione della densità di corrente* in un semiconduttore.

§4.5. I processi che determinano la concentrazione delle cariche mobili

Le concentrazioni delle cariche mobili in un semiconduttore dipendono da drogaggio e temperatura. È questa che fornisce l'energia per la creazione di coppie o per eccitare i donatori o gli accettori. Tuttavia è possibile avere altre cause di produzione di cariche mobili. Per esempio, se si illumina il solido con luce di frequenza sufficientemente alta, si possono creare coppie in eccesso rispetto a quelle prodotte per il solo effetto termico.

In assenza di altre cause, la concentrazione delle cariche è il risultato dinamico di due fenomeni contrapposti. La **ricombinazione** delle cariche mobili di tipo diverso e la **generazione** delle coppie elettroni-lacune. Quando si ha una ricombinazione si cede energia da parte delle cariche mobili, mentre con la generazione le cariche mobili acquistano energia. La temperatura sceglie il valore di questo equilibrio dinamico. Nel caso di altre sorgenti d'energia anche queste contribuiscono a determinare il punto d'equilibrio.



Consideriamo i fenomeni che avvengono in un volumetto dV di sezione S e spessore dx di materiale semiconduttore, ad esempio di tipo p (Vedi Fig.4.5-1). Supponiamo che fra i due processi di generazione e ricombinazione non ci sia equilibrio perché una qualche causa esterna sta fornendo energia al cristallo e si ha produzione di coppie. Se la corrente che entra nel volumetto è I quella che esce differisce di dI . Le due correnti non possono più essere eguali.

Dal momento che siamo in un materiale di tipo p , se immaginiamo di essere in quello che viene chiamato regime di **bassa iniezione**, cioè nel quale la variazione di concentrazione delle cariche maggioritarie sia trascurabile, invece non lo è quello delle cariche minoritarie. Pertanto il conto che segue è fatto per le cariche minoritarie che, nel semiconduttore p sono gli elettroni.

Chiamiamo \mathcal{G} il rate di generazione, cioè il numero di coppie prodotte in un secondo in un volume unitario. Analogamente chiamiamo \mathcal{R} il rate di ricombinazione. La variazione della carica Q_G , nel volume V , nel tempo, per effetto della ricombinazione è $dQ_G/dt = -q \mathcal{G} V$. Il volumetto $dV = S dx$ da un contributo infinitesimo $dI_G = d(dQ_G/dt) = -q \mathcal{G} S dx$. Analogamente l'effetto della ricombinazione è un contributo $dI_R = d(dQ_R/dt) = -q \mathcal{R} S dx$. Se la generazione prevale sulla ricombinazione, si ha carica in eccesso e tale carica esce dal volumetto. Come abbiamo già detto la corrente che entra non è la stessa di quella che esce. La variazione netta di carica nel tempo, nel volume $S dV$ è $d(dQ/dt) = -q S dx dn_p/dt$. Questa variazione netta di carica si può calcolare come differenza fra gli effetti della generazione e della ricombinazione. E poiché questi non si equilibrano, si ha una differenza di corrente dI . Allora

$$d(dQ/dt) = -q S dx dn_p/dt = -q \mathcal{G} S dx + q \mathcal{R} S dx - dI.$$

Dividendo per $-q S dx$

$$\frac{dn_p}{dt} = \mathcal{G} - \mathcal{R} + \frac{dJ_n}{q dx}. \quad [4.5-1]$$

Valida per i materiali p . Analogamente se si considerano le lacune in un materiale n si può trovare:

$$\frac{dp_n}{dt} = \mathcal{G} - \mathcal{R} - \frac{dJ_p}{q dx}. \quad [4.5-2]$$

Si noti il segno differente dell'ultimo termine nel secondo membro delle due precedenti espressioni dovuto al diverso tipo di cariche mobili in esame.

In un semiconduttore in equilibrio i due processi di generazione e di ricombinazione si equilibrano: $\mathcal{G} = \mathcal{R}$ e non c'è accumulazione di cariche e le concentrazioni n e p sono uniformi. Suppo-

niamo il semiconduttore drogato e non degenerare e studiamo, per esempio, un materiale p . Sappiamo che $p_p = N_A$ e $n_p = n_i^2/N_A$. La probabilità di avere una ricombinazione è proporzionale sia al numero di elettroni che a quelle delle lacune. Più precisamente, la ricombinazione è proporzionale al prodotto delle due concentrazioni. E dipende dalla temperatura secondo una funzione crescente $a(T)$.

Cioè
$$\mathcal{R} = a(T) n p. \quad [4.5-3]$$

Quindi, in equilibrio
$$\mathcal{G}(T) = \mathcal{R}(T) = a(T) n p.$$

Cioè, sempre in equilibrio
$$n p = n_i^2 = \mathcal{G}(T)/a(T) \quad [4.5-4]$$

Aggiungiamo il pedice o alle concentrazioni per indicare il loro valore in equilibrio. Per cui $p_{p0} = N_A$ e $n_{p0} = n_i^2 / N_A$.

§4.5.1 Tempo di vita delle cariche minoritarie

Supponiamo, senza cambiare la temperatura T , di aumentare la generazione in qualche modo. Cioè la generazione diventi $\mathcal{G}' + \mathcal{G}(T)$. Ci sarà un aumento sia di n che di p . Se il semiconduttore è isolato, da esso non sfugge alcuna corrente e allora $I = J = 0$. Supponiamo, inoltre di essere in regime di bassa iniezione, cioè che la variazione di concentrazione di lacune sia irrilevante, dato che il semiconduttore è di tipo p e $p = N_A$. Invece notevole è la variazione della concentrazione delle cariche minoritarie. Allora

$$\frac{dn_p}{dt} = \mathcal{G}' + \mathcal{G} - \mathcal{R} = \mathcal{G}' + a(T)(n_i^2 - n_p p_p) \approx \mathcal{G}' + a(T)(n_{p0} p_{p0} - n_p p_{p0}) = \mathcal{G}' + a(T) p_{p0} (n_{p0} - n_p),$$

cioè
$$\frac{dn_p}{dt} = \mathcal{G}' + \frac{n_{p0} - n_p}{\tau_n} = \mathcal{G}' + (\mathcal{G} - \mathcal{R}) = \mathcal{G}' - \mathcal{U}, \quad [4.5-5]$$

dove si è posto
$$\frac{1}{\tau_n} = a(T) p_{p0}. \quad [4.5-6]$$

Il termine $\mathcal{U} = \mathcal{R} - \mathcal{G}$ prende il nome di **rate di ricombinazione netto** delle cariche minoritarie.

Quindi il rate di ricombinazione netto in un semiconduttore di tipo p è

cioè
$$\mathcal{U} = \frac{n_p - n_{p0}}{\tau_n}. \quad [4.5-7]$$

Analogamente in un n
$$\mathcal{U} = \frac{p_n - p_{n0}}{\tau_p}. \quad [4.5-8]$$

con
$$\frac{1}{\tau_p} = a(T) n_{n0}. \quad [4.5-9]$$

Evidentemente per il semiconduttore n si può scrivere una espressione simile alla [4.5-5]

$$\frac{dp_n}{dt} = \mathcal{G}' + \frac{p_{n0} - p_n}{\tau_p} = \mathcal{G}' + (\mathcal{G} - \mathcal{R}) = \mathcal{G}' - \mathcal{U}, \quad [4.5-10]$$

τ_n e τ_p prendono il nome di **di tempo di vita media delle cariche minoritarie**.

A regime, finché c'è la generazione addizionale \mathcal{G}' , $dn_p/dt = 0$ e

$$\mathcal{G}' = \frac{n_p - n_{p0}}{\tau_n}, \quad [4.5-11]$$

cioè
$$n_p = n_{p0} + \tau_n \mathcal{G}'. \quad [4.5-12]$$

Supponiamo che ad un certo istante, che assumiamo come istante iniziale, si tolga la causa che ha prodotto la generazione addizionale \mathcal{G}' . Dalla [4.5-5] $\frac{dn_p}{n_p - n_{p0}} = -\frac{dt}{\tau_n}$. Integran-

do $\int \frac{dn_p}{n_p - n_{p0}} = -\int \frac{dt}{\tau_n} + c$. Cioè $\ln(n_p - n_{p0}) = -t/\tau_n + c$. Per $t = 0$, $n_p(0) = n_{p0} + \tau_n \mathcal{G}'$ e $\ln(\tau_n \mathcal{G}') = c$.

Quindi $\ln(n_p - n_{p0}) - \ln(\tau_n \mathcal{G}') = -t/\tau_n$, ed infine

$$n_p = n_{p0} + \tau_n G' e^{-t/\tau_n}, \quad [4.5-13]$$

che è mostrata in Fig.4.5-3. La concentrazione in eccesso $n_p - n_{p0}$ tende a zero con costante di tempo pari alla vita media dei portatori minoritari.

Nel semiconduttore di volume V il numero di elettroni in eccesso prima che G' andasse a zero era $\tau_n G' V$. Successivamente, istante per istante, le cariche in eccesso diventano

$$V (n_p - n_{p0}) = V \tau_n G' e^{-t/\tau_n}, \quad [4.5-14]$$

Dando tempo sufficiente tutte le cariche in eccesso si ricombineranno. Quindi, integrando il numero di cariche in eccesso nel tempo e dividendo per il loro numero si ottiene il **tempo di vita medio**, cioè

$$\int_0^\infty V \tau_n G' e^{-t/\tau_n} dt / \tau_n G' V = \int_0^\infty e^{-t/\tau_n} dt = \tau_n. \quad [4.5-15]$$

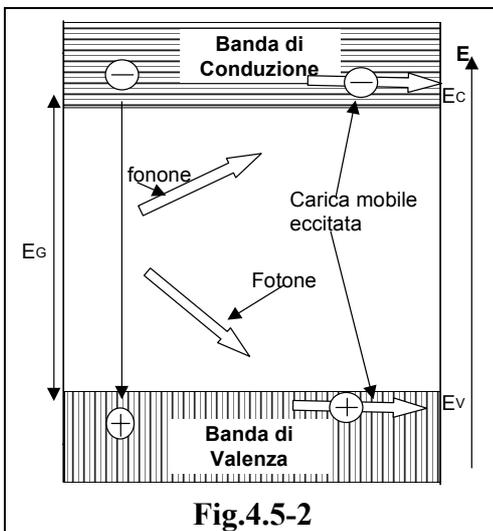
ed è giustificato il nome di tempo di vita medio dei portatori minoritari.

Ovviamente lo stesso discorso può farsi per le lacune in un materiale n . Il loro tempo di vita medio è τ_p .

§4.5.2 I meccanismi di ricombinazione

In un semiconduttore drogato il tempo di vita media dei portatori minoritari dipende dalla concentrazione delle maggioritarie e dalla temperatura e dalla eventuale presenza di altre impurezze. I processi con i quali le cariche si ricombinano appartengono a tre principali categorie: **ricombinazione diretta**, **ricombinazione mediante trappole** e **ricombinazione di superficie**.

§4.5.2.1 La ricombinazione diretta

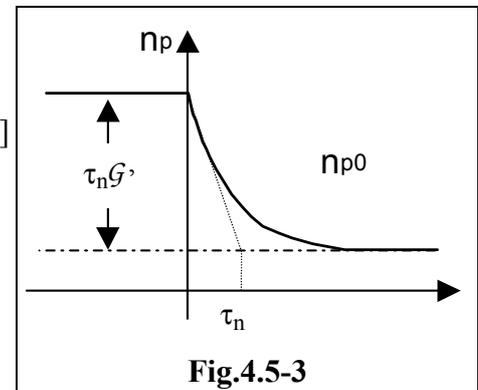


La figure accanto è utile per spiegare questo meccanismo di ricombinazione. Un elettrone libero cade direttamente in un livello vuoto in banda di valenza con un unico salto. Nel fare ciò una energia superiore ad E_g viene liberata. Questa si può avere sotto forma di un **fotone** che si sposta dentro il reticolo e contribuisce all'energia del solido. Oppure l'energia si può trasferire direttamente ad un elettrone od ad una lacuna producendo una carica mobile fortemente energetica, che, in genere, distribuisce la sua energia in eccesso alle altre cariche mobili della stessa banda. Infine, si può avere trasferimento diretto di energia sotto forma di un **fonone**: cresce l'oscillazione degli atomi attorno alle loro posizioni di equilibrio.

Il processo di ricombinazione diretta può anche avvenire in due fasi. Un elettrone libero, passando nei pressi di una lacuna mobile, viene da essa attirato, ma senza ricombinarsi immediatamente. Si forma un insieme di due cariche mobili che per un po' sopravvive. Tale insieme prende il nome di **eccitone**. Finché l'**eccitone** esiste, esso immagazzina l'energia, ma alla fine, quando scompare, si ha la ricombinazione definitiva e la sua energia viene ceduta.

§4.5.2.2 I centri di ricombinazione

La presenza di opportune impurezze produce livelli intermedi E_T fra le bande, nella parte centrale del gap, vedi Fig.4.3-8. Queste impurezze sono chiamate **trappole**. Il salto fra le bande può avvenire in due passi successivi usando il livelli della trappola come gradino intermedio. Si possono avere quattro distinte possibilità. L'elettrone può cadere dalla banda di conduzione nel livello E_T



permesso della trappola. L'elettrone intrappolato può risalire in banda di conduzione a partire dalla trappola oppure cadere in quella di valenza ricombinandosi definitivamente. Infine, un elettrone può saltare nella trappola provenendo dalla banda di valenza con ciò lasciando una lacuna mobile. Queste quattro possibilità sono rappresentate schematicamente nell'ordine descritto in Fig.4.5-4.

Sia N_T la concentrazione delle trappole e F_T la relativa frazione occupata da elettroni. V è il volume del semiconduttore. Pertanto si avranno $N_T F_T V$ elettroni che occupano trappole.

Il rate \mathcal{R}_n di occupazione delle trappole da parte degli elettroni che provengono dalla banda di conduzione è proporzionale alla loro concentrazione n ed alla frazione di trappole libere $1 - F_T$. Cioè

$$\mathcal{R}_n = k_n n (1 - F_T). \quad [4.5-16]$$

Si tratta di un processo che tende a diminuire la concentrazione delle cariche mobili ed è quindi una ricombinazione. Se F_T è zero, cioè se tutte le trappole sono vuote, $k_n = \mathcal{R}_n/n$ che rappresenta il rate di ricombinazione per elettrone ed è evidentemente proporzionale alla concentrazione N_T delle trappole. Per essere più precisi

$$k_n = \sigma_n \sqrt{3kT / m_e} N_T \quad [SZ].$$

σ_n rappresenta la sezione d'urto di cattura dell'elettrone

Il rate \mathcal{G}_n di emissione degli elettroni dalle trappole verso la banda di conduzione è proporzionale alla frazione di trappole occupate

$$\mathcal{G}_n = k_n' F_T. \quad [4.5-17]$$

È un processo di generazione perché tende ad aumentare la concentrazione delle cariche mobili.

Per ogni elettrone che dalla banda di conduzione cade in una trappola ce n'è un altro che sfugge dalla trappola e va in banda di conduzione. Allora $\mathcal{G}_n = k_n' F_T = k_n n (1 - F_T) = \mathcal{R}_n$.

Da cui si ricava
$$k_n' = k_n n \frac{1 - F_T}{F_T}. \quad [4.5-18]$$

La frazione F_T di trappole occupate si determina dalla funzione di Fermi, data dalla [4.2-5]. Cioè $F_T = \frac{1}{1 + e^{(E_T - E_F)/kT}}$. Ricordiamo che il livello di Fermi varia con la concentrazione delle cariche mobili.

A regime avremo una concentrazione n_0 ed una frazione di trappole occupate F_{T0}

$$F_{T0} = \frac{1}{1 + e^{(E_T - E_{F0})/kT}},$$

E_{F0} è il livello di Fermi a regime.

Il rate di occupazione delle trappole deve essere eguale al rate di emissione degli elettroni, allora, a regime, abbiamo una espressione analoga alla [4.5-18]. Da cui si ricava

$$k_n' = k_n n \frac{1 - F_{T0}}{F_{T0}} = k_n n e^{(E_T - E_{F0})/kT} = k_n N_{ce}^{-(E_C - E_{F0})/kT} e^{(E_T - E_{F0})/kT} = k_n N_{ce}^{-(E_C - E_T)/kT} = k_n n_T \quad [4.5-19]$$

nella quale si è fatto uso della [4.3-17]. n_T rappresenta la concentrazione di elettroni in banda di conduzione che si avrebbe se il livello di Fermi coincidesse con quello delle trappole, cioè

$$n_T = N_{ce}^{-(E_C - E_T)/kT}. \quad [4.5-20]$$

Se per qualche motivo c'è produzione in eccesso, \mathcal{G}_n supera \mathcal{R}_n , ed il rate netto di ricombinazione degli elettroni è $\mathcal{U}_n = \mathcal{R}_n - \mathcal{G}_n = k_n n (1 - F_T) - k_n' F_T$,

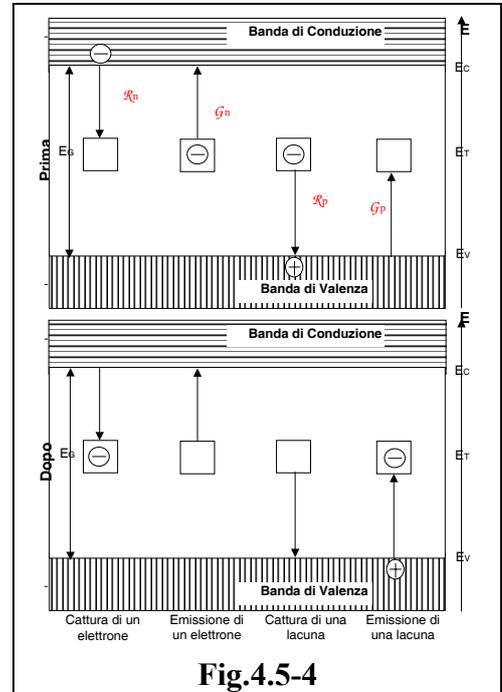


Fig.4.5-4

$$\text{cioè} \quad \mathcal{U}_n = \mathcal{R}_n - \mathcal{G}_n = k_n [n(1 - F_T) - n_T F_T]. \quad [4.5-21]$$

Analogamente, per il rate \mathcal{G}_p di intrappolamento degli elettroni che provengono dalla banda di valenza cioè per il rate di generazione delle lacune ed per il rate \mathcal{R}_p di ricombinazione delle lacune da parte degli elettroni provenienti dalle trappole si trovano espressioni simili alle precedenti e cioè

$$\mathcal{U}_p = \mathcal{R}_p - \mathcal{G}_p = k_p [p F_T - p_T(1 - F_T)]. \quad [4.5-22]$$

p_T rappresenta la concentrazione di elettroni in banda di valenza che si avrebbe se il livello di Fermi coincidesse con quello delle trappole. Ossia

$$p_T = N_V e^{-(E_T - E_V)/kT}. \quad [4.5-23]$$

Chiamiamo n_0 e p_0 le concentrazioni in equilibrio, che pertanto sono legate dalla legge d'azione di massa espressa dalla [4.3-19]. Anche se non si è in equilibrio, cioè se n e p non coincidono con n_0 e p_0 il rate netto di ricombinazioni degli elettroni non può essere diverso da quello delle lacune. Cioè

$$\mathcal{U}_n = k_n [n(1 - F_T) - n_T F_T] = \mathcal{U}_p = k_p [p F_T - p_T(1 - F_T)]. \quad [4.5-24]$$

Ed allora possiamo ricavare la probabilità F_T d'occupazione delle trappole. Si ha

$$F_T = \frac{k_n n + k_p p_T}{k_p(p + p_T) + k_n(n + n_T)} = \frac{1}{1 + e^{(E_T - E_F)/kT}}. \quad [4.5-25]$$

Sostituendo la precedente nella [4.5-24], dopo qualche passaggio, si ottiene

$$\mathcal{U} = \mathcal{U}_n = \mathcal{U}_p = \frac{k_p k_n (n p - n_i^2)}{k_p(p + p_T) + k_n(n + n_T)}, \quad [4.5-26]$$

nella quale si è fatto uso delle [4.3-4], [4.3-20] e [4.3-23].

Se si ha eccesso, n e p sono diversi da n_0 e p_0 e F_T è differente dal valore F_{T0} d'equilibrio,

$$F_{T0} = \frac{k_n n_0 + k_p p_T}{k_p(p_0 + p_T) + k_n(n_0 + n_T)} = \frac{1}{1 + e^{(E_T - E_{F0})/kT}}. \quad [4.5-27]$$

L'eccesso di generazione determina un rate di ricombinazione netto superiore a zero.

Supponiamo che lo scostamento dall'equilibrio e la concentrazione N_T delle trappole non siano eccessive. Ciò significa che $n = n_0 + \Delta p$ e $p = p_0 + \Delta p$ perché $\Delta n = \Delta p$. Allora la [4.5-26] si può riscrivere come

$$\mathcal{U} = \frac{k_p k_n [(n_0 + \Delta n)(p_0 + \Delta p) - n_i^2]}{k_p(p_0 + \Delta p + p_T) + k_n(n_0 + \Delta n + n_T)} = \Delta p \frac{k_p k_n (n_0 + p_0 + \Delta p)}{k_p(p_0 + \Delta p + p_T) + k_n(n_0 + \Delta n + n_T)}. \quad [4.5-28]$$

Ovviamente al posto di Δp si può mettere Δn . La [4.5-28] ha la stessa forma delle [4.5-7] e [4.5-8].

Allora:
$$\mathcal{U} = \frac{\Delta p}{\tau} = \frac{\Delta n}{\tau},$$

dove τ è il tempo di vita medio delle cariche, che è

$$\frac{1}{\tau} = \frac{k_p k_n (n_0 + p_0 + \Delta p)}{k_p(p_0 + \Delta p + p_T) + k_n(n_0 + \Delta p + n_T)}. \quad [4.5-29]$$

In un semiconduttore n , molto drogato, a regime n_0 è molto più grande di n_T , di p_0 e di n_T , ed anche di Δp , perché, come vedremo fra poco, è opportuno che il livello delle trappole sia verso la metà del gap. Se è possibile ritenere che le due costanti k_p e k_n siano dello stesso ordine, dalla precedente è possibile calcolare il tempo di vita media τ_{p0} delle cariche minoritarie che sono le lacune e la precedente si riduce a $1/\tau_{p0} \approx k_p$. Con ipotesi analoghe per un semiconduttore p molto drogato si può approssimare il tempo di vita medio a $1/\tau_{n0} \approx k_n$. τ_{n0} e τ_{p0} sono i tempi di vita relativi a semiconduttori molto drogati. In base a quanto detto [4.5-29] si può riscrivere come

$$\frac{1}{\tau} = \frac{n_0 + p_0 + \Delta p}{\tau_{n0}(p_0 + \Delta p + p_T) + \tau_{p0}(n_0 + \Delta p + n_T)}. \quad [4.5-30]$$

Se, come abbiamo già detto, il livello di iniezione è abbastanza basso, $\Delta p \ll n_0 + p_0$ e si ha

$$\tau \approx \frac{\tau_{n0}(p_0 + p_T) + \tau_{p0}(n_0 + n_T)}{n_0 + p_0} = \tau_{n0} \frac{p_0 + p_T}{n_0 + p_0} + \tau_{p0} \frac{n_0 + n_T}{n_0 + p_0} = \tau_n + \tau_p. \quad [4.5-31]$$

A parità di temperatura e concentrazione del drogante, la vita media degli elettroni è inferiore a quella delle lacune. Questo fatto è dovuto alla minore mobilità delle lacune rispetto agli elettroni e quindi alla più bassa probabilità di intercettare, nel medesimo intervallo di tempo, trappole.

La figura accanto mostra come varia la vita media delle cariche mobili al variare del livello di Fermi, cioè della concentrazione del drogante, per un determinato valore di E_T . Ma mano che E_F sale si va dal p molto drogato, $E_F \approx E_V$, fino all'n molto drogato ($E_F \approx E_C$) passando per l'intrinseco, $E_F = E_{Fi}$. Il tempo di vita media varia, quindi, da τ_{n0} a τ_{p0} , passando per il massimo che si ha in prossimità dell'intrinseco. I valori sperimentali dei due tempi di vita sono abbastanza simili e quindi l'ipotesi fatta su k_p e k_n è corretta.

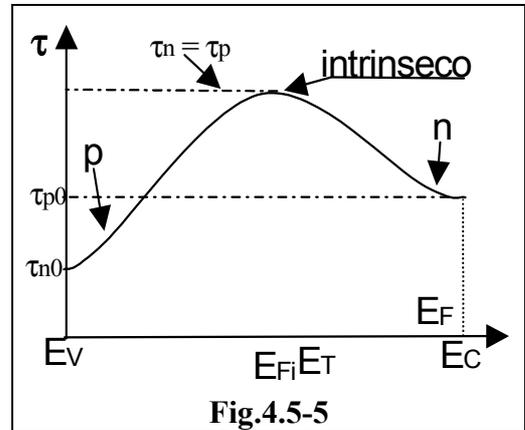


Fig.4.5-5

Per diminuire al massimo la vita media bisogna fare in modo che le trappole diano un livello a metà gap circa. Il livello di ricombinazione degli elettroni è eguale a quello delle lacune. Se le trappole fossero molto alte nel gap, la ricombinazione degli elettroni sarebbe facilitata, ma contrastata quella delle lacune e quindi, questa, predominando, determinerebbe il tempo di vita che risulterebbe grande. Se le trappole fossero ad un livello troppo basso, si avrebbe esattamente il contrario. Sarebbero gli elettroni ad avere più difficoltà a ricombinarsi e rallenterebbero il processo. Se il livello E_T , invece, è a metà del gap, i due processi hanno stesse probabilità di avvenire e la vita media diminuisce. Pertanto le sostanze che si introducono per controllare il tempo di vita media sono quelle che introducono livelli energetici a circa metà del gap. Un candidato molto interessante è l'oro come si può vedere dalla Fig.4.3-8.

Ci sono altri modi, oltre al citato, con i quali si vengono a formare i centri di ricombinazione. Le impurezze *interstiziali*, ad esempio, introducono altri livelli nel gap. La posizione di questi livelli determina se l'impurezza si comporterà da donore, accettore o trappola. Il bombardamento con particelle ad alta energia provoca *danno* al reticolo. Particolarmente dannose sono le particelle neutre che riescono a penetrare senza difficoltà il campo elettrico dell'atomo. Alcuni atomi vengono spostati dalla loro posizione e si comportano come le impurezze interstiziali. Trappole vengono anche prodotte dalla presenza di *dislocazioni*. Si tratta di zone del cristallo che hanno diverso orientamento del reticolo. Al loro contorno ci sono valenze non sature che introducono livelli nel gap.

§4.5.2.3 Stati e ricombinazione superficiale

Gli atomi che stanno sulla superficie del semiconduttore non ne hanno altri da tutti i lati, per cui non riescono a saturare tutte le valenze. Si producono livelli intermedi nel gap, tutti concentrati sulla superficie, e che agiscono come centri di ricombinazione. La densità superficiale di tali stati sembrerebbe dovere essere eguale a quella degli atomi del semiconduttore, dell'ordine di $10^{15}/\text{cm}^2$. Invece risulta sensibilmente inferiore, e cioè al massimo $10^{11}/\text{cm}^2$. Il fatto è che la superficie esterna del semiconduttore si ossida in presenza di aria e una grande quantità di legami degli atomi superficiali vengono saturati e non diventano trappole. Addirittura, se si ossida ad alta temperatura, si può scendere a densità di stati superficiali fino a $10^{10}/\text{cm}^2$. Questa operazione di ossidazione delle superfici prende il nome di *passivazione* ed è particolarmente importante per impedire che le correnti di perdita nei dispositivi assumano valori molto alti, vedi §6.1.4 e §6.1.7.

§4.6. L'equazione di continuità e le sue applicazioni

Tenendo conto di quanto detto finora relativamente ai materiali drogati, dalle [4.5-1], [4.5-5] e [4.5-7] si ricava

$$\frac{\partial n_p}{\partial t} = \mathcal{G}' - \frac{n_p - n_{p0}}{\tau_n} + \frac{\partial J_n}{q \partial x}. \quad [4.6-1]$$

Analogamente, dalle [4.5-2] [4.5-8] e [4.5-10]

$$\frac{\partial p_n}{\partial t} = \mathcal{G}' - \frac{p_n - p_{n0}}{\tau_p} - \frac{\partial J_p}{q \partial x}. \quad [4.6-2]$$

Le correnti J_n e J_p sono state calcolate già e sono date dalle relazioni [4.4-17] e [4.4-18]. Sostituendole nelle [4.6-1] e [4.6-2], rispettivamente, si ottengono le seguenti espressioni valide per le cariche minoritarie:

$$\frac{\partial n_p}{\partial t} = \mathcal{G}' - \frac{n_p - n_{p0}}{\tau_n} + \frac{\partial}{\partial x} \left[n_p \mu_n E + D_n \frac{\partial n_p}{\partial x} \right],$$

cioè
$$\frac{\partial n_p}{\partial t} = \mathcal{G}' - \frac{n_p - n_{p0}}{\tau_n} + \mu_n E \frac{\partial n_p}{\partial x} + n_p \mu_n \frac{\partial E}{\partial x} + D_n \frac{\partial^2 n_p}{\partial x^2}. \quad [4.6-3]$$

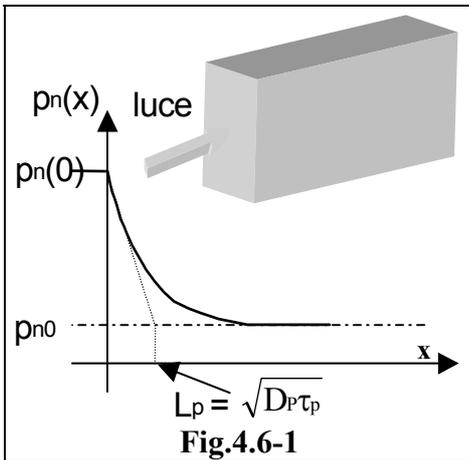
E
$$\frac{\partial p_n}{\partial t} = \mathcal{G}' - \frac{p_n - p_{n0}}{\tau_p} - \frac{\partial}{\partial x} \left[p_n \mu_p E - D_p \frac{\partial p_n}{\partial x} \right],$$

ossia,
$$\frac{\partial p_n}{\partial t} = \mathcal{G}' - \frac{p_n - p_{n0}}{\tau_p} - \mu_p E \frac{\partial p_n}{\partial x} - p_n \mu_p \frac{\partial E}{\partial x} + D_p \frac{\partial^2 p_n}{\partial x^2}. \quad [4.6-4]$$

Le ultime espressioni prendono il nome di *equazioni di continuità*.

Ricordiamo che tutto quanto è stato determinato in condizioni di basse iniezioni, cioè in modo che la concentrazione dei portatori maggioritari sia praticamente invariata.

§4.6.1 Iniezione di cariche da una superficie



Un semiconduttore è, per esempio, illuminato da una parte su una sola faccia come nella Fig.4.6-1. A regime si avrà un eccesso di cariche minoritarie sulla faccia. All'interno, a profondità sufficiente, non c'è più eccesso. Se il semiconduttore è di tipo n, sulla faccia illuminata la concentrazione delle lacune è $p_n(0)$ rispetto ad una concentrazione p_{n0} più bassa in profondità. Da momento che la concentrazione non è uniforme, si ha diffusione dalla parete esterna verso l'interno, e se all'interno non esiste generazione addizionale e non viene applicato campo elettrico, non c'è neanche variazione di concentrazione a regime. In tal caso l'equazione di continuità che regola il comportamento delle cariche minoritarie si riduce a

$$0 = -\frac{p_n - p_{n0}}{\tau_p} + D_p \frac{\partial^2 p_n}{\partial x^2},$$

o anche
$$\frac{\partial^2 p_n}{\partial x^2} - \frac{p_n - p_{n0}}{\tau_p D_p} = 0. \quad [4.6-5]$$

La relativa equazione caratteristica ha le radici

$$\pm \frac{1}{\sqrt{\tau_p D_p}} = \pm \frac{1}{L_p}. \quad [4.6-6]$$

La quantità L_p prende il nome di *lunghezza di diffusione* ed esprime la distanza media percorsa dalle cariche minoritarie in eccesso in un semiconduttore prima di ricombinarsi.

La soluzione generale della [4.6-5] è

$$p_n - p_{n0} = Ae^{-x/L_p} + Be^{x/L_p} \quad [4.6-7]$$

Le condizioni al contorno fissano che per $x = 0$, $p_n = p_n(0)$, mentre per $x \rightarrow \infty$, $p_n \rightarrow p_{n0}$. Applicandole alla precedente si ottiene $A = p_n(0) - p_{n0}$ e $B = 0$. Quindi la soluzione è

$$p_n - p_{n0} = [p_n(0) - p_{n0}] e^{-x/L_p}, \quad [4.6-8]$$

rappresentata nella Fig.4.6-1.

La concentrazione non è uniforme e si può calcolare la corrente di diffusione dalla [4.4-12]

$$J_p = q \frac{D_p}{L_p} [p_n(0) - p_{n0}] e^{-x/L_p},$$

cioè

$$J_p = q [p_n(0) - p_{n0}] \sqrt{D_p/\tau_p} \cdot e^{-x/L_p}. \quad [4.6-9]$$

La corrente è massima sulla faccia e diminuisce con legge esponenziale. Ad una distanza di circa $3L_p$ essa è praticamente nulla.

Si può calcolare il percorso medio di una lacuna prima di ricombinarsi. Per fare ciò basta integrare tutto l'eccesso di carica dato dalla [4.6-8] e dividere per l'eccesso sulla faccia. Evitiamo di eseguire i conti, d'altra parte abbastanza semplici. Il risultato è che il percorso medio è proprio la lunghezza di diffusione L_p . Pertanto la **lunghezza di diffusione L_p è lo spazio che in media percorre una carica minoritaria lacuna in un semiconduttore di tipo n, prima di ricombinarsi.**

Omettiamo il caso del semiconduttore p, perché è del tutto analogo.

§4.6.2 Iniezione di cariche da una superficie con rimozione della carica all'interno

Può essere interessante determinare ciò che avviene se, invece, con un qualche mezzo, ad una distanza W inferiore a L_p , viene rimossa la carica in eccesso. La soluzione generale è ancora la [4.6-7], ma cambiano le condizioni al contorno, cioè, questa volta, si ha che per $x = W$, $p_n = p_{n0}$. Non eseguiamo i calcoli che sono simili a quelli del caso precedente. Comunque si può trovare

$$p_n - p_{n0} = [p_n(0) - p_{n0}] \frac{\text{sh} (x - W)/L_p}{\text{sh} W/L_p}. \quad [4.6-10]$$

Il tutto è rappresentato nella figura accanto.

Anche qui, applicando sempre la [4.4-11], si può calcolare la corrente. Alla distanza W dalla superficie è

$$J_p|_W = q \sqrt{\frac{D_p}{\tau_p}} \cdot \frac{p_n(0) - p_{n0}}{\text{sh} W/L_p}. \quad [4.6-11]$$

È interessante notare che la corrente, oltre che dipendere dall'eccesso di cariche minoritarie sulla superficie, dalle caratteristiche del materiale e dalle condizioni fisiche, dipende anche dalla distanza a cui la carica è rimossa. Minore è lo spessore di semiconduttore percorso dalle cariche più grande è la corrente raccolta.

§4.6.3 Profilo di concentrazione superficiale

Supponiamo di produrre generazione in eccesso in tutto il semiconduttore e di volere studiare quello che avviene in superficie, dove la velocità di ricombinazione è superiore. Per questo fatto si ha un richiamo di cariche mobili, di entrambi i tipi, dall'interno del conduttore. Dato che la vita media è inferiore in superficie, le cariche mobili in questa zona sono in concentrazione inferiore e, per diffusione, altre cariche mobili vengono dall'interno e si ricombinano. La superficie agisce come centro di attrazione delle cariche mobili che qui vengono a ricombinarsi. La corrente netta è nulla, però, poiché per ricombinarsi devono venire tanti elettroni quante lacune. La Fig.4.6-3 mostra il

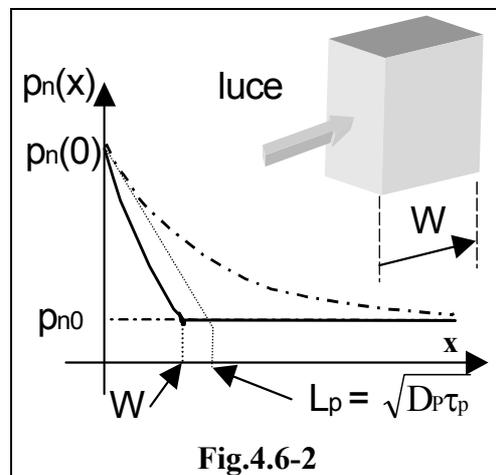
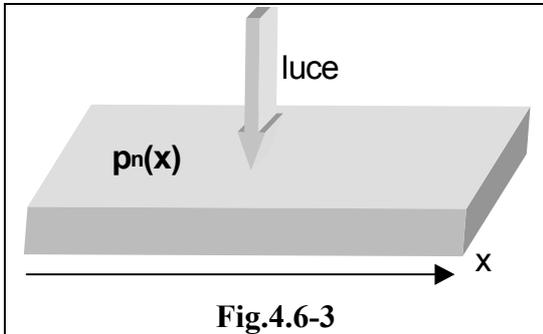


Fig.4.6-2

semiconduttore illuminato sulla faccia. Vediamo di determinare la curva delle concentrazioni. Studiamo il fenomeno a regime in un semiconduttore n. Sia \mathcal{G}' il rate di generazione addizionale in tutto il semiconduttore. Dal momento che siamo a regime, p_n non varia nel tempo. E poi non applichiamo campo elettrico. Allora la [4.6-4] si riduce a, $\mathcal{G}' - \frac{p_n - p_{n0}}{\tau_p} + D_p \frac{\partial^2 p_n}{\partial x^2} = 0$, o anche



$$\frac{\partial^2 p_n}{\partial x^2} - \frac{p_n - p_{n0}}{D_p \tau_p} = -\frac{\mathcal{G}'}{D_p}, \quad [4.6-12]$$

La concentrazione cambia solo vicino la superficie. Nel volume, a profondità sufficiente, essa diventa uniforme. Dunque, dalla precedente espressione

$$p_n(\infty) - p_{n0} = \tau_p \mathcal{G}'. \quad [4.6-13]$$

La corrente di diffusione, nella zona superficiale, ha lo scopo di equilibrare l'effetto dell'eccessiva ricombinazione. Pertanto, sulla superficie, cioè a $x = 0$, la corrente di diffusione è proporzionale all'eccesso $p_n - p_{n0}$. Quindi, prendendo per la corrente di diffusione la relazione [4.4-12], ma tenendo conto che essa ha il verso delle x decrescenti si ha

$$-q D_p \frac{\partial p_n}{\partial x} \Big|_{x=0} = q v_r [p_{n0} - p_n(0)].$$

La costante di proporzionalità v_r ha le dimensioni di una velocità e prende il nome di velocità di ricombinazione superficiale. Dividendo entrambi i membri della precedente per $-qD_p$ si trova:

$$\frac{\partial p_n}{\partial x} \Big|_{x=0} = v_r \frac{p_n(0) - p_{n0}}{D_p}. \quad [4.6-14]$$

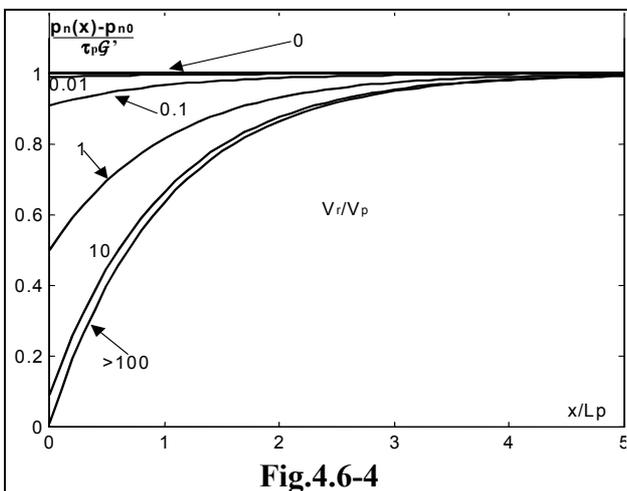
L'equazione caratteristica dell'omogenea associata alla [4.6-12] ha come radici le [4.6-6]. Operando opportunamente si trova che la soluzione della [4.6-12] è $p_n - p_{n0} = Ae^{-x/L_p} + Be^{x/L_p} + \tau_p \mathcal{G}'$, nelle quali A e B sono costanti che si determinano in funzione delle condizioni al contorno [4.6-13] e [4.6-14].

La prima delle due, imponendo che nel volume $p_n(\infty) - p_{n0} = \tau_p \mathcal{G}'$, che è un valore finito, stabilisce che B deve essere nulla. Allora l'espressione precedente si riduce a

$$p_n - p_{n0} = Ae^{-x/L_p} + \tau_p \mathcal{G}'. \quad [4.6-15]$$

Derivando rispetto a x e sostituendo nella [4.6-14] $\frac{\partial p_n}{\partial x} \Big|_{x=0} = -\frac{A}{L_p} = v_r \frac{p_n(0) - p_{n0}}{D_p}$, cioè

$A = -v_r L_p \frac{p_n(0) - p_{n0}}{D_p}$. Per $x = 0$, dalla [4.6-15], $p_n - p_{n0} = A + \tau_p \mathcal{G}'$, che combinata con la prece-



dente, porta a $A = \frac{-\mathcal{G}' \tau_p v_r}{v_r + D_p/L_p}$. In definitiva la

[4.6-15], dopo alcuni passaggi si riduce a

$$\frac{p_n(x) - p_{n0}}{\mathcal{G}' \tau_p} = 1 - \frac{\tau_p v_r}{\tau_p v_r + L_p} e^{-x/L_p}. \quad [4.6-16]$$

A causa della ricombinazione superficiale, la differenza di comportamento si estende dalla superficie soltanto per poche lunghezze di diffusione L_p . La portata del fenomeno è funzione del rapporto v_r/v_p in cui con v_p si indica L_p/τ_p . La Fig.4.6-4 mostra il rapporto fra il difetto in superficie della concentrazione ed il suo eccesso all'in-

terno $G'\tau_p$, rispetto a x/L_p parametrizzato da v_r/v_p in. Si vede bene che, dopo tre L_p , praticamente non cambia più nulla.

Mentre nel volume l'eccesso è $G'\tau_p$, per x dello stesso ordine di L_p , il secondo termine del secondo membro della [4.6-16] non è trascurabile. La sua importanza cresce con l'avvicinarsi alla superficie dove

$$p_n(x) - p_{n0} = G'\tau_p \frac{v_r}{v_r + v_p}. \quad [4.6-16]$$

E cioè se la velocità di ricombinazione superficiale cresce, la superficie si svuota sempre più.

§4.6.4 Iniezione localizzata istantanea

Iniettiamo carica in eccesso in una zona molto ristretta, al limite puntiforme, in un tempo brevissimo. Per esempio con un laser di opportuna lunghezza d'onda che emette un impulso di luce brevissimo su una fibra ottica appoggiata in un punto del semiconduttore, che supporremo drogato di tipo n , come quello mostrato in Fig.4.6-5a. Supponiamo anche, che con un generatore si applichi una tensione V che nel verso indicato produca un campo elettrico costante E .

Dopo l'applicazione dell'impulso nel punto $x = 0$, l'equazione di continuità [4.6-4] diventa

$$\frac{\partial p_n}{\partial t} = G' - \frac{p_n - p_{n0}}{\tau_p} - \mu_p E \frac{\partial p_n}{\partial x} + D_p \frac{\partial^2 p_n}{\partial x^2}.$$

Se il campo elettrico è nullo la soluzione è

$$p_n(x, t) = \frac{Ne^{-t/\tau_p}}{\sqrt{4\pi D_p t}} e^{-x^2/4\pi D_p t} + p_{n0}. \quad [4.6-17]$$

N è la densità superficiale di cariche prodotte dall'impulso. Si suppone che esse siano state prodotte come una δ . Il profilo dell'eccesso di lacune sono **gaussiane** che nel tempo si schiacciano, come mostrate in Fig.4.6-5b. Se, però, il campo elettrico non è nullo le cariche in eccesso sono trascinate con velocità $v = \mu_p E$ verso l'elettrodo negativo e la soluzione diventa

$$p_n(x, t) = \frac{Ne^{-t/\tau_p}}{\sqrt{4\pi D_p t}} e^{-(x-vt)^2/4\pi D_p t} + p_{n0}. \quad [4.6-18]$$

In questo caso le gaussiane si spostano con la velocità v . La Fig.4.6-5c mostra il comportamento del dispositivo. La corrente del generatore ha la forma dell'impulso di cariche in eccesso e può essere impiegata per determinare la posizione del punto di applicazione dell'impulso luminoso se è nota la velocità di deriva. Su questo principio si fondano alcuni **rivelatori** detti a "**deriva**". Se il tempo di vita medio delle lacune è reso sufficientemente grande rispetto al tempo d'attraversamento del dispositivo, le cariche iniettate non fanno in tempo a ricombinarsi e dunque la misura dell'integrale della corrente è anche una misura della carica iniettata. In un rivelatore di particelle in questo modo si può anche determinare la carica rilasciata da una particella che attraversa il rivelatore. Tempo di vita media grande significa niente trappole e bassa concentrazione di cariche maggioritarie, cioè il materiale poco drogato e molto resistivo. Se, invece, è nota la posizione del punto e l'istante d'applicazione, misurando il tempo che il segnale ci mette ad emergere dopo avere percorso il semiconduttore è possibile, noto il campo elettrico, ricavare la mobilità.

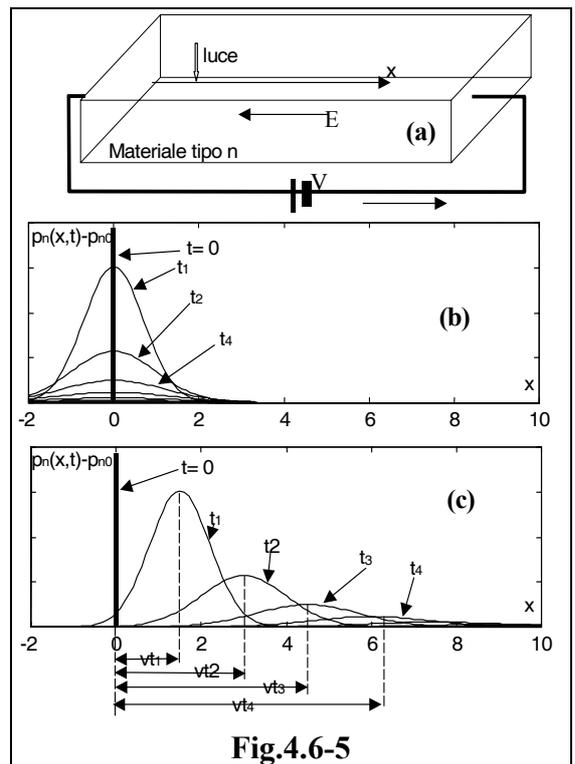


Fig.4.6-5

§4.7. Misure dei parametri fisici dei materiali semiconduttori

Molti altri metodi sono usati per le misure dei parametri dei semiconduttori. Ne vogliamo ricordare in particolare due, uno dei quali si basa su un effetto particolarmente utile anche in altre applicazioni.

§4.7.1 Effetto Hall

Quando una corrente I è posta in un campo magnetico trasversale B_z , sulle cariche in moto che la compongono agisce la **forza di Lorentz** che dipende dalla velocità, dalla loro carica e dal campo B stesso. In modo più preciso tale forza è espressa da

$$F_L = qv \wedge B_z. \quad [4.7-1]$$

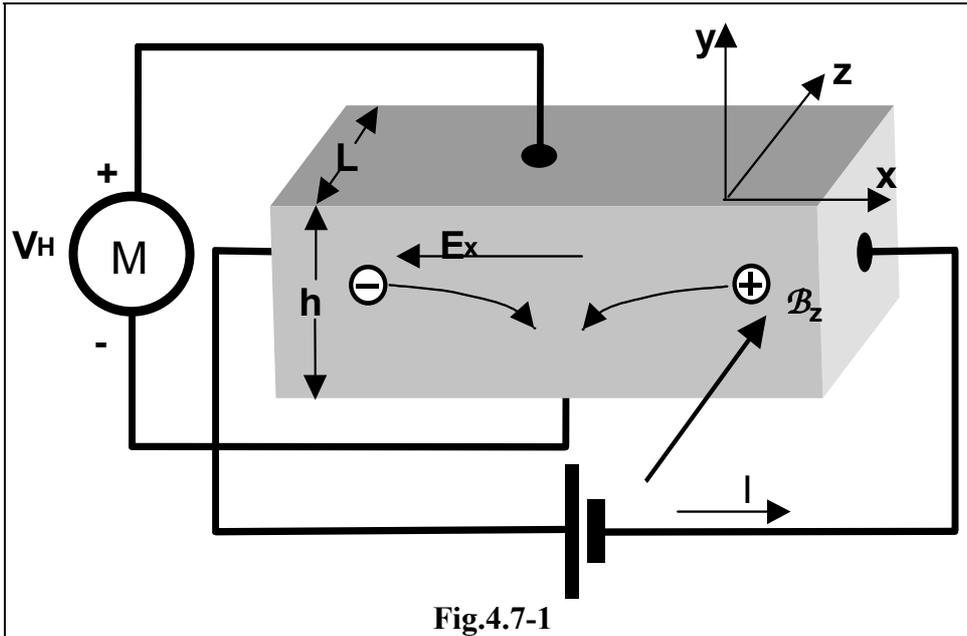


Fig.4.7-1

Consideriamo quello che avviene nel blocchetto di materiale della Fig.4.7-1. La corrente ha la direzione ed il verso delle x decrescenti. Il campo magnetico B_z è ortogonale a I ed ha il senso delle z crescenti. Se le cariche in moto sono positive, vanno nello stesso verso della corrente e dalla forza di Lorentz sono spinte verso il basso. Se sono negative, vanno in verso contrario alla corrente e

sono spinte comunque sempre verso il basso, dato la loro carica negativa. Dunque la parte inferiore del blocchetto si polarizza positivamente o negativamente, a seconda che le cariche in moto siano positive o negative. Se, invece, il materiale del campione è un semiconduttore intrinseco entrambe le cariche sono spinte verso la stessa faccia e non si nota nulla. La polarità acquistata da una faccia, quindi, serve per capire quali cariche siano maggioritarie. Dallo studioso che lo ha scoperto, questo fenomeno prende il nome di **effetto Hall**.

La migrazione delle cariche verso le facce del blocchetto non è illimitata. Esse si caricano e fra di loro si manifesta un campo elettrico che si oppone alla forza di Lorentz. A regime questa equilibra la forza prodotta dal campo elettrico. E dato che v e B sono ortogonali $q E_y = q v B_z$ da cui

$$E_y = v B_z. \quad [4.7-1]$$

Siano h lo spessore del conduttore e L la sua larghezza. Il potenziale V_H a cui si caricano le facce, detto **potenziale di Hall**, è tale che

$$\frac{V_H}{h} = E_y = v B_z = \frac{dx}{dt} B_z = \frac{dQ}{Sdt} \cdot \frac{Sdx}{dQ} B_z = \frac{I}{h L} \frac{dVol}{dQ} B_z,$$

cioè $V_H = \frac{I}{L} \frac{B_z}{q p}$, se le cariche mobili sono soltanto lacune. Oppure $V_H = -\frac{I}{L} \frac{B_z}{q n}$, se le cariche mo-

bili sono soltanto elettroni.

Il segno della tensione di Hall indica il tipo di cariche maggioritarie. A questo punto, una volta determinato il tipo, possiamo porre c la concentrazione delle cariche mobili indipendentemente se di tipo n o p , e le due espressioni precedenti possono essere sintetizzate nell'unica espressione

$$|V_H| = \frac{B_z I}{L} \cdot \frac{1}{q c} = R_H \frac{I B_z}{L}, \quad [4.7-2]$$

nella quale abbiamo posto
$$R_H = \frac{1}{q c} = V_H \frac{L}{B_z I}. \quad [4.7-3]$$

R_H prende il nome di costante di Hall e dipende soltanto dalla concentrazione.

Poiché in un materiale p è $\sigma_p = q p \mu_p$, utilizzando la [4.7-2] e la definizione di conducibilità:

$$\mu_p = \sigma_p R_H. \quad [4.7-4]$$

Si può scrivere l'analoga espressione per σ_n

$$\mu_n = \sigma_n R_H. \quad [4.7-5]$$

In genere
$$q c = \frac{1}{R_H} = \frac{\sigma}{\mu}, \quad [4.7-6]$$

con σ la conducibilità e μ la mobilità delle cariche maggioritarie.

Nel dire che tutte le cariche si muovono con la stessa velocità non si considerano fenomeni statistici, sempre presenti per via della temperatura. In effetti, se ne tiene conto, si trova che le due espressioni sono da correggere con un fattore $3\pi/8$. Cioè

$$|V_H| = \frac{I}{L} \cdot \frac{B_z}{q c} = R_H \frac{I B_z}{L}, \quad [4.7-7]$$

e
$$R_H = \frac{3\pi}{8} \cdot \frac{1}{q c} = V_H \frac{L}{B_z I}. \quad [4.7-8]$$

Ma tutto quanto già detto non cambia.

Una importantissima applicazione dell'effetto Hall riguarda i cosiddetti *sensori Hall*. Sono delle piastrine di semiconduttori sottile a temperatura e drogaggi controllati. Riferiamoci ancora alla Fig.4.7-1. Misurando la tensione che si manifesta fra le due facce opposte quando passa corrente fissa è possibile determinare il campo magnetico trasversale B_z . I sensori di Hall *sono dei misuratori di campo magnetico*.

§4.7.2 Misure di conducibilità

La conducibilità si misura con una certa facilità impiegando il metodo delle "quattro punte", vedi Fig.4.7-2 [SM1]. Le quattro punte sono ben appoggiate sulla superficie del semiconduttore sottile di spessore h e sono equidistanziate su una stessa retta. Facendo passare una corrente I fra le due punte esterne si misura la differenza di potenziale V fra quelle interne. Si ha

$$\rho = \frac{1}{\sigma} = 4.54 \frac{V}{I} T. \quad [4.7-10]$$

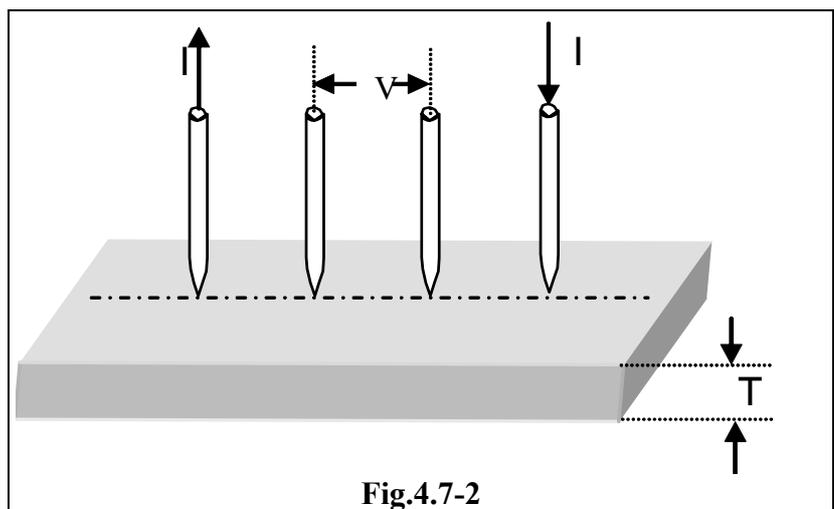


Fig.4.7-2

A questo punto è facile determinare le proprietà principali. Dalla misura di Hall si determina il tipo di semiconduttore e la costante di Hall, da quella della conducibilità, la medesima e la mobilità.

§4.8. Materiali isolanti

Fino a questo punto ci siamo occupati di materiali conduttori, in cui non c'è gap oppure semiconduttori, con basso gap. Intendiamo adesso occuparci di quell'importante classe di materiali ad alto gap detti anche materiali *dielettrici* o *isolanti*.

§4.8.1 Il campo elettrico

Fra due cariche elettriche Q_1 e Q_2 (Fig.4.8-1) si manifesta una forza che dipende dalla loro distanza secondo la legge di Coulomb:

$$F = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi\epsilon r^2}. \quad [4.8-1]$$

La costante ϵ al denominatore prende il nome di *costante dielettrica* o *permettività*. La costante dielettrica del vuoto viene indicata con ϵ_0 ed il suo valore è 8.85 pF/m. I materiali isolanti sono caratterizzati dalla loro costante dielettrica che spesso viene rapportata a quella del vuoto ed è sempre superiore ad essa. Viene definita costante dielettrica relativa ϵ_r del materiale

$$\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r. \quad [4.8-2]$$

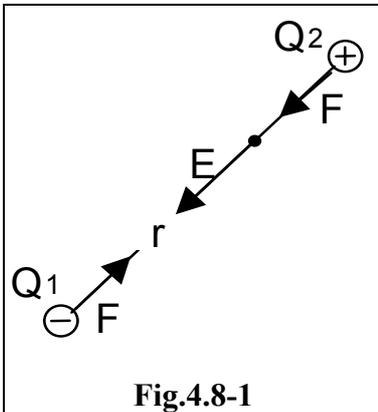


Fig.4.8-1

In una zona di spazio ove esistono cariche elettriche si crea un campo di forze detto anche *campo elettrico*. Il campo elettrico E in un punto viene definito come la forza che si esercita su una carica unitaria posta nel punto. Se Q_1 è un coulomb, allora una carica puntiforme Q produce a distanza r un campo che dalla [4.8.1] è:

$$E = \frac{F}{Q_1} = \frac{Q}{4\pi\epsilon r^2}. \quad [4.8-3]$$

Il campo elettrico viene misurato in V/m.

In effetti il campo elettrico è un vettore con intensità data dalla precedente e verso \vec{r}/r che unisce le due cariche e che punta dalla carica positiva verso la negativa. Quindi

$$\vec{E} = \frac{Q}{4\pi\epsilon r^2} \frac{\vec{r}}{r}. \quad [4.8-4]$$

Nel caso di molte cariche Q_i disposte in una zona di spazio il campo elettrico prodotto in un punto dello spazio è:

$$\vec{E} = \sum_i \frac{Q_i}{4\pi\epsilon r_i^2} \frac{\vec{r}_i}{r_i} = \frac{1}{4\pi\epsilon} \sum_i \frac{Q_i}{r_i^2} \frac{\vec{r}_i}{r_i} \quad [4.8-5]$$

r_i è la distanza fra il punto in esame e il punto ove è posta la carica Q_i .

§4.8.2 La densità del campo elettrico

Dall'espressione precedente si vede che il campo dipende dal materiale secondo la permittività. Si può definire il vettore *densità del flusso elettrico* indipendente dal materiale come

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E} = \epsilon_0 \epsilon_r \vec{E}. \quad [4.8-6]$$

Per una carica puntiforme la densità del flusso elettrico è

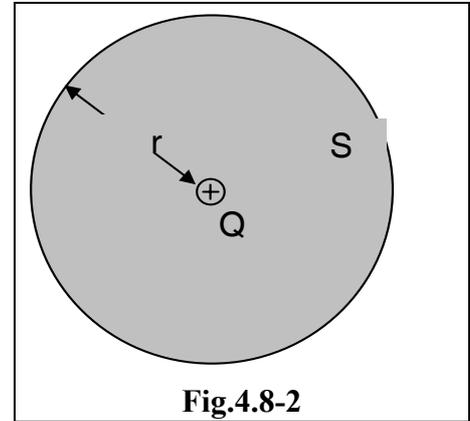
$$\vec{D} = \epsilon \vec{E} = \frac{Q}{4\pi r^2} \frac{\vec{r}}{r}. \quad [4.8-7]$$

La densità del flusso elettrico si misura in coulomb/m². Valori della costante dielettrica per i vari materiali sono mostrati nella successiva Tav.4.8-1.

§4.8.3 Il Teorema di Gauss

Su tutti i punti di una sfera di raggio r con al centro una carica Q , Fig.4.8-2, la densità del flusso elettrico è costante, punta verso l'esterno della sfera, se la carica Q è positiva. Moltiplicando per la superficie della sfera la densità del flusso elettrico sulla sua superficie si ottiene il flusso $\Phi(D)_s$ elettrico uscente dalla sfera che, nel caso di carica puntiforme, per la precedente risulta semplicemente $\Phi(D)_s = Q$.

Si può studiare quello che avviene quando invece di una carica c'è un insieme di cariche distribuite in un qualunque modo, Si può dimostrare^[AM], in modo analogo, che **il flusso del campo elettrico che esce da una superficie S chiusa dovuta ad una distribuzione di cariche è pari alla sommatoria delle cariche racchiuse all'interno della superficie S stessa**. Questa affermazione costituisce il teorema di **Gauss**. Nessuna ipotesi deve essere fatta sulla forma e dimensioni della superficie. L'unica cosa che conta è che essa sia chiusa e contenga al suo interno le cariche.



Nel caso di distribuzione continua $\rho(V) = dq/dV$ della carica il Teorema di Gauss non cambia nella sostanza. Ancora una volta il flusso elettrico che esce da una superficie S chiusa dovuta ad una distribuzione continua di cariche è pari a tutta la carica nel volume V racchiuso all'interno della superficie S stessa. Quanto detto si può esprimere come:

$$\Phi(D)_s = \int_V \rho(V) dV, \tag{4.8-8}$$

e per il teorema della divergenza^[AM]:

$$\text{div } \vec{D} = \rho, \tag{4.8-9}$$

che esprime il teorema di Gauss sotto forma differenziale. Per la relazione [4.8-6] fra D e E :

$$\text{div } \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon}, \tag{4.8-10}$$

che è un modo alternativo di esprimere il teorema di Gauss.

§4.8.4 Il potenziale elettrico

Il lavoro infinitesimo dL che il campo elettrico \vec{E} compie per spostare una carica fra due punti distanti $d\vec{l}$ è il prodotto scalare

$$dL = \vec{F} \cdot d\vec{l} \tag{4.8-11}$$

in base alla definizione di lavoro. Ovviamente, se a spostare la carica agisce una forza esterna il lavoro che essa compie, per il principio di conservazione dell'energia, è $dL = -\vec{F} \cdot d\vec{l}$. Se la carica su cui il campo agisce è unitaria il lavoro compiuto su di essa dalla forza esterna viene chiamato **potenziale elettrico V** . In base a questa definizione di potenziale ed a quella di campo elettrico, in modo analogo

$$dV = -\vec{E} \cdot d\vec{l} \tag{4.8-12}$$

Nel caso di spostamento finito fra due punti A e B bisogna sommare tutti i contributi infinitesimi per spostarsi lungo la linea che congiunge i due punti A e B per ottenere la differenza di potenziale V_{BA} fra i due punti

$$V_{BA} = -\int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l} \tag{4.8-13}$$

Nel caso di campo generato da carica puntiforme:

$$V_{AB} = \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l} = \int_A^B \frac{Q}{4\pi\epsilon r^2} \frac{\vec{r}}{r} \cdot d\vec{l} = \frac{Q}{4\pi\epsilon} \int_A^B \frac{1}{r^2} \frac{\vec{r}}{r} \cdot d\vec{l} = \frac{Q}{4\pi\epsilon} \int_A^B \frac{r dr}{r^3} = \frac{Q}{4\pi\epsilon} \int_A^B \frac{dr}{r^2} = -\frac{Q}{4\pi\epsilon} \left| \frac{dr}{r} \right|_A^B,$$

cioè

$$V_{AB} = \frac{Q}{4\pi\epsilon} \left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B} \right). \quad [4.8-14]$$

Supponiamo di portare la carica unitaria all'infinito dove l'azione del campo elettrico è nulla. Il campo compie un lavoro pari al **potenziale** in quel punto. Cioè

$$V_A = \frac{Q}{4\pi\epsilon r_A}, \quad [4.8-15]$$

che rappresenta il lavoro che il campo elettrico compie sulla carica unitaria che stava a distanza r_A da Q per allontanarla definitivamente dalla sua zona d'azione.

La [4.8-14] si può scrivere come $V_{AB} = V_A - V_B$ ed è indipendente dal cammino che si fa percorrere alla carica per spostarla fra i due punti ma dipende soltanto dal campo e dai due punti. Questa **differenza di potenziale elettrico** fra i punti A e B per brevità viene sempre chiamato **differenza di potenziale** o **tensione** fra i due punti e viene misurata in Volt.

Le operazioni relative ai campi elettrici ed ai potenziali sono operazioni lineari. Pertanto nel caso di campo elettrico generato da più cariche Q_i il potenziale in un punto del campo è pari alla somma dei potenziale che ogni singola carica genera nel punto. La carica Q_i è a distanza r_i dal punto. Cioè

$$V = \sum_i \frac{Q_i}{4\pi\epsilon r_i}. \quad [4.8-16]$$

La cosa vale anche nel caso di distribuzione non uniforme della carica, naturalmente si deve passare dalla sommatoria all'integrale esteso al volume Vol in cui è la carica

$$V = \frac{1}{4\pi} \int_{Vol} \frac{\rho dVol}{r}. \quad [4.8-17]$$

La carica potrebbe essere distribuita con una distribuzione non uniforme $\sigma(S)$ su una superficie. In tale caso l'integrale va esteso alla superficie e quindi

$$V = \frac{1}{4\pi} \int_S \frac{\sigma dS}{r}. \quad [4.8-18]$$

Senza fare alcuna ipotesi sul come è generato un campo elettrico, applicando la definizione [4.8-12] di potenziale a due punti a distanza infinitesima $d\vec{l}$, $dV = -\vec{E} \cdot d\vec{l}$, ossia la componente del campo elettrico lungo la direzione l è

$$E_l = -\frac{\partial V}{\partial l}. \quad [4.8-19]$$

Allora le componenti lungo i tre assi cartesiani sono:

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x}; \quad E_y = -\frac{\partial V}{\partial y}; \quad E_z = -\frac{\partial V}{\partial z}. \quad [4.8-20]$$

E ciò si può scrivere sinteticamente come

$$\vec{E} = -\text{grad } V. \quad [4.8-21]$$

Integrando la [4.8.12]:

$$V = -\int \vec{E} \cdot d\vec{l} + c \quad [4.8-22]$$

il potenziale può essere ricavato dal campo elettrico, a meno di una costante.

In un conduttore carico, nel quale non ci sia alcun passaggio di corrente, il campo all'interno è nullo, e non ci sono forze di natura elettrica che possono spostare cariche. Allora, dalla preceden-

te, se il campo è nullo il potenziale è costante. Questo significa che le cariche sono soltanto sulla superficie del conduttore. In altri *termini il volume di un conduttore in quiete e carico è un volume equipotenziale.*

§4.8.5 Il Teorema di Coulomb

Prendiamo in considerazione un conduttore carico con una densità superficiale di carica $\sigma = dQ/dS$ come quello mostrato in Fig.4.8-3. Tracciamo un tubo di forza del vettore densità del campo elettrico che abbia una sezione infinitesima dS ed uno spessore dl pure esso infinitesimo, come quella mostrato in figura. La carica racchiusa entro il volumetto $dS dl$ è $Q \sigma dS$. Per il teorema di Gauss il flusso della densità del campo elettrico è l'integrale della carica racchiusa nel volumetto e cioè $\Phi(D)_s = \int_V \rho(V) dV = \sigma dS$. Dalle parete laterali del

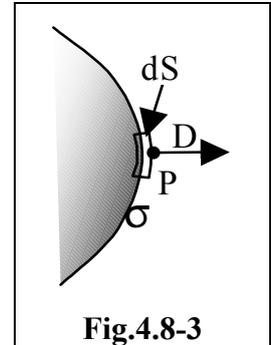


Fig.4.8-3

tubo di forza, per definizione, non c'è flusso uscente ed il campo è tangente alle pareti. All'interno del conduttore, che è un volume equipotenziale, non c'è campo elettrico e quindi il suo flusso è nullo. Quindi l'unico flusso esce dalla superficie esterna dS ed è quello calcolato prima. Il flusso di un generico vettore D attraverso una superficie dS , per definizione è $D \times dS$. Nel nostro caso D e dS sono ortogonali ed allora $D dS = \sigma dS$. Pertanto $D = \sigma$. Ne risulta il seguente **Teorema di Coulomb: La densità del campo elettrico in un punto infinitesimamente vicino alla superficie del conduttore è proprio la densità di carica sulla superficie.**

Se poi la superficie del tubo di forza la si estende in modo finito fino al punto P_1 e lo si chiude con una superficie dS_1 ancora ortogonale al tubo di forza si ha che nel punto P_1 , $D_1 \times dS_1 = \sigma dS = D dS$. Cioè il prodotto della densità del campo elettrico per la sezione del tubo di forza è costante in un tubo di forza. Meglio se si esprime in forma vettoriale $D \times dS = \sigma$.

Allunghiamo il tubo di forza fino a raggiungere la superficie di un secondo conduttore sulla quale la densità di carica superficiale sia σ' . Per il vettore D' , uscente dalla superficie dS' sarà $D' = \sigma'$ e il flusso uscente da dS' sarà $D' \times dS'$. Siamo in un tubo di forza. Abbiamo già visto che il prodotto della densità del campo elettrico per la sezione del tubo di forza è costante in un tubo di forza. Quindi poiché il flusso di D uscente da dS è di entrante in dS' e viceversa si conclude che $D \times dS = -D' \times dS'$ e cioè

$$\sigma dS = -\sigma' dS' \tag{4.8-23}$$

dS e dS' sono le aree staccate da un tubo di forza che congiunge due conduttori carichi

§4.8.6 L'equazione di Poisson

Se riprendiamo la forma differenziale [4.8-10] del teorema di Gauss e la inseriamo nell'espressione [4.8-21] che lega il potenziale al campo elettrico. Per la relazione [4.8-6] fra D e E :

$$\text{div } \vec{E} = \text{div} (-\text{grad } V) = -\text{div grad } V = \frac{\rho}{\epsilon} \tag{4.8-24}$$

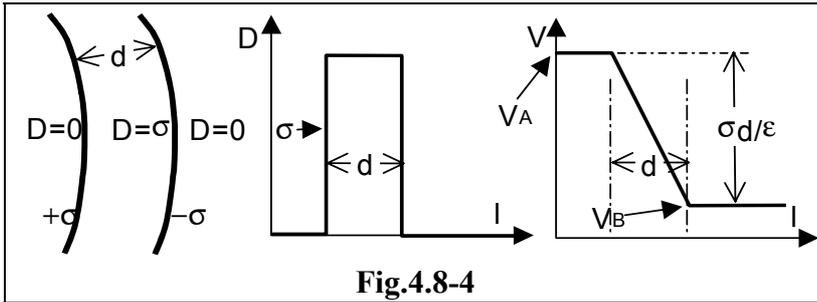
Questa espressione, alternativamente, può essere scritta come

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = -\frac{\rho}{\epsilon} \tag{4.8-25}$$

che prende il nome di **Equazione di Poisson.**

§4.8.7 Il doppio strato

Un doppio strato è costituito da due armature conduttrici parallele A e B a distanza d , separate da un dielettrico omogeneo, sulle quali sono poste cariche con densità σ ma di segno opposto nei due strati, Fig.4.8-4. Si può facilmente dimostrare, utilizzando il teorema di Coulomb, che la



densità del campo elettrico all'interno del dielettrico è proprio la densità di carica sulle armature. Il campo all'interno delle armature, per quanto abbiamo detto a proposito dei conduttori carichi in quiete, è nullo e subisce una discontinuità all'interno del dielettrico. Si può calcolare la differenza di potenziale esistente fra le due armature. Applicando la [4.8-13] e ricordando che all'interno del dielettrico il campo è costante esi ha

$$V_{AB} = -\int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\int_A^B \frac{\vec{D}}{\epsilon} \cdot d\vec{l} = \frac{\sigma}{\epsilon} \int_A^B dl = \frac{\sigma d}{\epsilon} \quad [4.8-26]$$

Si può anche determinare il potenziale all'interno del dielettrico dalla [4.8-22]

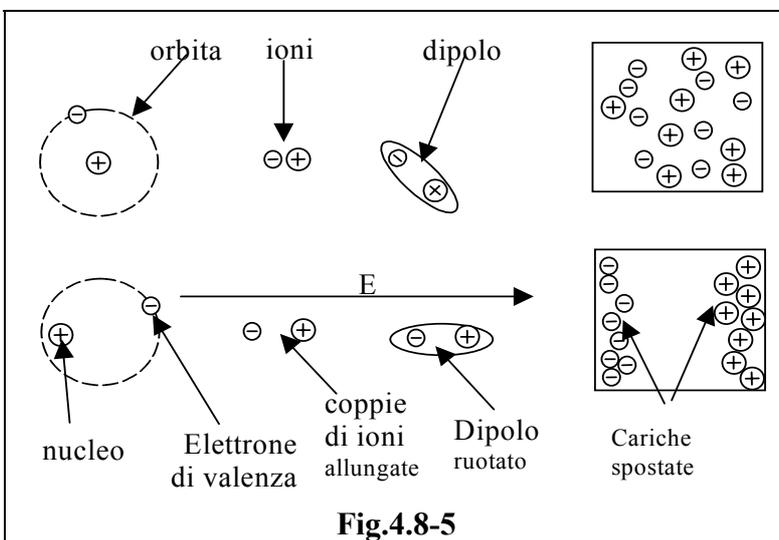
$$V = -\int \vec{E} \cdot d\vec{l} + c = -\int \frac{\vec{D}}{\epsilon} \cdot d\vec{l} + c = c - \frac{\sigma}{\epsilon} x. \quad [4.8-27]$$

Se l'armatura A è posta al potenziale V_A , all'interno del dielettrico il potenziale decresce da questo valore con pendenza costante e pari a σ/ϵ fino ad arrivare all'altra armatura a distanza d al valore $V_B = V_A - \sigma d/\epsilon$. Nella Fig.4.8-4 è mostrato il doppio strato e la situazione della densità del campo elettrico e del potenziale.

§4.8.8 Polarizzazione dei dielettrici

L'applicazione di un campo elettrico ad un dielettrico crea una situazione al suo interno che viene detta **polarizzazione**. Se la costante dielettrica del materiale in esame fosse eguale a quello del vuoto, la densità del flusso elettrico sarebbe $\epsilon_0 E$, invece è ϵE . La differenza $\epsilon E - \epsilon_0 E$ è il vettore detto **polarizzazione dielettrica** P. Il fatto è che, sotto l'azione delle forze elettriche applicate al dielettrico, in un qualche modo, le cariche all'interno si riposizionano, contribuendo ad incrementare lo stesso campo elettrico applicato. Si possono avere più meccanismi con cui questi avvengono, anche simultaneamente. Il loro modo di comportarsi dipende da vari aspetti che sono successivamente spiegati.

In Fig.4.8-5 sono mostrati le quattro possibilità. Da sinistra a destra i quattro meccanismi descritti sono **elettronico**, **ionico**, **di dipolo** e **di carica spaziale**. Le figure in basso descrivono la situazione in presenza di campo applicato, quelle di sopra senza. In assenza di campo elettrico esterno il centro di gravità degli elettroni di valenza coincide con la posizione del nucleo atomico e la carica complessiva nel punto è come annullata. In presenza del campo gli elettroni sono attratti nel suo verso e questo baricentro si sposta nella stessa direzione. Non c'è più equilibrio nel punto dove c'è il nucleo. L'effetto complessivo prodotto da queste cariche non più equilibrato e di aumentare il campo elettrico interno. Si parla di **polarizzazione elettronica**. La **polarizzazione ionica** fa sì che si allungano le distanze fra gli ioni costituenti la materia che vengono, così, a produrre un risultato simile al precedente. Se gli ioni, in qualche modo sono legati a



La carica complessiva nel punto è come annullata. In presenza del campo gli elettroni sono attratti nel suo verso e questo baricentro si sposta nella stessa direzione. Non c'è più equilibrio nel punto dove c'è il nucleo. L'effetto complessivo prodotto da queste cariche non più equilibrato e di aumentare il campo elettrico interno. Si parla di **polarizzazione elettronica**. La **polarizzazione ionica** fa sì che si allungano le distanze fra gli ioni costituenti la materia che vengono, così, a produrre un risultato simile al precedente. Se gli ioni, in qualche modo sono legati a

coppie ed hanno le coppie un certo orientamento che produce un momento di dipolo, in un campo elettrico tende ad allineare il momento di dipolo facendo ruotare i dipoli come in figura. Si ha, in tal caso la *polarizzazione di dipolo*. L'ultimo caso si ha quando le cariche vengono realmente spostate in modo da spingersi verso le parti esterne del dielettrico, come mostrato in figura. Si tratta della polarizzazione di *carica spaziale*.

Questi spostamenti di carica sono ottenuti mediante l'applicazione di forze e quindi si compie lavoro. Quando il campo si toglie la situazione precedente si ripristina e l'energia accumulata dal dielettrico viene restituita. Tuttavia la rapidità con le quali le varie azioni possono essere ottenute non è la stessa. Cioè c'è una inerzia delle diverse forme di polarizzazione. La più veloce è quella elettronica, dato che si tratta di spostare una massa pari a quella degli elettroni. Negli altri casi le masse da spostare sono più grandi e cioè sono ioni. Ruotare un dipolo è meno rapido che allungarlo.

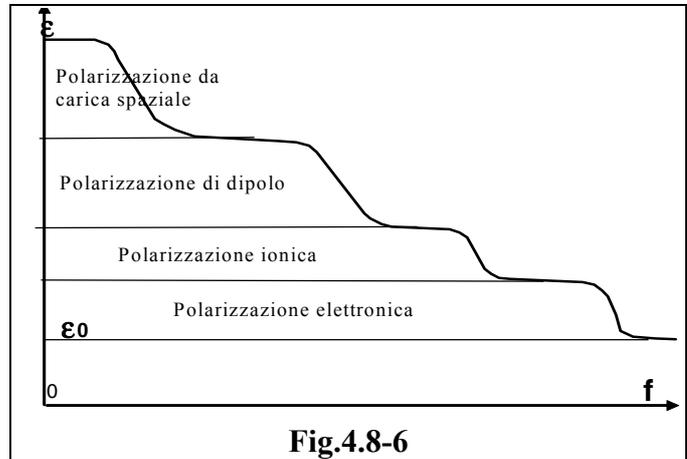


Fig.4.8-6

Addirittura la rapidità è ancora inferiore nello spostamento di cariche. Questo fatto suggerisce che di fronte a rapide variazioni del campo elettrico la polarizzazione non è detta che resta costante. Quando si applica un campo costante tutti gli effetti si sommano e la costante dielettrica assume il valore della costante dielettrica relativa che è quella definita in presenza di campo elettrico costante o come viene spesso detto in continua. Se si fa variare il campo elettrico, per esempio alternativamente non è detto che si abbiano tutti i tipi di polarizzazione. A frequenze relativamente basse le cariche che si dovrebbero spostare non hanno il tempo di andare da una parte all'altra e quindi, ad un certa frequenza, la polarizzazione per spostamento non ha più luogo e la costante dielettrica a questa frequenza diminuisce. Se si aumenta ancora la frequenza i dipoli non riescono più ad oscillare con la stessa frequenza del campo e la costante dielettrica diminuisce ancora. Alzando ancora la frequenza il movimento ad elastico delle coppie di ioni non ha più luogo e la costante dielettrica diminuisce ancora. Rimane soltanto l'effetto della polarizzazione elettronica. Anche questa a frequenza estreme sparisce e la costante dielettrica diventa quella del vuoto. L'andamento qualitativo tipico della costante dielettrica con la frequenza è mostrato in Fig.4.8-6.

§4.8.9 Rigidità dielettrica

Il fenomeno della polarizzazione del dielettrico può dar luogo ad un inconveniente. All'aumentare del campo la polarizzazione aumenta e gli effetti di cui si è discusso incrementano di importanza. L'energia accumulata con la polarizzazione si può improvvisamente liberare dando luogo a fenomeni distruttivi e a passaggio di corrente. Quando ciò avviene si parla di *rottura* o, all'inglese, di *Breakdown*. Il campo elettrico corrispondente al Breakdown prende il nome di *rigidità dielettrica*. La rigidità dielettrica dipende dal materiale usato, ma anche, dalle condizioni fisiche di purezza. Anche la

TAV.4.8-1			
Proprietà di alcuni materiali			
Materiale	ϵ_r	E_r	ρ
		kV/cm	Ω cm
Vuoto	1		
Aria	1.0006	31	
Gomme varie	2÷10	100÷200	$10^{11}+10^{17}$
Resine termoindurenti	4.3÷10	60÷100	$10^{11}+10^{16}$
Resine termoplastiche	2.5÷7	60÷100	$10^{13}+10^{18}$
Ceramiche comuni	4.5÷9	10÷100	$10^{12}+10^{15}$
Vetri vari	3.8÷7.2	10÷100	$10^{12}+10^{15}$
Miche varie	5.4÷	1500÷2000	
Polimeri vari	2.1÷8	100÷1800	$10^{13}+10^{18}$
Oli per trasformatori	2-5	50÷300	

sua forma geometrica ha un certo ruolo. Si possono, tuttavia, dare per i vari materiali dei valori approssimativi. Alcuni di questi sono dati nella TAV.4.8-1.

§4.8.10 Resistività

La resistività è il valore da inserire nella [4.2-13], $R = \rho l/S$. Come è logico aspettarsi, negli isolanti questo valore è normalmente molto alto. Tuttavia, a differenza dei conduttori, esso è fortemente dipendente da condizioni fisiche come umidità e temperatura. Nella TAV.4.8-1 sono mostrati valori di resistività per alcuni materiali dielettrici.

§4.8.11 Capacità

Trasportando su un conduttore isolato una carica Q si compie un lavoro. Il conduttore si porta ad un certo potenziale. È stata già definita la capacità come il rapporto $C = Q/V$ [1.3-8]. Il lavoro compiuto per trasportare una carica Q attraverso il potenziale dV è $dL = Q dV$. Pertanto il conduttore carico possiede una energia che può essere riutilizzata nella scarica. Dalle definizioni di capacità $C = Q/V$ si ha $dL = Q dV = C V dV$. Un conduttore scarico ha energia nulla e per caricarlo alla tensione V si compie un lavoro

$$L = \int_0^L dL = \int_0^V C V dV = C \frac{V^2}{2} = \frac{Q^2}{2C} = \frac{QV}{2} = E. \quad [4.8-29]$$

che è poi l'energia che il condensatore può rilasciare nello scaricarsi.

La potenza necessaria per eseguire questo lavoro dipende dalla velocità con cui l'operazione viene fatta. Dalla definizione di potenza e dalla precedente:

$$P = \frac{dL}{dt} = \frac{d}{dt} \left(C \frac{V^2}{2} \right) = CV \frac{dV}{dt}. \quad [4.8-30]$$

La potenza necessaria per caricare il conduttore aumenta con la sua capacità e con la velocità con cui lo si fa caricare.

§4.9. Materiali magnetici

Altri materiali impiegati in elettronica sono quelli magnetici. Qui diamo una sintesi di alcune loro proprietà fondamentali rimandando ai testi di Fisica ed a quelli specializzati per maggiori approfondimenti. Il magnetismo non si può liquidare con poche cenni. Tuttavia, ai fini dell'elettronica di base ciò che conta sapere è il comportamento degli induttori e dei trasformatori. Pertanto ricorderemo qui soltanto le leggi di Lorentz e quella di Lenz e la relazione fra campo ed induzione espresse dalla permeabilità. Infine ricorderemo anche qual è l'energia accumulata da un campo magnetico.

§4.9.1 Il campo magnetico

In una zona di spazio c'è un campo magnetico se una carica elettrica ferma non risente di alcuna forza ma una in moto sì. Le cariche in moto provocano i campi magnetici e ne subiscono influenza. Ad esempio fra due fili percorsi da correnti ci sono forze che dipendono dalla loro distanza e posizione e dalle correnti nei due fili.

La legge di Lorentz dà la forza che agisce sulla carica Q in moto con velocità \vec{v} . Il vettore induzione magnetico \vec{B} viene definito dalla relazione

$$\vec{F} = Q \vec{v} \wedge \vec{B}. \quad [4.9-1]$$

L'induzione magnetica si misura in Weber/m².

Un filo lungo \vec{l} , percorso da corrente I ed immerso nel campo magnetico di induzione \vec{B} , subisce analogamente una forza

$$\vec{F} = I \dot{\vec{r}} \wedge \vec{B}, \quad [4.9-2]$$

in effetti non si tratta che di una applicazione della precedente.

Il campo prodotto da una carica Q in moto con velocità \vec{v} produce a distanza \vec{r} una induzione magnetica pari a

$$\vec{B} = \mu \frac{Q\vec{v} \wedge \vec{r}}{4\pi r^3}. \quad [4.9-3]$$

Così come il campo elettrico e l'induzione elettrica sono legati fra di loro dalla costante dielettrica che è relativa al mezzo, anche nel caso del magnetismo si parla di campo magnetico \vec{H} e di induzione magnetica \vec{B} legate fra di loro dalla permeabilità magnetica secondo la

$$\vec{B} = \mu \vec{H}. \quad [4.9-4]$$

La permeabilità, come già la costante dielettrica dipende dal mezzo, dalle condizioni fisiche e dalla frequenza. In più bisogna ricordare la possibilità di fenomeni d'isteresi.

La permeabilità magnetica dei materiali, in analogia a quanto si fa per la costante dielettrica può essere riferita a quella del vuoto. Pertanto viene definita la permeabilità relativa μ_r di un materiale

$$\mu_r = \mu / \mu_0 \quad [4.9-5]$$

essendo μ la sua permeabilità e μ_0 quella del vuoto.

I materiali magnetici si classificano in base alla permeabilità. I materiali che hanno permeabilità magnetica inferiore all'unità sono detti *diamagnetici*. Quelli che la superano di poco sono i *paramagnetici*. Si chiamano *ferromagnetici* quelli che hanno permeabilità sensibilmente superiore all'unità. Per costruire induttori, e trasformatori, spesso, si usano i materiali ferromagnetici. Tuttavia esistono limitazioni al loro uso perché le perdite in questi materiali possono essere rilevanti.

Come già detto nel §1.3 in circuito elettrico nel quale circola una corrente variabile sorge una forza contro elettromotrice espressa dalla legge di Lenz [1.3-15]. Essa è proporzionale alla velocità di variazione della corrente secondo un coefficiente detto di *autoinduzione* che si misura in Henry. Tale coefficiente dipende sia dai fattori geometrici relativi alla forma del circuito sia dai materiali in cui il circuito magnetico sta.

Un circuito è anche sensibile alle variazioni di corrente in un altro circuito prossimo. Ne abbiamo già parlato nel §2.1.3.2 a proposito dei trasformatori che, infatti, sfruttano questa proprietà. Anche questa volta in un circuito che risente della corrente di un altro circuito si genera una forza contro-elettromotrice proporzionale alla velocità di variazione della corrente del secondo circuito. La costante di proporzionalità è detta coefficiente di *mutua induzione* ed anche esso si misura in Henry. Tale coefficiente dipende sia dai fattori geometrici relativi alla forma del circuito sia dai materiali in cui il circuito magnetico sta. Delle proprietà degli induttori e dei trasformatori parleremo nel prossimo capitolo a proposito degli elementi reali.

Per produrre un campo magnetico bisogna compiere un lavoro. Se il campo è prodotto da un induttore L nel quale circola la corrente I l'energia accumulata dal campo può essere calcolata come

$$E = L \frac{I^2}{2} \quad [4.9-6]$$

che è poi l'energia che il condensatore può rilasciare nello scaricarsi.

La potenza necessaria per eseguire questo lavoro dipende dalla velocità con cui l'operazione viene fatta. Dalla definizione di potenza e dalla precedente:

$$P = \frac{dE}{dt} = \frac{d}{dt} \left(L \frac{I^2}{2} \right) = LI \frac{dI}{dt}. \quad [4.9-7]$$

BIBLIOGRAFIA

- [AL] - *Allen, Holberg - CMOS Analog Circuit Design* - Holt – 1987
- [AM] - *Amaldi – Fisica Sperimentale II* -
- [BO] - *Bolognesi - Tecnologia dei semiconduttori* - Zanichelli - 1965
- [CA] - *Carroll - Physical Model for Semiconductor Devices* - Arnold - 1974
- [DE] - *De Castro - Teoria dei dispositivi a semiconduttore* - Patron - 1983
- [FI] - *Fink, Christiansen – Manuale di elettronica* - Tecniche nuove – 1987
- [GA] - *Gandolfi, Zanetti - Tecnologie dei componenti elettronici al silicio* - Hoepli - 1983
- [GE] - *Gettys, Keller, Skove – Fisica classica e moderna: Elettromagnetismo* – McGraw Hill, 1998
- [GH] - *Ghione – Dispositivi per la microelettronica* - Mc Graw Hill -1998
- [GR] - *Grove - Fisica e tecnologia dei dispositivi a semiconduttore* - Angeli - - 1967
- [HE] - *Herzberg - Spettri atomici e struttura atomica* - Boringheri - 1961
- [KA] - *Kahng - Silicon Integrated Circuit* - Part B - Cambridge University Press - 1981
- [KI] - *Kittel - Introduzione alla fisica dello stato solido* - Boringheri - 1971
- [MA] - *Massobrio - Modelli dei Dispositivi a Semiconduttore* - Angeli - 1986
- [MI1] - *Millman - Circuiti e Sistemi Microelettronici* - Boringheri - 1985
- [MI2] - *Millman, Halkias - Microelettronica* - Boringheri - 1978
- [MU] - *Muller, Kamis - Dispositivi Elettronici nei circuiti integrati* - - Boringheri - 1977
- [RA] - *Ramo, Whinnery - Field and Waves in Modern Radio* – Wiley - 1944
- [SM] - *Smith - Semiconductors* - Academic Press – 1978
- [SM1] - *Smith – Bell Syst. Tech. J*, 37, 311 (1958)
- [SO] - *Soncini - Tecnologie microelettroniche* - Boringheri –
- [SZ] - *Sze – Fisica dei dispositivi a semiconduttore* – Tamburini – 1073
- [WO] - *Wolfstirn – J. Phis. Chem. Solids.* – 16, 279, (1960)