

Tipo di documento:
REP.00

Titolo:
Note sul disegno di alcuni circuiti analogici usati nella fisica delle alte energie

Report (REP)

Note sul disegno di alcuni circuiti analogici usati nella fisica delle alte energie

Emesso il: 21/10/2000

Revisione N. 01 del 21/04/2003

Autore: G. Franchi

INDICE

1	Introduzione.....	3
2	Splitter passivi.....	4
3	Attenuatori a π	6
3.1	Cause di errore negli attenuatori a π	7
3.2	Effetti delle capacità parassite negli attenuatori a π	9
3.3	Tabella dei valori delle resistenze per attenuatori a π con $R_t = 50 \Omega$	10
4	Attenuatori a T.....	11
4.1	Cause di errore negli attenuatori a T.....	13
4.2	Tabella dei valori delle resistenze per attenuatori a T con $R_t = 50 \Omega$	14
5	Discriminatori.....	15
5.1	Discriminatori a soglia.....	15
5.2	Discriminatori a doppia soglia.....	17
5.3	Discriminatori a constant-fraction.....	18
5.4	Parametri di funzionamento di un discriminatore constant-fraction.....	20
5.5	Discriminatori a finestra (Single Channel Analyzer).....	22
6	Integratori (QDC).....	24
6.1	Integratori a preamplificatori di carica.....	24
6.2	Integratori con gate.....	29
6.3	Soluzioni numeriche per il calcolo delle prestazioni di rumore.....	33
7	Convertitori di tempo (TDC).....	36
7.1	TDC ad alta risoluzione.....	36
7.2	TDC digitali.....	38
8	Analisi dei circuiti con il metodo delle differenze finite.....	42
8.1	Filtro passa-basso del primo ordine.....	44
8.2	Filtro passa-alto del primo ordine.....	45
8.3	Generatore di rumore gaussiano bianco.....	46
8.4	Funzione di trasferimento generica.....	47
8.5	Preamplificatore di carica.....	47
8.6	Densità spettrale del rumore.....	49
9	Shaper.....	51
9.1	Implementazione di shaper CR-RC.....	55
9.2	Cancellazione polo zero e baseline-restorer.....	57

1 Introduzione

Il documento contiene gli schemi a blocchi relativi ai circuiti di base più ricorrenti nel disegno analogico impiegato nella fisica delle Alte Energie.

Lo scopo è di consentire a chi ne ha necessità il rapido reperimento di formule e disegni sia per esigenze di progettazione che di documentazione.

I disegni sono stati redatti con Microsoft Draw, le formule con Microsoft Equation 3.0.

I primi capitoli riguardano circuiti passivi come gli splitter e gli attenuatori, utili come sottoblocchi di sistemi più complessi.

I capitoli successivi riguardano i convertitori di carica e di tempo.

2 Splitter passivi

I circuiti splitter passivi, illustrati in figura 2.1, servono a distribuire un segnale a varie uscite mantenendo l'adattamento dell'impedenza.

I calcoli sono stati effettuati considerando tutte le uscite opportunamente terminate.

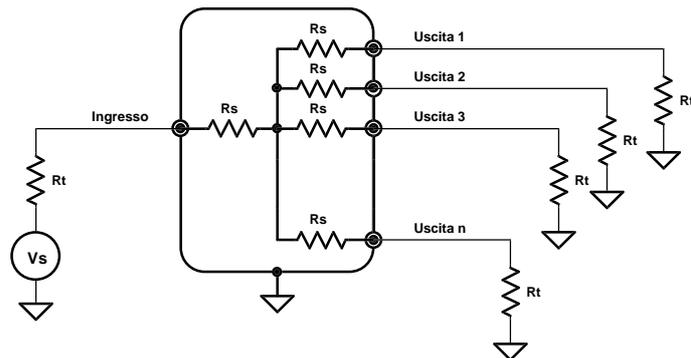


Fig. 2.1 – Splitter passivo

Nello schema è rappresentato un circuito simmetrico ad n uscite, tutte con la stessa impedenza di uscita. Questo è il caso più diffuso nella pratica comune.

Come si vede tutte le resistenze di terminazione sono uguali a quella di sorgente R_t . In questo caso lo splitter deve presentare una impedenza di ingresso pari ad R_t . Occorre calcolare il valore delle resistenze R_s ed il rapporto (attenuazione) fra la tensione di ingresso e quella di una qualsiasi delle uscite.

In tali condizioni dall'ingresso si vedrà una resistenza pari a:

$$R_{in} = R_s + \frac{R_s + R_t}{n}$$

che deve essere pari ad R_t . Risolvendo l'uguaglianza si ottiene:

$$R_s = \frac{n-1}{n+1} R_t$$

Per calcolare l'attenuazione, sempre nelle ipotesi considerate, si usa il circuito illustrato nella figura 2.2.

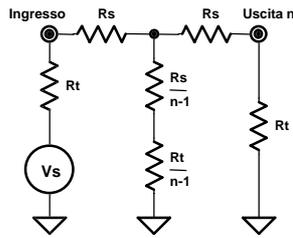


Fig. 2.2 – Circuito per il calcolo dell'attenuazione

Indicando con V_i la tensione al connettore di ingresso e con V_u quella al connettore di uscita n si ha, applicando il teorema di Thevenin al nodo di collegamento di tutti i rami:

$$\frac{V_u}{V_i} = \frac{R_t}{(n+1)R_s + R_t} = \frac{1}{n}$$

Si noti che le tensioni prese come riferimento sono proprio quelle che vengono più facilmente misurate in pratica. Infatti nei casi in cui si deve conservare l'adattamento di impedenza si debbono fare le misure con le opportune terminazioni. Ricordando che l'impedenza di ingresso dello splitter è uguale a quella di sorgente ciò significa che terminando su R_t la linea recante il segnale si deve misurare proprio la tensione di ingresso V_i .

Nel caso ci si dovesse riferire all'effettiva tensione a vuoto V_s del generatore si deve considerare un'ulteriore attenuazione di un fattore 2: la tensione V_s risulta sempre pari al doppio di V_i quando l'impedenza di uscita di V_s è R_t .

3 Attenuatori a π

Gli attenuatori a π , illustrati in figura 3.1, servono ad attenuare un segnale mantenendo l'adattamento dell'impedenza.

I calcoli sono stati effettuati considerando l'uscita opportunamente terminata.

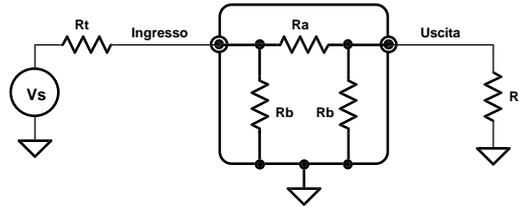


Fig. 3.1 – Attenuatore a π

Per l'analisi del circuito occorre definire l'attenuazione A_v come rapporto fra le tensioni di ingresso e di uscita. Tale rapporto sarà denominato A_d se espresso in dB. Definendo V_i la tensione di ingresso e V_u la tensione di uscita si ha:

$$A_v = \frac{V_u}{V_i}, \quad A_d = 20 \log_{10} A_v$$

Occorre trovare la relazione fra l'attenuazione, R_a , R_b ed R_t . Si impone l'uguaglianza dell'impedenza di ingresso ad R_t e si esprime l'attenuazione in funzione delle resistenze del circuito.

$$R_t = R_b // (R_a + R_b // R_t), \quad A_v = \frac{R_b // R_t}{R_a + R_b // R_t}$$

Dopo semplici calcoli si trova:

$$R_a = R_t \cdot \frac{1 - A_v^2}{2 \cdot A_v}, \quad R_b = R_t \cdot \frac{1 + A_v}{1 - A_v}$$

I valori così determinati sono esclusivamente teorici. Una volta stabilita l'attenuazione A_v da realizzare le resistenze R_a ed R_b potrebbero risultare di valore non standard o comunque affette da tolleranza non nulla. In questo caso occorre tenere presente altri parametri importanti che caratterizzeranno il circuito con componenti reali come il

coefficiente di riflessione ρ , l'impedenza di ingresso e quella di uscita. Se Z_{out} e Z_{in} sono le impedenze rispettivamente di uscita del generatore e di ingresso dell'attenuatore il coefficiente di riflessione è definito come:

$$\rho = \frac{|Z_{out} - Z_{in}|}{|Z_{out} + Z_{in}|}$$

Per determinare quale sia l'impedenza di ingresso ed il coefficiente di riflessione dell'attenuatore reale si impiegano i valori indicati nella figura 3.2.

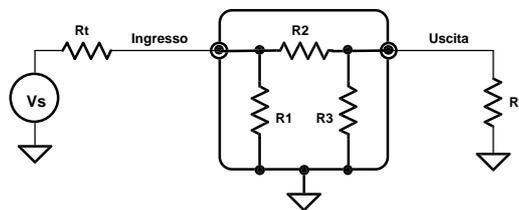


Fig. 3.2 – Attenuatore a π reale

In questo caso la resistenza di ingresso e l'attenuazione valgono:

$$R_{in} = R1 // (R2 + R3 // Rt), \quad A_v = \frac{R3 // Rt}{R2 + R3 // Rt}$$

Sostituendo le resistenze alle impedenze nell'espressione del coefficiente di riflessione calcolato all'ingresso dell'attenuatore si trova:

$$\rho = \frac{|Rt - R1 // (R2 + R3 // Rt)|}{|Rt + R1 // (R2 + R3 // Rt)|}$$

Una volta determinati i valori commerciali e le tolleranze delle resistenze $R1$, $R2$ ed $R3$ occorre sostituirli nelle espressioni trovate per verificare la tolleranza risultante sull'attenuazione ed il coefficiente di riflessione massimo.

3.1 Cause di errore negli attenuatori a π

Le cause di errore sono principalmente dovute a vari fenomeni:

- scarto fra valore nominale e valore disponibile commercialmente delle resistenze;
- tolleranza fra valore nominale e valore reale delle resistenze;
- comportamento non ideale delle resistenze all'aumentare della frequenza;
- accoppiamento parassitico fra la maglia di ingresso e quella di uscita.

La prima e la seconda causa di errore debbono essere ridotte scegliendo oculatamente i valori fra quelli disponibili. La serie di resistenze che offre il maggior numero di valori è la E192, con tolleranza 0.5% o 1%.

Il problema del comportamento non ideale deve essere risolto scegliendo componenti di ottima qualità antiinduttivi, a basso coefficiente di dipendenza dalla tensione e lavando accuratamente il montaggio dopo le saldature.

Per attenuare gli effetti dell'accoppiamento fra maglia di ingresso e di uscita occorre studiare bene la disposizione fisica della cella di attenuazione così realizzata. L'accoppiamento parassita può essere sia capacitivo che induttivo. Quello induttivo può essere ridotto minimizzando il flusso disperso della maglia di ingresso che si richiude sulla maglia di uscita. Ciò può essere fatto intervenendo sulla realizzazione meccanica disponendo R1 ed R3 più distanti possibile e possibilmente con gli assi ortogonali. Anche la simmetria del circuito può aiutare per due motivi:

- i calcoli possono fornire un valore teorico di resistenza ottenibile mettendo in parallelo due valori di resistenza di una serie standard;
- il flusso disperso della maglia di ingresso si può concatenare in due direzioni opposte nella maglia di uscita minimizzando gli effetti induttivi.

In base a tali considerazioni si può quindi modificare lo schema a π dividendo R1 ed R3 in due resistenze di valore uguale e doppio di quello nominale.

Per ridurre l'accoppiamento capacitivo si può inserire uno schermo lungo l'asse di simmetria di R2 in modo da creare due capacità che connettano i nodi di ingresso e di uscita con il polo comune. Ciò porterà ad una inevitabile attenuazione con il crescere della frequenza che imporrà un limite superiore alle frequenze utilizzabili della cella di attenuazione. La figura 3.1.1 illustra lo schema simmetrizzato ed una possibile disposizione meccanica delle resistenze e dello schermo. Ovviamente se R2 deve anch'essa essere ottenuta con due resistenze standard in parallelo la simmetria rispetto al campo magnetico indotto è facilmente mantenuta.

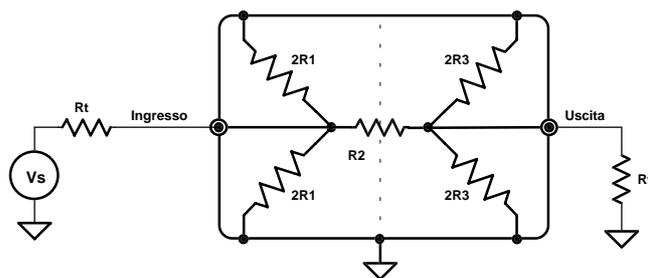


Fig. 3.1.1 – Disposizione meccanica dell'attenuatore a π simmetrizzato e schermato.

3.2 Effetti delle capacità parassite negli attenuatori a π

Prendendo in considerazione lo schema illustrato in figura 3.2.1 si può determinare la risposta in frequenza del circuito attenuatore.

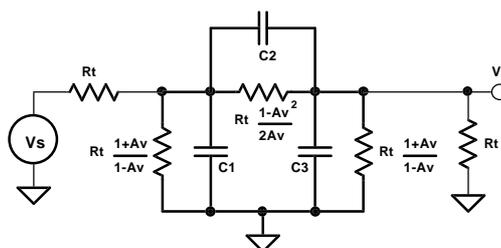


Fig. 3.2.1 – Attenuatore a π con le capacità parassite

I valori delle resistenze sono stati espressi in funzione dell'impedenza di terminazione e dell'attenuazione mentre le capacità parassite sono state considerate di tre valori differenti, per generalità di trattazione. Sviluppando i calcoli si ottiene:

$$\frac{Vu}{Vs}(s) = \frac{RtC2s(1 - Av^2) + 2Av}{Rt^2(C1C2 + C1C3 + C2C3)(1 - Av^2)s^2 + 2Rt[C1 + C3 + (1 - Av)C2]s + 4}$$

A titolo di esempio si sono calcolati gli andamenti della risposta in frequenza per le attenuazioni di -3 dB, -6 dB e -20 dB. Nei calcoli si è supposto C1 e C3 uguali a 2 pF mentre C2 è stato posto sia 0.5 pF che 0.05 pF. I risultati sono illustrati nella figura 3.2.2. Come si può notare per basse attenuazioni l'effetto della capacità C2 influisce in maniera impercettibile mentre già a -20 dB si può avere un effetto di attraversamento per le componenti di frequenza più elevata che si manifesta con il picco visibile nel grafico.

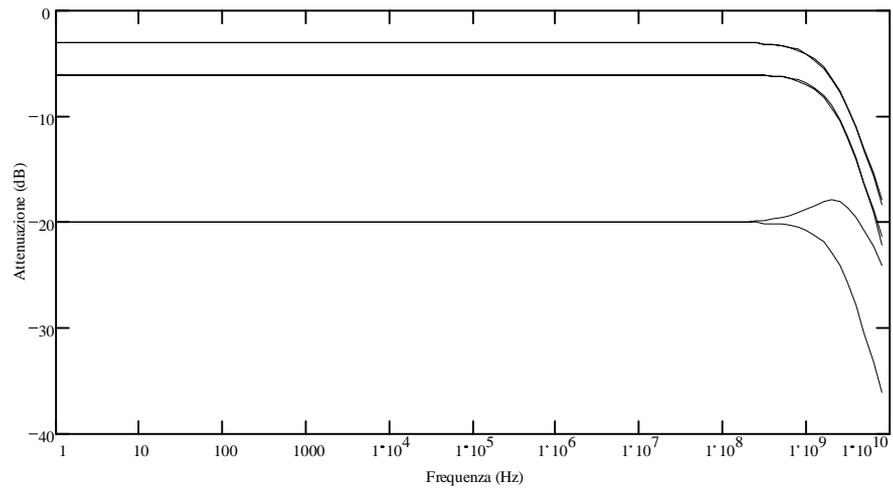


Fig. 3.2.2 – Attenuazione in funzione della frequenza

3.3 Tabella dei valori delle resistenze per attenuatori a π con $R_t = 50 \Omega$

Ad DB	Ra Ω	Rb Ω	R2 Ω	R1 = R3 Ω	Err. Ad $\pm \%$	Err. Rin $\pm \%$	ρ max $\pm \%$
0.5	2.879	1737	2.87	2 // 3480	1.33	0.12	0.06
1	5.769	869.5	5.76	2 // 1740	1.14	0.21	0.10
2	11.61	436.2	11.7	437	1.62	0.53	0.26
3	17.6	292.4	17.6	2 // 583	1.00	0.59	0.19
4	23.8	220.9	23.7	2 // 442	1.44	0.77	0.38
8	52.8	116.1	53.0	2 // 232	1.06	0.88	0.43
10	71.1	96.2	71.5	2 // 193	1.03	1.21	0.60
20	247.5	61.1	2 // 493	61.2	0.75	1.04	0.51
30	789.7	53.2	2 // 1580	2 // 106	0.49	1.46	0.73

I valori di resistenze sono presi dalla serie E192, i calcoli sono stati effettuati con tolleranza dell'1%. La tabella si ferma a 30 dB perché realisticamente attenuazioni maggiori è meglio siano ottenute con due celle in cascata.

4 Attenuatori a T

Gli attenuatori a T, illustrati in figura 4.1, servono ad attenuare un segnale mantenendo l'adattamento dell'impedenza.

I calcoli sono stati effettuati considerando l'uscita opportunamente terminata.

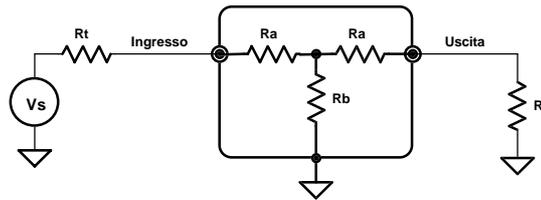


Fig. 4.1 – Attenuatore a T

Per l'analisi del circuito occorre definire l'attenuazione A_v come rapporto fra le tensioni di ingresso e di uscita. Tale rapporto sarà denominato A_d se espresso in dB. Definendo V_i la tensione di ingresso e V_u la tensione di uscita si ha:

$$A_v = \frac{V_u}{V_i}, \quad A_d = 20 \log_{10} A_v$$

Occorre trovare la relazione fra l'attenuazione, R_a , R_b ed R_t . Si impone l'uguaglianza dell'impedenza di ingresso ad R_t e si esprime l'attenuazione in funzione delle resistenze del circuito.

$$R_t = R_a + R_b // (R_a + R_t), \quad A_v = \frac{R_t}{R_a + R_t} \cdot \frac{R_b // (R_a + R_t)}{R_a + R_b // (R_a + R_t)}$$

Dopo semplici calcoli si trova:

$$R_a = R_t \cdot \frac{1 - A_v}{1 + A_v}, \quad R_b = R_t \cdot \frac{2A_v}{1 - A_v^2}$$

I valori così determinati sono esclusivamente teorici. Una volta stabilita l'attenuazione A_v da realizzare le resistenze R_a ed R_b potrebbero essere di valore non standard o comunque affette da tolleranza non nulla. In questo caso occorre tenere presente altri parametri importanti che caratterizzeranno il circuito con componenti reali come il

coefficiente di riflessione ρ , l'impedenza di ingresso e quella di uscita. Se Z_{out} e Z_{in} sono le impedenze rispettivamente di uscita del generatore e di ingresso dell'attenuatore il coefficiente di riflessione è definito come:

$$\rho = \frac{|Z_{out} - Z_{in}|}{|Z_{out} + Z_{in}|}$$

Per determinare quale sia l'impedenza di ingresso ed il coefficiente di riflessione dell'attenuatore reale si impiegano i valori indicati nella figura 3.2.

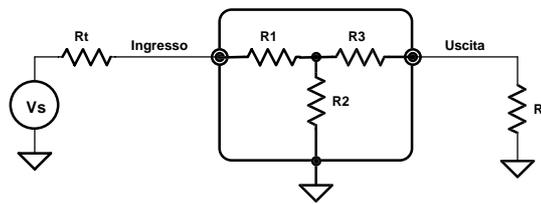


Fig. 4.1 – Attenuatore a T reale

In questo caso la resistenza di ingresso e l'attenuazione valgono:

$$R_{in} = R1 + R2 // (R3 + Rt), \quad A_v = \frac{R3 // Rt}{R2 + R3 // Rt}$$

Sostituendo le resistenze alle impedenze nell'espressione del coefficiente di riflessione calcolato all'ingresso dell'attenuatore si trova:

$$\rho = \frac{|Rt - R1 + R2 // (R3 + Rt)|}{|Rt + R1 + R2 // (R3 + Rt)|}$$

Una volta determinati i valori commerciali e le tolleranze delle resistenze $R1$, $R2$ ed $R3$ occorre sostituirli nelle espressioni trovate per verificare la tolleranza risultante sull'attenuazione ed il coefficiente di riflessione massimo.

4.1 Cause di errore negli attenuatori a T

Anche per questa configurazione valgono le considerazioni svolte per quella a π . Anche in questo caso per attenuare gli effetti dell'accoppiamento fra maglia di ingresso e di uscita occorre studiare bene la disposizione fisica della cella di attenuazione così realizzata. L'accoppiamento parassita può essere sia capacitivo che induttivo. Quello induttivo può essere ridotto minimizzando il flusso disperso della maglia di ingresso che si richiude sulla maglia di uscita. Ciò può essere fatto intervenendo sulla realizzazione meccanica sdoppiando R2 e disponendo i componenti a forma di croce. Anche la simmetria del circuito può aiutare per due motivi:

- i calcoli possono fornire un valore teorico di resistenza ottenibile mettendo in parallelo due valori di resistenza di una serie standard;
- il flusso disperso della maglia di ingresso si può concatenare in due direzioni opposte nella maglia di uscita minimizzando gli effetti induttivi.

In base a tali considerazioni si può quindi modificare lo schema a T dividendo R2 in due resistenze di valore uguale e doppio di quello nominale.

Per ridurre l'accoppiamento capacitivo si possono inserire due schermi lungo gli assi di simmetria di R1 ed R3 in modo da creare delle capacità che connettano i nodi di ingresso e di uscita con il polo comune. Ciò porterà ad una inevitabile attenuazione con il crescere della frequenza che imporrà un limite superiore alle frequenze utilizzabili della cella di attenuazione. La figura 4.1.1 illustra lo schema simmetrizzato ed una possibile disposizione meccanica delle resistenze e degli schermi. Ovviamente se R1 ed R3 debbono anch'esse essere ottenute con due resistenze standard in parallelo la simmetria rispetto al campo magnetico indotto è facilmente mantenuta.

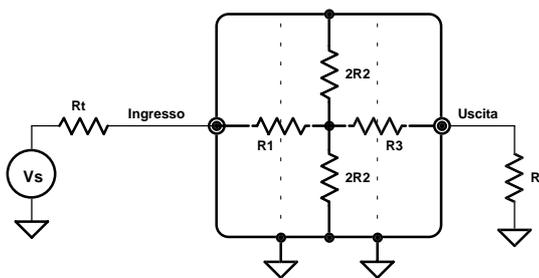


Fig. 4.1.1 – Disposizione meccanica dell'attenuatore a T simmetrizzato e schermato.

4.2 Tabella dei valori delle resistenze per attenuatori a T con $R_t = 50 \Omega$

Ad DB	Ra Ω	Rb Ω	R2 Ω	R1 = R3 Ω	Err. Ad $\pm \%$	Err. Rin $\pm \%$	ρ max $\pm \%$
0.5	1.43	868.1	1.43	2 // 1740	0.50	0.13	0.06
1	2.87	433.3	2.87	2 // 866	1.00	0.23	0.11
2	5.73	215.2	5.76	2 // 430	1.47	0.44	0.22
3	8.55	141.9	8.56	2 // 284	1.10	0.54	0.26
4	11.3	104.8	11.3	2 // 210	1.14	0.60	0.30
8	21.5	47.3	21.5	47.5	1.21	0.92	0.45
10	25.97	35.13	26.1	35.2	1.29	1.23	0.61
20	40.9	10.1	40.7	10.1	1.12	1.4	0.7
30	46.9	3.16	47	3.16	0.77	1.12	0.55

I valori di resistenze sono presi dalla serie E192 o E24, i calcoli sono stati effettuati con tolleranza dell'1%. La tabella si ferma a 30 dB perché realisticamente attenuazioni maggiori è meglio siano ottenute con due celle in cascata.

5 Discriminatori

I discriminatori sono circuiti che servono per stabilire se è presente un segnale utile in presenza di rumore. La loro funzione è fondamentalmente svolta da uno o più comparatori, in genere seguiti da un multivibratore monostabile che genera un impulso di uscita di durata fissa.

Le principali caratteristiche dei discriminatori, cioè le grandezze che debbono essere specificate, sono:

- sensibilità: la tensione minima dell'impulso di ingresso per la quale si ha un'uscita;
- isteresi: tensione che differenzia le soglie di scatto in salita ed in discesa, opzionale;
- velocità: la frequenza massima di funzionamento;
- tempo di ritardo fra ingresso ed uscita;
- risoluzione al doppio impulso: il ritardo minimo fra due impulsi di ingresso per essere discriminati separatamente;
- jitter di attraversamento della soglia: l'imprecisione temporale fra impulsi di ingresso e di uscita;

I discriminatori possono essere realizzati con configurazioni circuitali destinate ad ottimizzare alcune caratteristiche come la sensibilità, la velocità, il jitter di attraversamento della soglia. Un altro aspetto caratteristico molto importante è legato alla risposta del multivibratore monostabile: nel caso che il circuito possa accettare uno start prima del termine dell'impulso di uscita (monostabile retriggerabile) si parla di discriminatore updating, altrimenti di tipo non-updating.

5.1 Discriminatori a soglia

Il più semplice dei circuiti discriminatori è quello a semplice soglia. Si tratta di un comparatore seguito da un multivibratore monostabile. La sensibilità è determinata dal circuito comparatore, che genera il segnale di start (trigger) per il multivibratore. L'ingresso del circuito può essere sia terminato sull'impedenza caratteristica della linea recante il segnale sia lasciato aperto sull'alta impedenza di ingresso del comparatore. Il secondo caso è sempre da utilizzare con cautela perché è usato quando si ha necessità di collegare in parallelo di due dispositivi sull'ingresso. Occorre prestare molta cura al

fatto che lo scatto del comparatore genera sempre qualche segnale spurio anche sull'ingresso stesso, quindi l'utenza in parallelo può essere disturbata. In questo caso si può ovviare inserendo un attenuatore. Si avrà così una perdita di sensibilità compensata dall'attenuazione del disturbo provocato dallo scatto.

In figura 5.1.1 è illustrato il circuito completo dei componenti per la scelta della polarità dell'impulso, l'inserzione dell'isteresi e per le modalità di funzionamento updating o non-updating. L'uso della modalità non-updating è frequente in spettrometria per tenere conto del tempo morto avuto durante la misura, la modalità updating invece si usa nei sistemi di tracking nei quali non si può desiderare di non perdere memoria di un hit avvenuto.

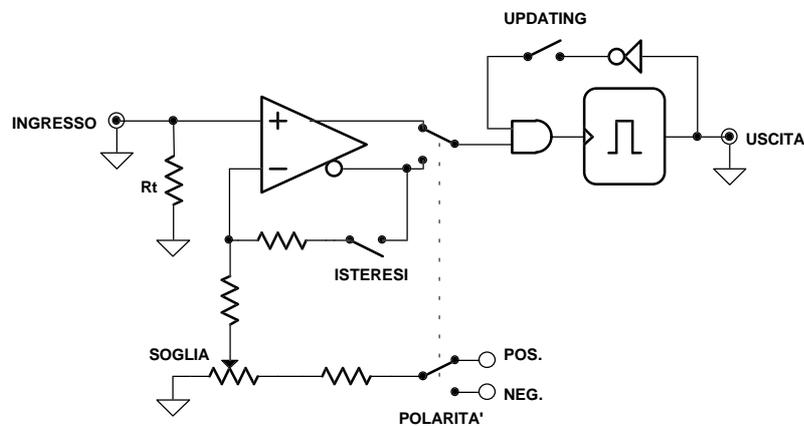


Fig. 5.1.1 – Discriminatore a soglia

La tensione riportata all'ingresso per realizzare l'isteresi deve essere una frazione di quella di soglia, il monostabile deve essere di tipo retriggeabile.

Nel circuito esemplificato si è supposto di voler discriminare impulsi positivi sul fronte di salita ed impulsi negativi sul fronte di discesa per cui le tensioni POS e NEG sono rispettivamente positiva e negativa.

Qualora si debba estrarre l'informazione di tempo di arrivo di un segnale di forma costante ma di ampiezza variabile il circuito discriminatore a soglia presenta l'inconveniente del jitter che è illustrato nella figura 5.1.2.

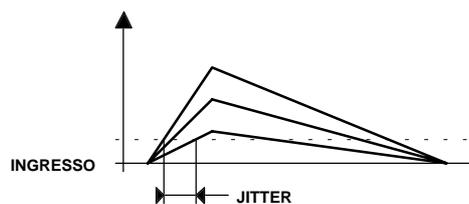


Fig. 5.1.2 – Jitter di attraversamento di una soglia

Nelle applicazioni in cui il jitter è intollerabile si ricorre a dei sistemi alternativi: il tipo a doppia soglia ed il tipo a constant-fraction.

5.2 Discriminatori a doppia soglia

Questo tipo di circuito determina separatamente il timing e l'ampiezza del segnale. Ciò viene realizzato impiegando due comparatori, uno con la soglia molto bassa, l'altro con quella relativa all'ampiezza minima di ingresso richiesta. L'attraversamento della soglia molto bassa è ovviamente molto meno affetto dal problema del jitter e serve a validare l'informazione di ampiezza. In figura 5.2.1 è illustrato lo schema a blocchi di tale dispositivo.

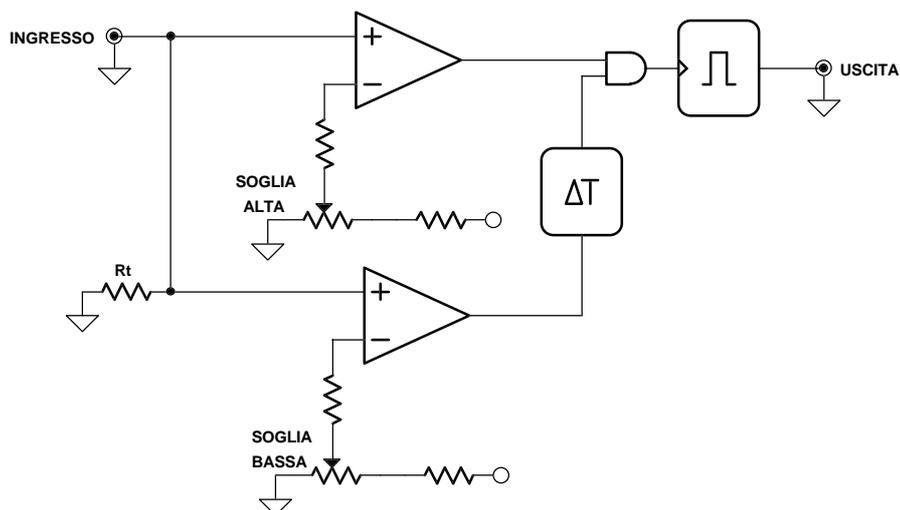


Fig. 5.2.1 – Discriminatore a doppia soglia

Lo schema è solo di principio perché occorre verificare che i due ingressi in parallelo non abbiano effetti di accoppiamento indesiderato. In alcune realizzazioni si può arrivare ad

interporre anche un amplificatore sull'ingresso del comparatore a soglia bassa unendo l'effetto di aumentare la sensibilità e diminuire l'accoppiamento indesiderato. La linea di ritardo serve a fare in modo che lo scatto della soglia bassa, che avviene ovviamente prima di quello a soglia alta, avvenga al tempo giusto per validare l'uscita. In pratica occorre recuperare almeno il tempo del fronte del segnale di ingresso. Quando è presente l'amplificatore il ritardo introdotto dallo stesso può essere sufficiente allo scopo. Con il discriminatore a doppia soglia si riesce a diminuire notevolmente il jitter del segnale di uscita, se si desidera aumentare ancora la precisione nell'estrazione dell'informazione temporale occorre utilizzare il circuito a constant-fraction.

5.3 Discriminatori a constant-fraction

Anche questo tipo di circuito determina separatamente il timing e l'ampiezza del segnale. Ciò viene realizzato impiegando due comparatori, uno con la soglia relativa all'ampiezza minima di ingresso richiesta, l'altro con la soglia su di una opportuna funzione del segnale di ingresso indipendente dall'ampiezza. Quest'ultimo è detto comparatore di walk. In figura 5.3.1 è illustrato lo schema a blocchi del dispositivo.

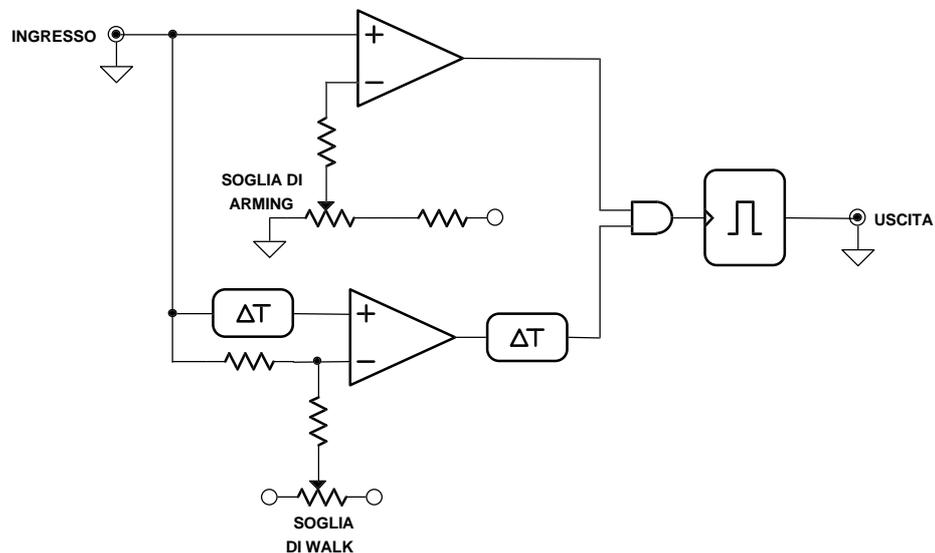


Fig. 5.3.1 – Discriminatore a costant-fraction

Nello schema sono state omesse le terminazioni. La funzione indipendente dall'ampiezza è la differenza fra il segnale di ingresso ritardato e lo stesso attenuato. La figura 5.3.2 illustra più in dettaglio i segnali all'ingresso del comparatore di walk.

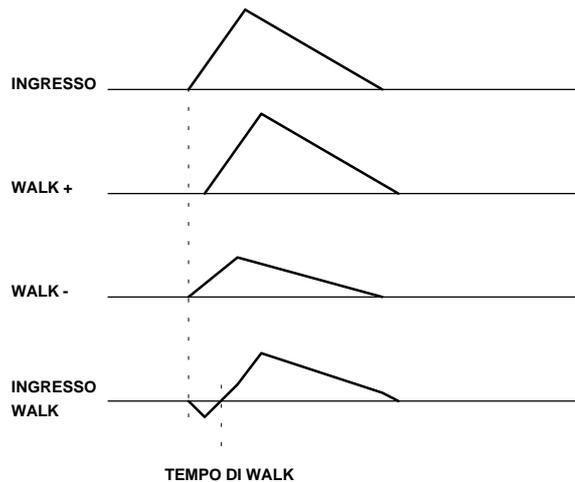


Fig. 5.3.2 – Segnali all'ingresso del comparatore di walk

Supponendo $f(t)$ la tensione di ingresso, ΔT il ritardo ed α l'attenuazione di ingresso al comparatore di walk lo scatto avverrà all'istante τ tale che:

$$f(\tau - \Delta T) = \alpha f(\tau)$$

si vede che variando l'ampiezza di $f(t)$ non cambia il valore di τ per il quale l'equazione è soddisfatta. La linea di ritardo all'uscita del comparatore di walk serve, nel caso ΔT sia piccolo rispetto al fronte di salita della tensione di ingresso, per far giungere l'uscita dell'informazione di soglia prima di quella di walk. L'aggiustamento della tensione di soglia di walk serve fundamentalmente a recuperare la tensione di offset di ingresso del relativo comparatore.

Si noti che diminuendo il ritardo lungo il percorso della soglia di walk il circuito si comporta come un discriminatore a semplice soglia, cioè l'uscita diventa vera all'istante dell'attraversamento della soglia di arming dal momento che la soglia di walk, a livello più basso, viene attraversata precedentemente.

Esistono altre varianti di questo circuito, ad esempio una che forma la tensione di walk confrontando un segnale di ingresso con il suo integrale calcolato attraverso un circuito RC. Se la forma del segnale di ingresso al variare dell'ampiezza resta costante si può giungere a considerazioni analoghe sull'istante τ in cui si ha l'azzeramento della funzione di walk così realizzata:

$$f(\tau) = \int_0^{\tau} f(t) dt$$

Anche in questo caso una variazione di ampiezza non ha effetti sull'istante τ così determinato.

5.4 Parametri di funzionamento di un discriminatore constant-fraction

La scelta dei parametri di funzionamento di un discriminatore di questo tipo consiste nel selezionare, con riferimento all'equazione:

$$f(\tau - \Delta T) = \alpha f(\tau)$$

i valori ottimi di α e ΔT in modo che la discriminazione avvenga alla frazione costante f del fronte del impulso ritardato. La frazione f è decisa in base al tipo di rivelatore utilizzato per cui è un dato di partenza del problema. La figura 5.4.1 illustra con maggiori dettagli il problema.

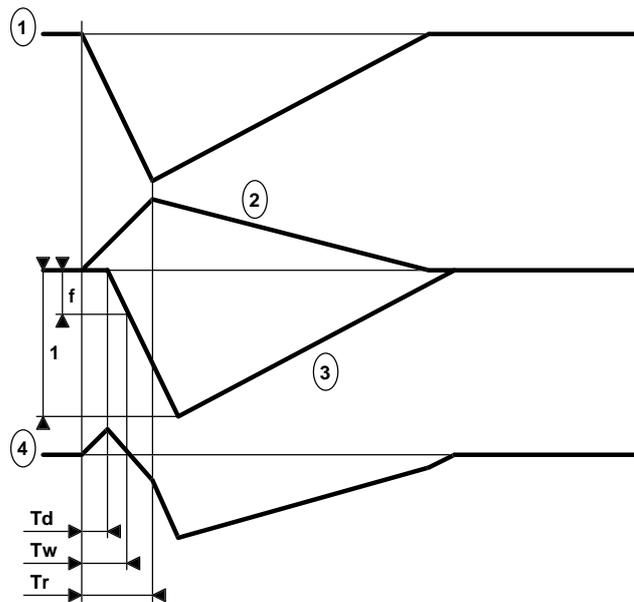


Fig. 5.4.1 – Dettaglio dei segnali all'ingresso del comparatore di walk

Con riferimento alla figura 5.4.1 l'attraversamento (Walk) avviene all'istante T_w . In tale istante il fronte iniziale del segnale ritardato 3 è la frazione f relativa all'ampiezza massima supposta unitaria. Per consentire il più agevole funzionamento al comparatore di walk si cercano i valori di α e ΔT che forniscono la massima ampiezza del primo picco della forma d'onda 4. Occorre descrivere l'andamento del segnale 4 nel periodo di tempo

$0 < t < T_r$, dal momento che dopo tale istante la propria forma d'onda non dipende più solo dal tempo di salita T_r . Supponendo l'ampiezza massima dei segnali 1 e 3 unitaria, il tempo di ritardo $T_d = \beta T_r$ e l'ampiezza massima del segnale 2 pari ad α , il segnale 4 può essere descritto come:

$$V(t) = \alpha \frac{t}{T_r} \text{ nel periodo } 0 < t < \beta \cdot T_r$$

$$V(t) = (\alpha - 1) \frac{t}{T_r} + \beta \text{ nel periodo } \beta \cdot T_r < t < T_r$$

Nel periodo indicato il segnale 4 ha ampiezza massima pari ad $\alpha \cdot \beta$ al tempo $t = \beta \cdot T_r$. L'attraversamento dello zero avviene al tempo T_w determinato da:

$$V(T_w) = (\alpha - 1) \frac{T_w}{T_r} + \beta = 0 \text{ da cui } T_w = \frac{\beta \cdot T_r}{1 - \alpha}$$

La condizione sulla frazione f , con riferimento sempre alla figura 5.4.1, può essere scritta:

$$T_w - T_d = f \cdot T_r \text{ da cui } \frac{\beta \cdot T_r}{1 - \alpha} - \beta \cdot T_r = f \cdot T_r, \text{ quindi: } \beta = f \frac{(1 - \alpha)}{\alpha}$$

Ricordando che $0 < \alpha, \beta < 1$ occorre cercare la coppia di valori di α e β che, a frazione costante f , massimizzano l'ampiezza del primo picco pari ad $\alpha \cdot \beta$. La situazione è descritta nella figura 5.4.2. Sono state tracciate tre curve dell'equazione:

$$\beta = f \frac{(1 - \alpha)}{\alpha} \text{ per } f = 0.1, 0.2, 0.3$$

Tutte le soluzioni debbono stare nella porzione di piano delimitata dagli assi e dalla semiretta $\alpha + \beta = 1$. Ovviamente il massimo del primo picco del segnale 4 è il punto di intersezione fra l'iperbole $\alpha \cdot \beta = \max$, la curva di β a frazione costante e la frontiera di accettabilità delle soluzioni. Nella figura 5.4.2 sono i punti A, B e C. Risulta immediato verificare che in tali punti si ha:

$$\beta = 1 - f \quad \alpha = f \quad \text{e} \quad \beta = 1 - f$$

Per cui, fissata f la frazione di interesse, la migliore condizione per il comparatore di walk si ottiene scegliendo l'attenuazione uguale ad f ed il ritardo uguale ad $1-f$ volte il tempo di salita del segnale di ingresso.

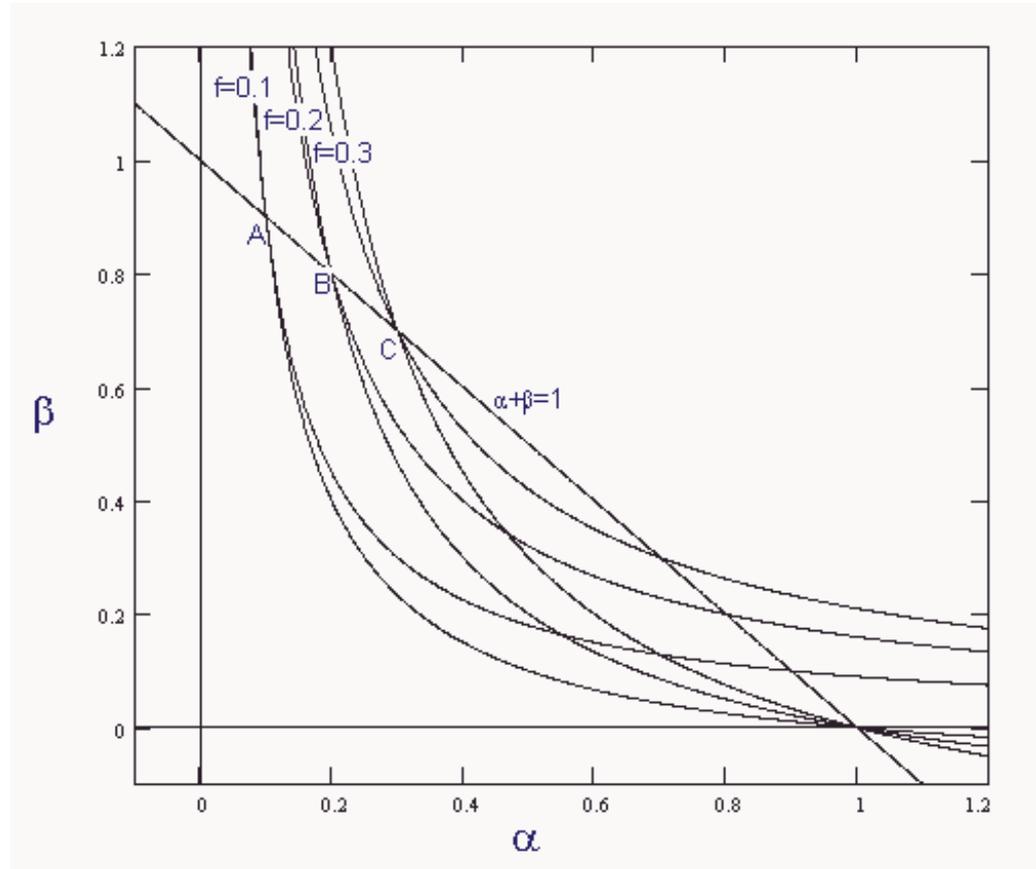


Fig. 5.4.2 – Analisi grafica del problema

5.5 Discriminatori a finestra (Single Channel Analyzer)

Questo tipo di circuito determina l'ampiezza del segnale. Si tratta di un discriminatore che fornisce un impulso di uscita solo quando l'ampiezza del segnale di ingresso è compresa in una determinata finestra di valori. L'uso del dispositivo è legato alla funzione di analisi spettrometrica e può essere utilizzato per effettuare una analisi multicanale variando la posizione della finestra e registrando via via il numero di conteggi in uscita.

Lo schema del circuito non differisce significativamente da quello del discriminatore a doppia soglia se non nel fatto che l'uscita è validata dallo stato opposto del comparatore a soglia alta e che le due soglie sono ora di ampiezza paragonabile. Il monostabile

all'uscita del comparatore a soglia alta serve per memorizzare l'avvenuto superamento della relativa soglia. Il ritardo sulla validazione dell'uscita deve essere scelto in modo da attendere che il segnale di ingresso possa aver raggiunto il proprio valore di picco: nelle applicazioni di spettrometria di solito si usa una formazione del segnale di tipo gaussiano che può avere il proprio valore massimo dopo un tempo significativamente più lungo di quello di propagazione dei comparatori.

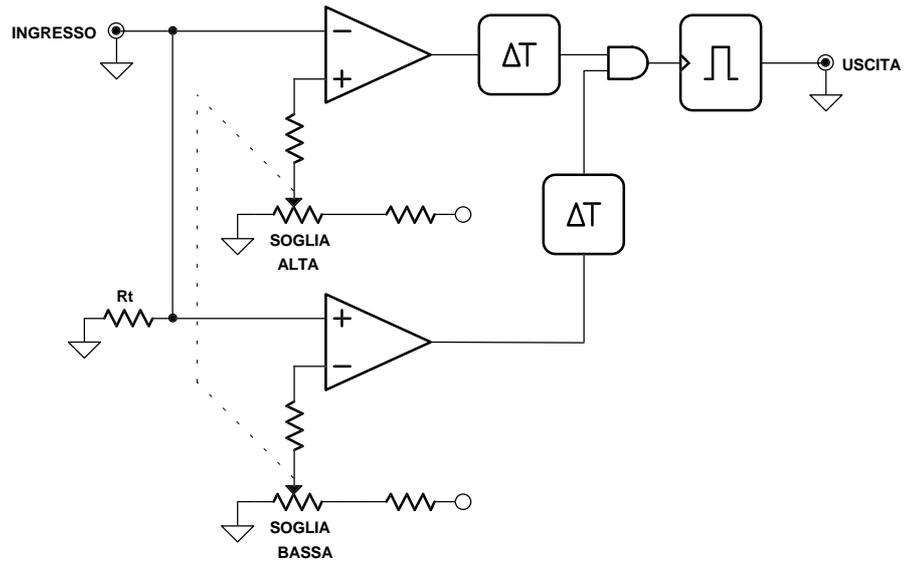


Fig. 5.5.1 – Discriminatore a finestra

Nelle realizzazioni commerciali degli SCA si ha generalmente la regolazione delle soglie agganciabile in modo da variare con un comando soltanto la posizione della finestra di accettazione.

Nelle applicazioni per spettrometria sono spesso usati anche altri circuiti accessori come sistemi di correzione del tempo morto, tali dispositivi non sono di solito applicati nella fisica delle alte energie.

6 Integratori (QDC)

Nella fisica delle alte energie capita molto spesso di dover misurare la carica associata ad un impulso proveniente da un rivelatore. La funzione viene svolta dai circuiti Charge to Digital Converter (QDC) che sono essenzialmente circuiti integratori. Tali circuiti realizzano proprio una funzione matematica del tempo sul segnale di ingresso, cioè determinano la carica come integrale nel tempo della corrente di ingresso. Per questo motivo necessitano anche di un segnale di riferimento indicante il periodo durante il quale deve avvenire l'operazione di integrazione. La configurazione di tali circuiti dipende in primo luogo dall'ordine di grandezza della carica da misurare. Per valori molto piccoli del fondo-scala, dalle centinaia di fC a qualche pC, è necessario utilizzare circuiti a preamplificatori di carica, per sensibilità inferiori si possono utilizzare dei convertitori corrente-corrente e trasferire in una capacità la carica di ingresso. In quest'ultimo caso la carica può poi essere misurata e digitalizzata con due tecniche: la conversione carica-ampiezza e carica-tempo.

6.1 Integratori a preamplificatori di carica

L'integratore a preamplificatore di carica (charge-preamplifier) viene utilizzato per i più piccoli fondo-scala, cioè nelle situazioni in cui il rumore non è di solito trascurabile rispetto al segnale. Lo schema equivalente di questo tipo di circuito è illustrato nella figura 6.1.1. Il periodo su cui si effettua l'integrazione è quello compreso fra i campionamenti T1 e T2. Il campionatore T1 è detto di baseline, ha lo scopo di compensare le fluttuazioni del segnale di uscita del preamplificatore che sono dovute alla deriva termica, al rumore, ai campi elettromagnetici indotti e così via. Il campionatore T2 ha lo scopo di memorizzare il picco massimo di tensione di uscita del charge-preamplifier. La carica totale è ottenuta per differenza fra i valori della tensione di uscita del preamplificatore agli istanti T2 e T1.

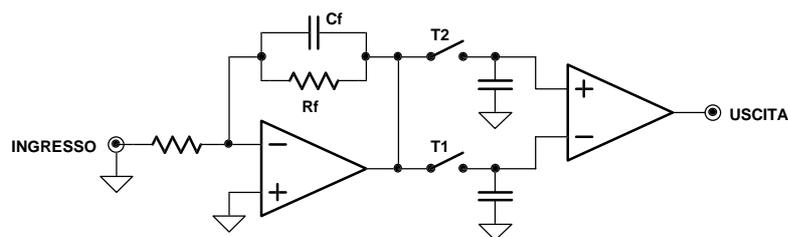


Fig. 6.1.1 – Integratore a preamplificatore di carica

Il circuito a doppio campionatore può anche essere un vero e proprio digitalizzatore (ADC) con memoria, nel qual caso la differenza fra valore di picco e baseline può essere calcolata anche in modo numerico. In questo caso la baseline può essere calcolata anche come media su un certo numero di campioni precedenti l'istante T1.

L'introduzione di un doppio campionatore ha anche un effetto filtrante che consente di reiettare alcune componenti spettrali del rumore, allo stesso modo in cui opera un amplificatore a chopper. La figura 6.1.2 illustra le tipiche forme d'onda di un charge-preamplifier, supponendo trascurabile il rumore (che non è praticamente mai).

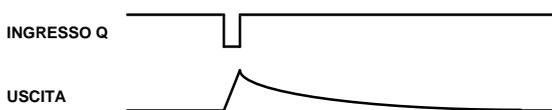


Fig. 6.1.2 – Segnali di un preamplificatore di carica

Se la durata dell'impulso da integrare è piccola rispetto alla costante di tempo $RfCf$ si ha un piccolo errore balistico e l'ampiezza del segnale di uscita in funzione della carica di ingresso Q vale:

$$V_u = \frac{Q}{C_f}$$

La prima specifica di un circuito del genere è la sensibilità, cioè il rapporto fra tensione di uscita e carica di ingresso, che è proprio data dal rapporto fra V_u e Q ed è pari al reciproco del condensatore di retroazione.

Per l'analisi del circuito si può usare la schematizzazione indicata in figura 6.1.4.

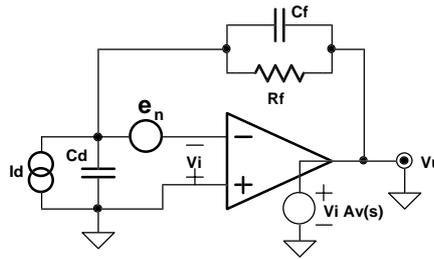


Fig. 6.1.4 – Schematizzazione per l'analisi del circuito

Una specifica molto importante è il valore del rapporto segnale/rumore (S/N) all'uscita, che deve essere valutato attentamente. Di solito è fondamentale avere un RMS del rumore confrontabile con il valore dell'LSB del digitalizzatore usato. Nello studio riportato di seguito per semplicità si sono trascurati i contributi della resistenza di reazione R_f e della corrente di rumore di ingresso del JFET i_n perché generalmente risultano un ordine di grandezza più piccoli del contributo di e_n .

Ponendo il guadagno dell'amplificatore della forma:

$$A_v(s) = \frac{A}{1 + \tau s}$$

e sviluppando i calcoli si trova:

$$\frac{V_u}{I_d} = \frac{-R_f \frac{A}{1+A}}{\frac{R_f(C_f + Cd)\tau}{1+A} s^2 + (R_f C_f + \frac{R_f C_d + \tau}{1+A}) s + 1}$$

che è la funzione di trasferimento del segnale, mentre:

$$\frac{V_u}{e_n} = \frac{\frac{A}{1+A} [1 + R_f(C_f + Cd)s]}{\frac{R_f(C_f + Cd)\tau}{1+A} s^2 + (R_f C_f + \frac{R_f C_d + \tau}{1+A}) s + 1}$$

è la funzione di trasferimento del rumore. Si osservi che usando il metodo del cortocircuito virtuale si sarebbero determinate rispettivamente:

$$\frac{V_u}{I_d} = \frac{-R_f}{R_f \cdot C_f \cdot s + 1}$$

ed inoltre

$$\frac{Vu}{e_n} = \frac{[Rf(Cf + Cd)s + 1]}{Rf \cdot Cf \cdot s + 1}$$

che si possono ottenere dalle precedenti facendo tendere A ad ∞ . Il rapporto segnale rumore risulta, sostituendo alla variabile complessa s la variabile $j2\pi f$:

$$\frac{S}{N} = \frac{\frac{Q}{Cf}}{\sqrt{\int_0^{\infty} e_n^2(f) \left| \frac{Vu}{e_n}(f) \right|^2 df}}$$

Anche se tipicamente e_n si considera costante, cioè si trascura l'effetto $1/f$ che appare alle basse frequenze, la valutazione dell'integrale non è semplice. Inoltre non si può trascurare il generatore $Av(s)$ ed impiegare il metodo del cortocircuito virtuale perché in tal caso la funzione di trasferimento del rumore presenta lo stesso numero di poli e zeri, quindi l'integrale della potenza non converge con la frequenza che tende all'infinito.

In pratica già per sistemi con due costanti di tempo il metodo in forma chiusa è inutilizzabile e si ricorre quindi o a drastiche semplificazioni o a soluzioni numeriche, che sono descritte nel paragrafo 6.3.

Una possibile drastica semplificazione è quella di considerare la banda equivalente di rumore pari a quella di un sistema ad un solo polo, con costante di tempo pari a $RfCf$ ed amplificazione pari a $1+Cd/Cf$. Ciò equivale a dire che l'effetto del polo dell'amplificatore è molto lontano e $Cd \gg Cf$. In questo caso, ricordando che la banda equivalente di rumore di un sistema a singolo polo vale $1/4RC$, si determina N:

$$N = e_n \frac{Cd + Cf}{Cf} \frac{1}{\sqrt{4RfCf}}$$

quindi il rapporto segnale rumore diventa:

$$\frac{S}{N} = \frac{Q}{e_n} \frac{\sqrt{4RfCf}}{Cd + Cf}$$

Che nelle ipotesi di validità già fornisce un risultato di partenza per ulteriori investigazioni. Per esempio con $Q = 3fC$, $e_n = 1nV/\sqrt{Hz}$, $C_d = 500pF$, $C_f = 0.2 pF$ $R_f = 100 M\Omega$ si trova $S = 15mV$ ed $N \approx 280 \mu V$ da cui $S/N \approx 53$.

La configurazione utilizzata per la realizzazione dei preamplificatori di carica è tipicamente quella a folded-cascode, proposta originariamente da Radeka. Il circuito è illustrato in figura 6.1.5. Si tratta di un circuito cascode con lo stadio a base comune realizzato in modo da consentire l'uso di un carico attivo verso l'alimentazione negativa.

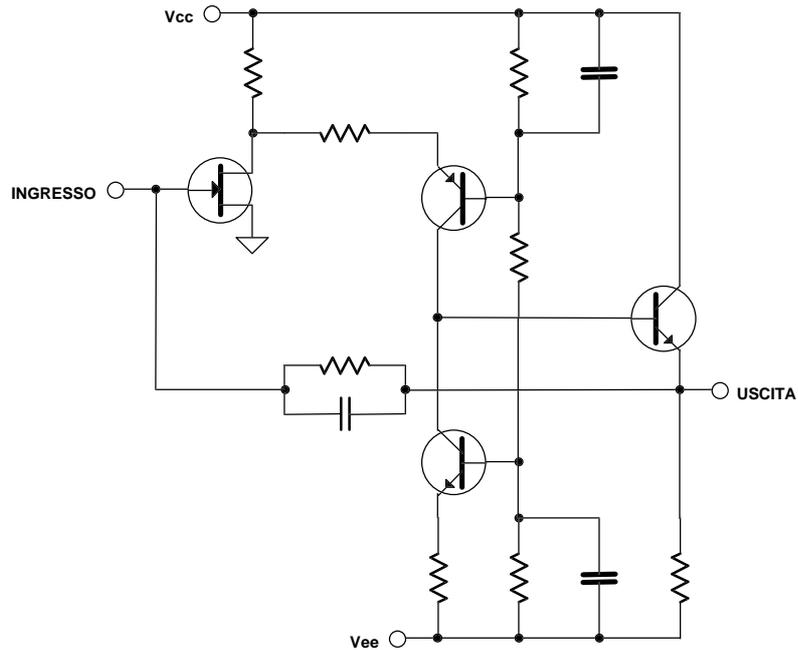


Fig. 6.1.5 – Preamplificatore di carica

Si può dimostrare che il rumore introdotto dal circuito dipende principalmente dalle prestazioni dell'elemento di ingresso, per questo motivo come primo elemento attivo viene di solito impiegato un JFET.

Come regola generale si cerca di impiegare un JFET dalle seguenti caratteristiche:

- la minima tensione di rumore equivalente in ingresso (e_n);
- la maggior transconduttanza (g_m) possibile;
- la capacità di ingresso più uguale possibile a quella del detector.

Nel caso si debba realizzare un integratore di caratteristiche non eccessivamente spinte ma di basso costo è possibile impiegare anche un normale amplificatore operazionale, anche di tipo con prodotto guadagno-banda limitato rispetto alla banda dei segnali. Il

componente deve solo essere ad alta impedenza di ingresso, cioè con l'ingresso a JFET. La configurazione da usare è indicata in figura 6.1.6. Svolgendo l'analisi del circuito con il metodo del cortocircuito virtuale il condensatore sull'ingresso invertente non ha alcun effetto se non quello di aumentare C_d e quindi il rumore all'uscita. In realtà il componente ha lo scopo di conservare la carica di ingresso durante i transitori nei quali l'anello si sgancia a causa della lentezza dell'operazionale. Il valore del condensatore va scelto sperimentalmente attorno ad un decimo del valore di C_f .

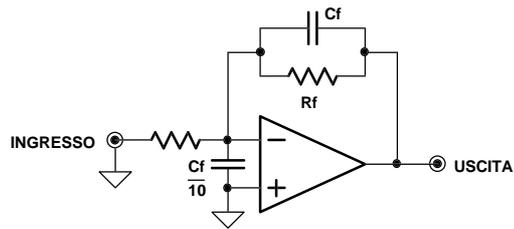


Fig. 6.1.6 – Preamplificatore a basso costo

6.2 Integratori con gate

Questo tipo di circuito può essere impiegato con fondoscala da qualche pC in su. Come già accennato si tratta di trasferire la carica incognita in una capacità e poi determinarla utilizzando le tecniche di conversione carica-ampiezza o carica-tempo. Lo schema a blocchi è illustrato in figura 6.2.1.

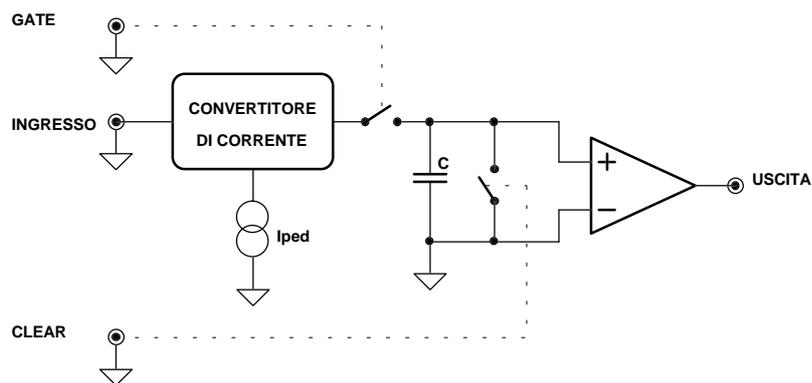


Fig. 6.2.1 – Schema a blocchi dell'integratore con gate

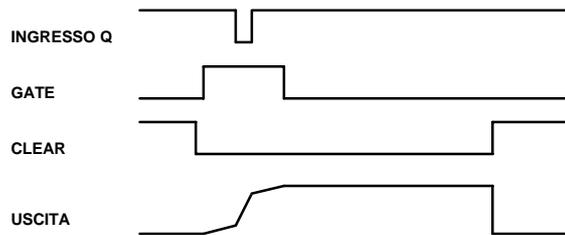


Fig. 6.2.2 – Temporizzazioni dell'integratore con gate

La corrente di ingresso, per motivi che verranno analizzati nel seguito, viene sommata alla corrente di piedistallo I_{ped} ed integrata, quando la gate è aperta, dal condensatore C. La tensione raggiunta dalle armature di C viene inviata all'uscita per l'acquisizione della misura. La carica di ingresso viene in definitiva convertita in una tensione, per questo motivo la tecnica viene anche chiamata conversione carica-ampiezza. La relazione fra carica Q_i e tensione V_c ai capi di C è:

$$V_c = \frac{Q_i}{C}$$

Al termine delle operazioni il comando di CLEAR scarica il condensatore. La scelta del valore di C va fatta cercando il miglior sfruttamento della dinamica disponibile e considerando solo tipi ad alta stabilità e basso effetto di memoria.

La figura 6.2.2 illustra la temporizzazione del funzionamento del circuito. Per motivi di stabilità è conveniente togliere il segnale di CLEAR con l'inizio del segnale di GATE, in modo da avere il condensatore sempre nello stesso stato iniziale prima di una misura. Il tempo atteso fra la fine del GATE e il ritorno del segnale di CLEAR serve per attendere l'assestamento dell'uscita dell'amplificatore ed il tempo di conversione dell'eventuale circuito ADC. In genere è presente un circuito logico di controllo che provvede automaticamente alla gestione dei segnali di comando conversione e CLEAR.

Sono possibili anche altre tecniche di conversione non impieganti ADC come la conversione carica-tempo. Lo schema a blocchi di tale sistema di integrazione è illustrato nella figura 6.2.3.

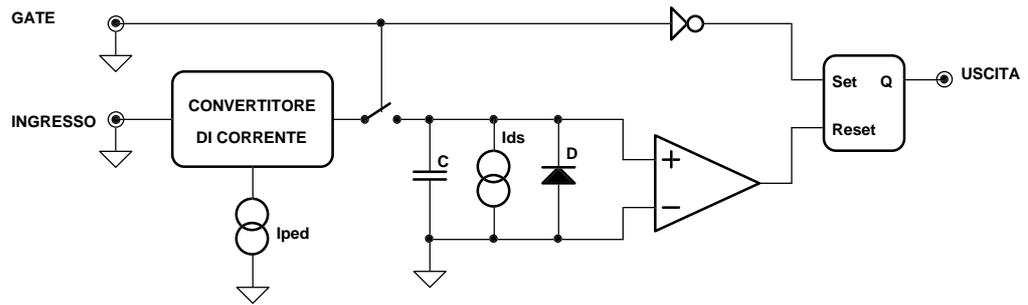


Fig. 6.2.3 – Schema a blocchi del convertitore carica-tempo

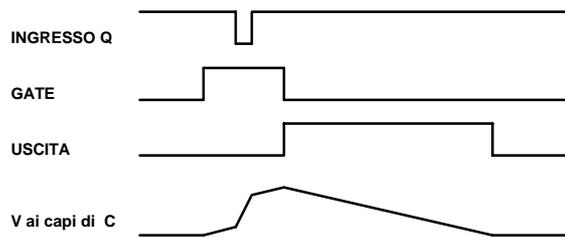


Fig. 6.2.4 – Temporizzazioni del convertitore carica-tempo

In questo caso la carica accumulata in C viene scaricata con una corrente costante in modo che il tempo di scarica sia direttamente proporzionale alla Q_i . Il diodo D serve per fissare la tensione di riposo del circuito, il comparatore di uscita rivela lo stato di carica del condensatore C. La misura della carica di ingresso è in questo caso ottenibile dalla misura della durata dell'impulso di uscita, come chiarito dalla figura 6.2.4, con la seguente relazione:

$$Q_i = I_{ds} \cdot T_s$$

ove T_s è il tempo di scarica, cioè la durata dell'impulso di uscita del circuito. La selezione del valore di C va fatta cercando il miglior sfruttamento della dinamica disponibile, fatto che comporta anche le condizioni ottimali di lavoro per il diodo ed il comparatore.

La scelta fra le due tecniche dipende dalle esigenze di economia e velocità di conversione: il sistema carica-ampiezza consente una maggiore velocità di conversione considerando che gli ADC disponibili ad oggi possono convertire una tensione con risoluzioni di 12 bit in 25 - 50ns. Il sistema carica-tempo risulta molto più lento perché la massima velocità di conteggio che ci si può aspettare oggi è di circa 1GHz, quindi per ottenere la stessa risoluzione di 12 bit occorre contare fino a 4095ns cioè un tempo di conversione 100 volte più lungo. Naturalmente il costo di un contatore risulta molto più basso di quello di un ADC, poi se ci si accontenta di tempi di conversione più lunghi si

può pensare di utilizzare logiche programmabili che possono contare fino a 200 MHz ed in un solo dispositivo possono essere contenuti anche molti contatori.

La realizzazione del convertitore, del circuito di GATE e quello di CLEAR è illustrata nella figura 6.2.5. Si noti che la polarità della tensione ai capi di C è in questo caso invertita rispetto alle figure 6.2.2 e 6.2.4. Il convertitore corrente-corrente è illustrato con le possibilità di ingresso differenziale, per correnti positive e per correnti negative. La resistenza R_{Ped} fissa il valore della corrente di piedistallo. L'integrazione di un piedistallo ha il duplice scopo di mantenere in zona lineare il transistor del convertitore e fornire delle letture non nulle per il controllo del funzionamento dei canali.

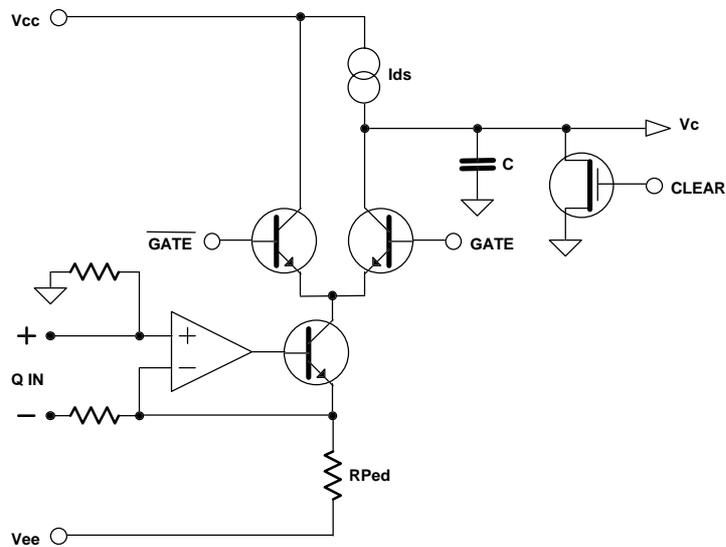


Fig. 6.2.5 – Nucleo dell'integratore con gate

Il convertitore corrente-corrente è realizzato con un circuito ad anello chiuso che durante l'inseguimento dei transistori più veloci del segnale si sgancerà causando un disadattamento dell'ingresso. Per questo motivo si installa un gruppo RC proprio sui terminali di ingresso. La determinazione dei valori va fatta con prove di riflettometria, utilizzando un impulsatore a fronti molto ripidi. Le riflessioni in ingresso possono comunque essere dannose perché possono provocare la ripartenza di eventuali discriminatori connessi in parallelo ai QDC. Inoltre la carica riflessa non viene misurata. Per i soliti argomenti citati nell'integratore a basso costo la capacità installata sull'ingresso non disperde il segnale utile anzi restituisce la carica immagazzinata non appena l'anello di retroazione si richiude.

Il circuito di CLEAR non viene installato nelle realizzazioni carica-tempo a meno che non sia necessaria la possibilità di un veloce azzeramento del circuito. La scelta dell'interuttore a MOSFET comporta una inevitabile iniezione di carica fra l'elettrodo di

gate e quello di drain del dispositivo. Tale iniezione dipende essenzialmente dalla V_{gd} . All'apertura della GATE la carica iniettata dal MOSFET è sempre la stessa poiché $V_{ds} = 0$ (condensatore scarico) e la tensione di comando della gate effettua una variazione fra i due valori costanti di pilotaggio.

6.3 Soluzioni numeriche per il calcolo delle prestazioni di rumore

Le soluzioni possibili per la determinazione in via numerica delle prestazioni di rumore di un preamplificatore sono molte. Principalmente si può considerare:

- integrazione del modulo quadro della funzione di trasferimento;
- uso di algoritmi tipo SPICE;
- uso di algoritmi basati sul metodo delle differenze finite.

L'integrazione del modulo quadro della funzione di trasferimento può essere effettuata con algoritmi usuali come la regola di Simpson ecc. Questo metodo è semplice ed immediato da applicare, non consente però una valutazione diretta del comportamento del sistema nel dominio del tempo.

L'uso di algoritmi tipo SPICE o impieganti il metodo delle differenze finite consiste nella simulazione nel dominio del tempo del circuito a cui è applicato un segnale di ingresso rumoroso e nell'analisi del segnale di uscita. Il segnale di ingresso è di solito costituito da una sequenza di campioni del segnale utile, del solo rumore o della somma dei due. La prima considerazione è che in ogni caso si deve operare nell'ambito della validità del teorema di campionamento. La scelta della frequenza di campionamento deve essere tale da contenere tutte le componenti frequenziali dei segnali coinvolti, pena il verificarsi del fenomeno dell'aliasing: in pratica si cerca di campionare con periodo di $1/10$ o di $1/100$ la costante di tempo più veloce in gioco nel circuito.

Una volta stabilita la frequenza di campionamento dei segnali occorre procurarsi una sequenza di campioni di rumore con statistiche note. Per fare ciò si può impiegare un generatore di numeri casuali, che di solito ha una statistica uniforme. Successivamente si può filtrare la sequenza ad esempio con l'algoritmo di Box-Muller per ottenere un segnale gaussiano bianco. Al rumore si può aggiungere, se necessario, il segnale utile e procedere con l'algoritmo di simulazione.

Si riporta per comodità la formula di Box-Muller che fornisce, a partire da una coppia di numeri casuali uniformemente distribuiti, un numero casuale gaussiano bianco con valor medio μ e deviazione standard σ :

$$N(\mu, \sigma) = \mu + \sigma \cdot \cos[2\pi \cdot RND(seed)] \cdot \sqrt{-2 \ln[RND(seed)]}$$

La coppia di valori casuali di ingresso sono i ritorni della funzione RND(seed).

La deviazione standard in un sistema a dati campionati con periodo di campionamento T_c è legata al valore di e_n dell'elemento attivo impiegato dalla relazione:

$$\sigma = e_n \sqrt{\frac{1}{2T_c}}$$

Una volta determinata la sequenza dei campioni di ingresso per la simulazione con SPICE si possono utilizzare gli statement PIECEWISE-LINEAR WAVEFORM relativi a generatori indipendenti di tensione o di corrente.

La forma di tali label è di tipo:

V <nome del nodo> <nodo +> <nodo ->

```
PWL ( t0 V0
+ t1 V1
+ t2 V2
+ ... ....
+ ... ....
+ tn Vn )
```

I <nome del nodo> <nodo +> <nodo ->

```
PWL ( t0 I0
+ t1 I1
+ t2 I2
+ ... ....
+ ... ....
+ tn In )
```

dove la sequenza è espressa direttamente con una coppia di valori (tempo e tensione o tempo e corrente) per ogni campione. Avvenuta la simulazione si determineranno le statistiche del vettore di uscita o si potranno effettuare test con il metodo Monte Carlo.

Se non si dispone di un simulatore SPICE si può ricorrere al metodo approssimato descritto nel capitolo 8.

Si osservi che questo metodo è particolarmente utile nel caso di studi di comportamento di sistemi con soglie.

7 Convertitori di tempo (TDC)

I circuiti convertitori di tempo o Time to Digital Converter (TDC) servono per misurare gli intervalli temporali. In generale questi circuiti accettano un segnale di START ed uno di STOP e l'uscita è proporzionale al tempo trascorso tra i due segnali. Quando sono realizzati con più canali di misura possono avere lo START o più diffusamente lo STOP in comune. La risoluzione ottenibile parte dalle decine di ps e dipende dalla tecnica impiegata per la realizzazione. In generale sotto il ns di risoluzione si ricorre a tecniche analogiche, da 1 ns in su si utilizzano contatori digitali. Lavori recentissimi svolti al CERN parlano di realizzazioni digitali su silicio con risoluzione inferiore ai 100 ps.

7.1 TDC ad alta risoluzione

La misura del tempo avviene indirettamente caricando un condensatore C con una corrente costante durante l'intervallo da misurare. Anche in questo caso sono possibili le due tecniche di conversione tempo-ampiezza e tempo-tempo. Nel caso tempo-ampiezza al termine della carica si misura la tensione raggiunta dalle armature di C che risulta proporzionale al tempo incognito secondo la relazione:

$$V = \frac{I \cdot T_x}{C}$$

La figura 7.1.1 illustra più in dettaglio il circuito, le relative temporizzazioni sono illustrate in figura 7.1.2.

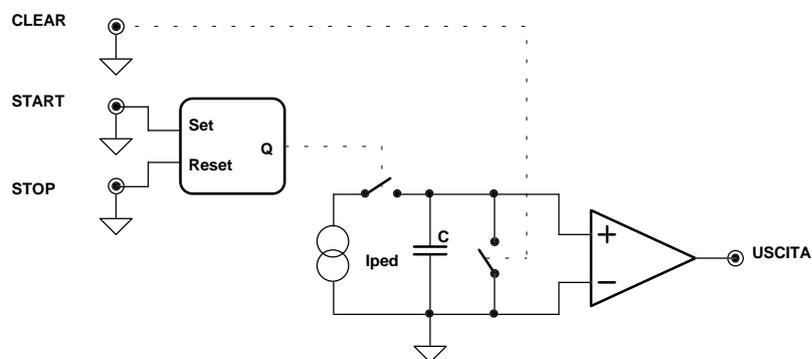


Fig. 7.1.1 – Schema a blocchi del convertitore tempo-ampiezza

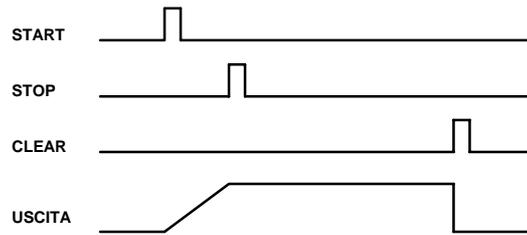


Fig. 7.1.2 – Temporizzazioni del convertitore tempo-ampiezza

Come si vede dalla figura 7.1.2 la rampa si arresta in corrispondenza dell'impulso di STOP. Di solito è proprio l'impulso di STOP che pilota un circuito logico sequenziale di controllo che comanda la conversione analogico-digitale e successivamente genera un segnale di CLEAR. Tra lo STOP e l'inizio della conversione analogico-digitale occorre anche in questo caso attendere il tempo di assestamento dell'amplificatore di uscita.

In alcune applicazioni può capitare che su qualche canale possa giungere un impulso di START non seguito da alcun impulso di STOP causando l'arresto della rampa alla tensione di saturazione fino a che non viene ricevuto un impulso di CLEAR. Ciò, se non è comandato esternamente, avviene addirittura al termine di una sequenza valida START STOP la cui misura va inevitabilmente persa. Per ovviare all'inconveniente si ricorre ad un circuito accessorio di auto-reset. Tale circuito attende il tempo massimo possibile dal segnale di START e, se non è giunto alcun segnale di STOP, provvede automaticamente a resettare la rampa scaricando C e segnalando un overflow in uscita.

Anche in questo tipo di circuito è possibile la tecnica di conversione tempo-tempo che, come accennato per gli integratori, ha vantaggi economici contrapposti all'allungamento del tempo di conversione con considerazioni analoghe a quelle svolte per gli integratori. Il convertitore tempo-tempo completo di circuito di auto-reset è illustrato nelle figure 7.1.3 e 7.1.4.

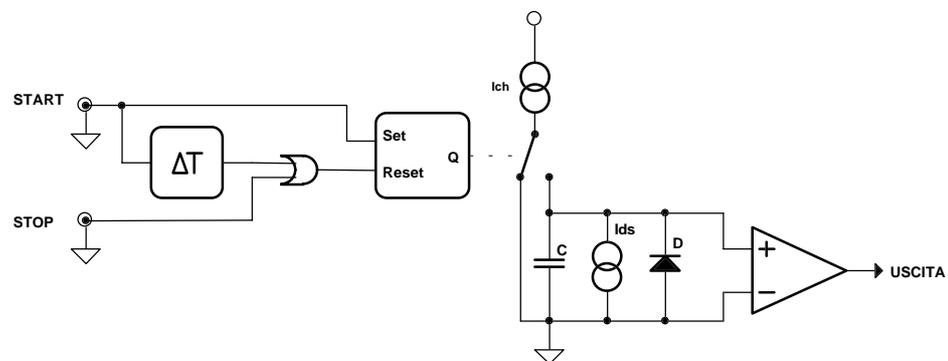


Fig. 7.1.3 – Convertitore tempo-tempo

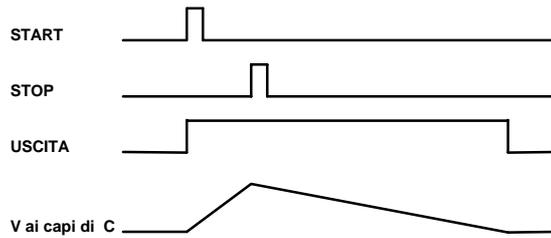


Fig. 7.1.4 – Segnali del convertitore tempo-tempo

Un segnale di START causa la commutazione del flip-flop e di conseguenza dello switch analogico connettendo il generatore I_{ch} al circuito fino ad un segnale di STOP o di auto-reset ottenuto ritardando lo stesso START del tempo massimo consentito per la misura. La capacità C si carica dunque con corrente pari a $I_{ch} - I_{ds}$ per il tempo in cui l'uscita Q del flip-flop è attiva. La stessa poi si scarica con corrente I_{ds} fino all'entrata in conduzione del diodo D, il quale ha la funzione di fissare la tensione di riposo del circuito e tenendo lontano dalla saturazione il generatore di I_{ds} .

Osservando che T_u è la somma del tempo di carica più quello di scarica si ha:

$$I_{ch} \cdot T_x = I_{ds}(T_u - T_x)$$

quindi:

$$T_x = \frac{I_{ds}}{I_{ch} + I_{ds}} T_u$$

Come si vede il rapporto di espansione fra T_x e T_u dipende esclusivamente dal rapporto fra le correnti di carica e di scarica. Anche in questo caso la scelta del valore di C va fatta cercando il miglior sfruttamento della dinamica disponibile, fatto che comporta anche le condizioni ottimali di lavoro per il diodo ed il comparatore.

7.2 TDC digitali

I TDC digitali sono stati realizzati in varie maniere. La più semplice è senz'altro l'impiego di un contatore che totalizzi le unità di tempo fra lo START e lo STOP. Volendo realizzare il circuito a più canali si può pensare di realizzare un contatore, magari in codice Gray, ed alcuni registri che memorizzino il numero di conteggi di unità di tempo ai vari START e/o STOP dei vari canali, come illustrato in figura 7.2.1. Le differenze possono essere poi

calcolate off-line e da queste si può risalire agli istanti di arrivo dei segnali di START e STOP relativi a tutti i canali. In questo caso per avere una risoluzione di 1ns occorre un contatore ad 1 GHz. Tale circuito è costoso e comporta una dissipazione termica notevole. La codifica Gray anche se comporta un aggravio nella logica di codifica e di decodifica è opportuna per la proprietà di non avere transizioni multiple fra un conteggio ed un altro quindi il campionamento ad istanti casuali comporta al massimo l'errore di un bit.

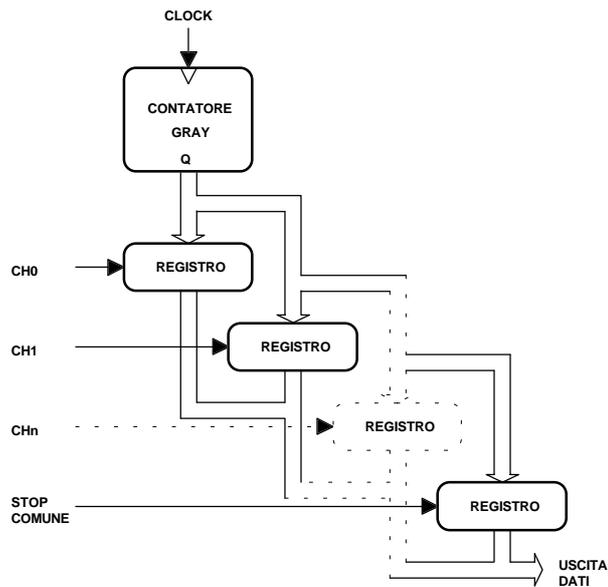


Fig. 7.2.1 – TDC digitale

Per operare a frequenze di clock più basse si può utilizzare una linea di ritardo associata ad un contatore più lento. Il circuito così realizzato presenta un consumo più ridotto a pari risoluzione di un contatore. La figura 7.2.2 illustra tale sistema di realizzazione di TDC.

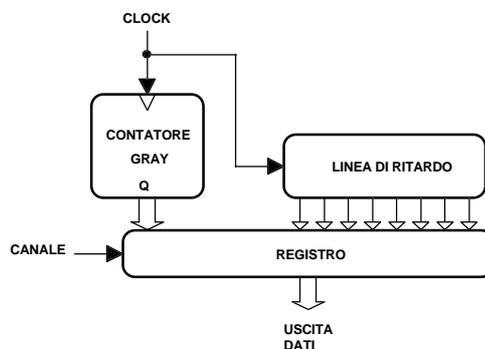


Fig. 7.2.1 – TDC a linea di ritardo

La linea di ritardo ha ritardo totale pari al periodo del clock e nell'esempio ha 8 prese intermedie equidistanti. Il segnale di clock può così essere campionato dal registro con risoluzione pari al proprio periodo diviso 8. Il tempo di arrivo del segnale acquisito è contenuto nel registro. Il dato è composto da una parte di bit che sono il valore del contatore e l'altra sono la posizione nella linea di ritardo dell'impulso di clock. In generale se le prese sono n la risoluzione può essere aumentata di un fattore n rispetto al periodo del clock. Nella figura 7.2.2 è riportato un esempio del funzionamento del sistema.

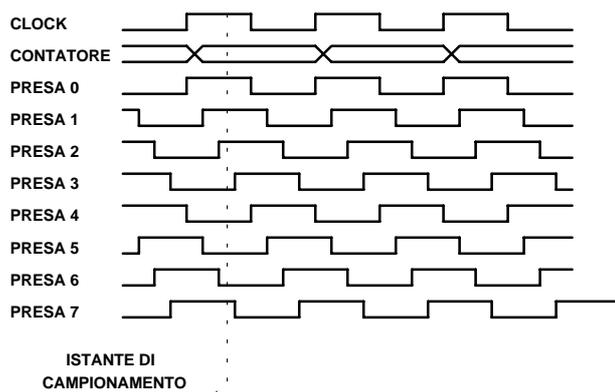


Fig. 7.2.2 – Segnali del TDC a linea di ritardo

Nei sistemi realizzati in pratica la parte di registro proveniente dalla linea di ritardo può essere inviata direttamente ad una tabella di decodifica in modo da ottenere la porzione relativa del dato di uscita direttamente su m bit, con:

$$n = 2^m$$

Si ha in questo modo il vantaggio di risparmiare memoria per l'immagazzinamento dati. Naturalmente per realizzare un TDC a più canali basta replicare i registri implementandone uno per canale ed utilizzando per tutti lo stesso contatore e la stessa linea di ritardo e questo può comportare un vantaggio economico notevole.

Questo sistema è particolarmente importante perché è il più usato fra i metodi per la realizzazione dei TDC digitali integrati. Infatti una linea di ritardo è un dispositivo facilmente realizzabile direttamente in un chip che può ospitare anche il contatore ed i registri necessari per tutti i canali che si desidera realizzare. Ciò consente una notevole economia di realizzazione e di dissipazione termica.

Una linea di ritardo integrata è ottenibile con grandissima precisione utilizzando un sistema in feed-back che è accennato nella figura 7.2.3 nel caso di $n = 8$.

Ogni singola cella di ritardo è realizzata con la stessa geometria delle altre, si trova sullo stesso chip ed è regolabile attraverso la propria tensione di alimentazione. La linea di ritardi superiore serve per determinare la tensione di controllo corrispondente al periodo di clock, quella inferiore è quella utilizzata per l'implementazione del TDC vero e proprio.

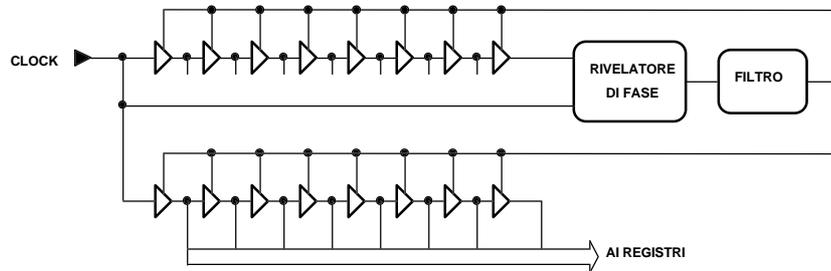


Fig. 7.2.3 – Linea di ritardo attiva integrata

Il rivelatore di fase ha lo scopo di mantenere in rapporto di sfasamento nullo il clock ed il suo corrispondente ritardato. Ogni volta che lo sfasamento è diverso da zero la tensione di alimentazione delle celle viene automaticamente aggiustata in maniera da opporsi alla variazione, cioè in controreazione negativa. Il filtro è necessario per la stabilità dell'anello nella stessa maniera di un normale sistema ad aggancio di fase.

Le prese di uscita della linea sono poi inviate ai registri. In questo modo i requisiti divengono stringenti solo sui tempi di assestamento dei registri stessi (set-up ed hold time), lavorando però direttamente sul silicio stesso si possono evitare questo genere di problemi che sono essenzialmente legati al pilotaggio delle linee esterne per cui nelle realizzazioni più recenti si riesce a scendere anche sotto al ns di risoluzione.

8 Analisi dei circuiti con il metodo delle differenze finite

In questo capitolo è descritto un metodo di elaborazione digitale dei segnali impiegante filtri implementati con equazioni alle differenze. La scelta del metodo è stata dettata dalla grande semplicità che si ottiene nel passaggio dai problemi analogici alle soluzioni digitali.

Il metodo delle equazioni alle differenze si basa sulla sostituzione approssimata della derivata di una funzione con la differenza finita fra un campione ed il successivo della relativa sequenza di campioni.

Se $f(t)$ è una funzione del tempo ed f_n la sequenza dei campioni di $f(t)$ presi ad intervalli T_c si consideri la seguente approssimazione valida per $t = n T_c$:

$$f'(t) \cong \frac{1}{T_c} (f_n - f_{n-1})$$

Definendo l'operatore:

$$D(f_n) = \frac{1}{T_c} (f_n - f_{n-1})$$

e reiterando il procedimento per la derivata seconda si ha:

$$f''(t) \cong D(D(f_n)) = \frac{1}{T_c^2} (f_n - 2f_{n-1} + f_{n-2})$$

Con le necessarie reiterazioni del procedimento può essere calcolata l'approssimazione della derivata m -esima della funzione $f(t)$, che risulta:

$$\frac{d^m}{dt^m} f(t) = D^m(f_n) = \frac{1}{T_c^m} \sum_{i=0}^m (-1)^i \binom{m}{i} f_{n-i}$$

Utilizzando l'approssimazione introdotta si possono riscrivere semplicemente le equazioni delle trasformate di Laplace dei segnali sostituendo alla variabile complessa s l'operatore di derivazione $D(\)$ così introdotto e passando direttamente al dominio del tempo.

Per esempio l'equazione:

$$Vu(s) = s \tau Vi(s)$$

può essere riscritta nel dominio del tempo come:

$$Vu_n = \frac{\tau}{T_c} (Vi_n - Vi_{n-1})$$

Il calcolo dei valori di Vu_n diventa immediato con la conoscenza dei valori di Vi_n .

Anche l'equazione:

$$Vu(s) = \frac{1}{s\tau} Vi(s)$$

può essere riscritta nel dominio del tempo come:

$$\frac{\tau}{T_c} (Vu_n - Vu_{n-1}) = Vi_n$$

cioè:

$$Vu_n = \frac{T_c}{\tau} Vi_n + Vu_{n-1}$$

Una volta ottenute le equazioni in termini di sequenze campionate degli ingressi e delle uscite del circuito si deve risolvere il problema delle condizioni iniziali.

Come esempio si prenda l'ultima equazione scritta e si supponga che Vi_n e Vu_n siano i campioni dei segnali di ingresso e di uscita dell'integratore descritto. I segnali siano relativi all'intervallo di tempo fra gli istanti T_0 e T_1 e contenuti nei vettori $Vi[n]$ e $Vu[n]$. L'indice n varierà fra 0 ed il valore finale N dato da:

$$N = \frac{1}{T_c} (T_1 - T_0)$$

Al momento di calcolare il valore di Vu_0 compare il termine Vu_{-1} , che rappresenta proprio la condizione iniziale del filtro, cioè il valore dell'uscita prima dell'applicazione dell'ingresso. Per poter calcolare l'uscita bisogna quindi assegnare il valore iniziale Vu_{-1} e tutti i valori di Vu_n saranno determinati dall'ingresso Vi_n .

In generale un'equazione la cui trasformata di Laplace ha denominatore di grado k avrà k valori da assegnare come condizione iniziale.

Vengono dati di seguito alcuni esempi di applicazione del metodo con i relativi programmi scritti in linguaggio C.

8.1 Filtro passa-basso del primo ordine

Il circuito rappresentato nella figura 8.1.1 e' un filtro passa-basso del primo ordine.

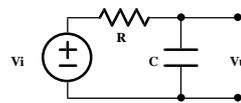


Fig. 8.1.1 – Filtro passa-basso del primo ordine

La funzione di trasferimento del circuito può essere scritta:

$$\frac{V_u(s)}{V_i(s)} = \frac{1}{RCs + 1}$$

che, sviluppando i termini e ponendo $RC = \frac{1}{2\pi f_p}$, diviene:

$$\frac{sV_u(s)}{2\pi f_p} + V_u(s) = V_i(s)$$

Applicando l'operatore di derivazione al posto della variabile s e ponendo $f_c = \frac{1}{T_c}$ si ha:

$$V_{u_n} = \frac{V_{i_n} + \frac{f_c}{2\pi f_p} V_{u_{n-1}}}{\frac{f_c}{2\pi f_p} + 1}$$

che permette di conoscere la sequenza di uscita V_{u_n} una volta conosciuta la sequenza di ingresso V_{i_n} ed assegnata la condizione iniziale $V_{u_{-1}}$.

La procedura scritta in linguaggio C che calcola la sequenza di uscita e' riportata di seguito:

```

/*****
/* LOW_PASS_1: effettua il filtraggio passa basso di ordine 1. L'ingresso */
/* e l'uscita sono due vettori di dati floating point, rispettivamente */
/* data_in e data_out. I parametri float fc ed fp sono la frequenza di */
/* campionamento (quella della sequenza di ingresso) e di polo, len e' la */
/* lunghezza della sequenza da filtrare. */
/* La condizione iniziale del filtro e' Vu(-1) = 0. */
/*****
void low_pass_1(float *data_in, float *data_out, float fc, float fp, int len)
{
int i;
float a; /* contiene il rapporto fc/(2*M_PI*fp) */
float b; /* contiene il valore di 1+a */

a=fc/(2*M_PI*fp);
b=1+a;

data_out[0]=data_in[0]/b;
for (i=1; i<len; i++)
    data_out[i]=(data_in[i]+data_out[i-1]*a)/b;
}

```

Si osservi che la procedura può anche essere scritta di tipo reiterativo, cioè che restituisca un valore dell'uscita ogni volta che viene chiamata, avendo cura di dichiarare le opportune variabili di tipo STATIC.

8.2 Filtro passa-alto del primo ordine

Il circuito rappresentato nella figura 8.2.1 e' un filtro passa-alto del primo ordine.

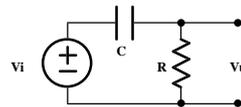


Fig. 8.2.1 – Filtro passa-alto del primo ordine

La funzione di trasferimento del filtro può essere scritta:

$$\frac{V_u(s)}{V_i(s)} = \frac{R C s}{R C s + 1}$$

Applicando l'operatore di derivazione al posto della variabile s e ponendo $RC = \frac{1}{2\pi f_p}$,

$f_c = \frac{1}{T_c}$ si ha:

$$Vu_n = \frac{(Vi_n - Vi_{n-1} + Vu_{n-1}) \frac{fc}{2\pi fp}}{\frac{fc}{2\pi fp} + 1}$$

che permette di conoscere la sequenza di uscita Vu_n una volta conosciuta la sequenza di ingresso Vi_n ed assegnate le condizioni iniziali Vu_{-1} e Vi_{-1} . La seconda condizione viene assegnata uguagliando $Vi_{-1} = Vi_0$, supponendo cioè che non vi siano variazioni nel segnale di ingresso prima dell'inizio della sequenza che lo descrive.

La procedura scritta in linguaggio C che calcola la sequenza di uscita è riportata di seguito:

```

/*****
/* HI_PASS_1: effettua il filtraggio passa alto di ordine 1. L'ingresso e */
/* l'uscita sono due vettori di dati floating point, rispettivamente */
/* data_in e data_out. I parametri float fc ed fp sono la frequenza di */
/* campionamento (quella della sequenza di ingresso) e di polo, len e' la */
/* lunghezza della sequenza da filtrare. */
/* Le condizioni iniziali sono Vu(-1) = 0 e Vi(-1) = Vi(0). */
*****/
void hi_pass_1(float *data_in, float *data_out, float fc, float fp, int len)
{
    int i;
    float a; /* contiene il rapporto fc/(2*M_PI*fp) */
    float b; /* contiene il valore di 1+a */

    a=fc/(2*M_PI*fp);
    b=1+a;

    data_out[0]=0;
    for (i=1; i<len; i++)
        data_out[i]=((data_in[i]-data_in[i-1]+data_out[i-1])*a)/b;
}

```

8.3 Generatore di rumore gaussiano bianco

Il seguente codice in linguaggio C genera una sequenza di campioni di rumore gaussiano bianco con il metodo Box-Muller:

```

/*****
/* W_NOISE genera una sequenza di rumore gaussiano bianco e lo lascia in */
/* vettore di float lungo len. Il rumore ha media nulla e sigma unitaria. */
/* All'inizio del programma bisogna chiamare la funzione randomize(). */
*****/
void w_noise (float *data_out, int len)
{
    int i;

    for (i=0; i<len; i++)
        data_out[i]=(float)(cos(2*M_PI*((double)(random(1000)+1)/1000))*sqrt(-
        2*log((double)(random(1000)+1)/1000)));
}

```

8.4 Funzione di trasferimento generica

```
/******  
/* FILTER_1: effettua il filtraggio con la funzione di trasferimento gene- */  
/* rica descritta da: */  
/* */  
/* Y(s) A + sB */  
/* ----- = ----- */  
/* X(s) C + sD + s*sE */  
/* */  
/* D 2E E B B */  
/* ( --- + --- )Yn-1 - ( --- )Yn-2 + ( A + --- )Xn - ( --- )Xn-1 */  
/* T T*T T*T T T */  
/* Yn = ----- */  
/* D E */  
/* C + --- + --- */  
/* T T*T */  
/* */  
/* L'ingresso e l'uscita sono due vettori di dati floating point, rispet- */  
/* tivamente data_in e data_out. I parametri float A, B, C, D ed E sono le */  
/* costanti di tempo del circuito, T il periodo di campionamento, len la */  
/* lunghezza della sequenza da filtrare. */  
/* La condizione iniziale del filtro e' Vu(t<0) = 0, con Vi(t<0) = 0. */  
/******  
void filter_1(float *data_in, float *data_out, float T, float A, float B,  
float C, float D, float E, int len)  
{  
int i;  
float a1,a2,a3,a4,a5;  
  
a1=(D/T+2*E/(T*T));  
a2=(E/(T*T));  
a3=(A+B/T);  
a4=(B/T);  
a5=(C+D/T+E/(T*T));  
data_out[0]=(a3*data_in[0]/a5);  
data_out[1]=(a1*data_out[0]+a3*data_in[1]-a4*data_in[0])/a5;  
for (i=2; i<len; i++)  
data_out[i]=(a1*data_out[i-1]-a2*data_out[i-2]+a3*data_in[i]-a4*data_in[i-  
1])/a5;  
}
```

Si nota l'estrema semplicità del codice.

8.5 Preamplicatore di carica

Il circuito utilizzato per la simulazione è illustrato nella figura 8.5.1, verrà analizzato e prodotte le equazioni alle differenze sia nel caso di amplificatore operazionale ideale che con guadagno della forma:

$$A_v(s) = \frac{A}{1 + \tau s}$$

Le funzioni di trasferimento relative al segnale ed al rumore del circuito sono, come già visto nel capitolo sugli integratori:

$$\frac{Vu}{Id} = \frac{-Rf}{Rf \cdot Cf \cdot s + 1}$$

$$\frac{Vu}{e_n} = \frac{[Rf(Cf + Cd)s + 1]}{Rf \cdot Cf \cdot s + 1}$$

che sono le funzioni di trasferimento del segnale e del rumore con operazionale ideale, mentre:

$$\frac{Vu}{Id} = \frac{-Rf \frac{A}{1+A}}{\frac{Rf(Cf + Cd)\tau}{1+A} s^2 + (RfCf + \frac{RfCd + \tau}{1+A})s + 1}$$

$$\frac{Vu}{e_n} = \frac{\frac{A}{1+A} [1 + Rf(Cf + Cd)s]}{\frac{Rf(Cf + Cd)\tau}{1+A} s^2 + (RfCf + \frac{RfCd + \tau}{1+A})s + 1}$$

sono le funzioni di trasferimento del segnale e del rumore con operazionale con guadagno della forma ipotizzata.

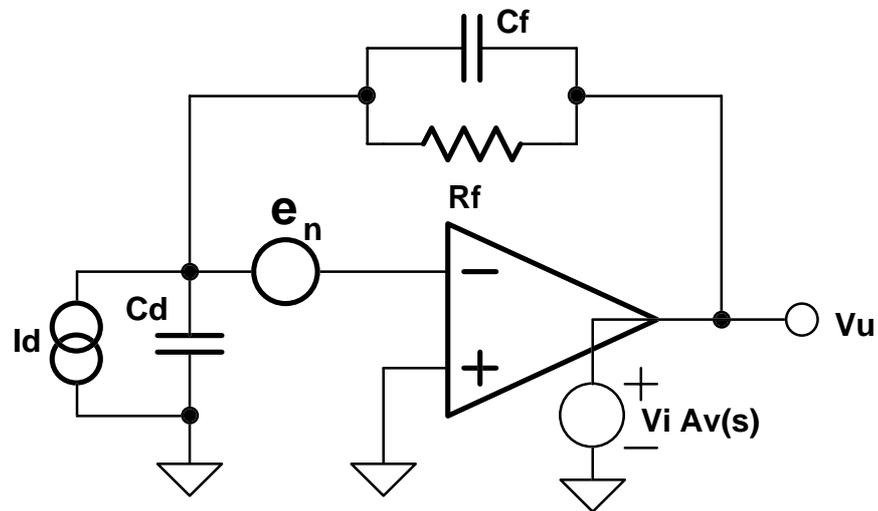


Fig. 8.5.1 – Schematizzazione utilizzata per l'analisi del circuito

Utilizzando i risultati ottenuti per la funzione di trasferimento generica, descritta nel paragrafo precedente e ponendo di volta in volta uguale a 0 i coefficienti dei termini che

non compaiono si ottengono le seguenti espressioni ricorsive, nelle quali T è l'intervallo di tempo fra due campioni:

$$Vu_n = \frac{\frac{RfCf}{T} \cdot Vu_{n-1} - Rf \cdot Id_n}{1 + \frac{RfCf}{T}}$$

$$Vu_n = \frac{\frac{RfCf}{T} \cdot Vu_{n-1} + \left(1 + \frac{Rf(Cf + Cd)}{T}\right) \cdot en_n - \frac{Rf(Cf + Cd)}{T} \cdot en_{n-1}}{1 + \frac{RfCf}{T}}$$

Ove la prima è ovviamente relativa al segnale e la seconda è relativa al rumore. Nel caso di operativa non ideale si ha, sempre con il solito procedimento:

$$Vu_n = \frac{[RfCf(T + AT + 2\tau) + RfCd(T + 2\tau) + T\tau] \cdot Vu_{n-1} - Rf(Cf + Cd)\tau \cdot Vu_{n-2} - RfAT^2 \cdot Id_n}{(1 + A)T^2 + RfCf(T + AT + \tau) + RfCd(T + \tau)}$$

$$Vu_n = \frac{[RfCf(T + AT + 2\tau) + RfCd(T + 2\tau) + T\tau] \cdot Vu_{n-1} - Rf(Cf + Cd)\tau \cdot Vu_{n-2} + [T + Rf(Cf + Cd)]AT \cdot en_n - Rf(Cf + Cd)AT \cdot en_{n-1}}{(1 + A)T^2 + RfCf(T + AT + \tau) + RfCd(T + \tau)}$$

Ove ancora la prima è relativa al segnale e la seconda al rumore.

8.6 Densità spettrale del rumore

Le tre funzioni di trasferimento ottenute sono da applicare alle sequenze dei dati campionati del rumore e del segnale. Per il calcolo della sequenza dei dati campionati del segnale di ingresso non vi sono difficoltà, viceversa per le sequenze dei campioni del rumore occorre precisare qualcosa.

Il metodo Box-Muller consente di generare una sequenza di campioni casuali con distribuzione di ampiezza gaussiana e statistiche note. Per poter utilizzare il sistema occorre però determinare la deviazione standard della sequenza generata in funzione delle statistiche di rumore (e_n o di i_n) desiderate per la simulazione. Ciò a rigore non è strettamente necessario se si cerca solo l'ottimizzazione del rapporto segnale/rumore senza riferimento al valore assoluto che esso stesso può raggiungere. Tuttavia l'impiego di cifre realistiche nel calcolo ha il vantaggio di consentire rapidi confronti con i valori reali ottenuti durante le misure.

Per determinare quale deviazione standard deve possedere la sequenza dei campioni del rumore per equivalere ad un determinato e_n o i_n si è supposto il sistema a tempo continuo illustrato in figura 8.6.1.

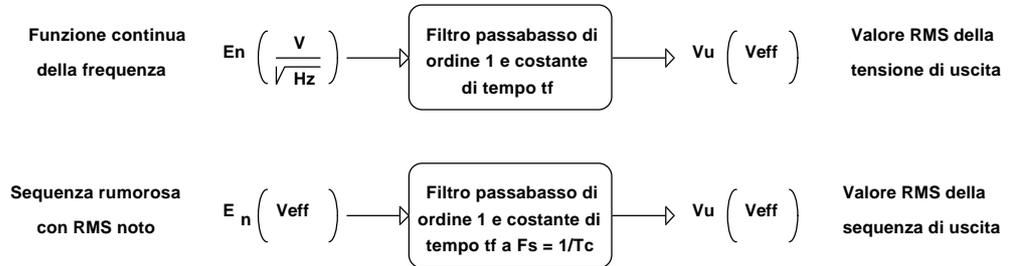


Fig. 8.6.1 – Sistemi per il calcolo del rumore equivalente

Il ragionamento si basa sul risultato noto per il sistema a tempo continuo:

$$V_u = \frac{e_n}{2\sqrt{t_f}}$$

Con e_n la densità spettrale di tensione di ingresso. La sequenza di campioni casuali è stata filtrata con un filtro passabasso avente la stessa costante di tempo t_f e si è determinato sperimentalmente il valore RMS della sequenza di uscita. Per un RMS della tensione di ingresso pari a σ_{in} si trova in questo modo la relazione:

$$\sigma_{in} = e_n \sqrt{\frac{1}{2T_c}}$$

Quindi se è nota la densità spettrale del rumore si può studiare il fenomeno nel dominio del tempo generando una sequenza di numeri casuali a distribuzione gaussiana con la deviazione standard così determinata.

Si osservi che la relazione equivale ad un filtraggio ideale con passabasso pari alla banda di Nyquist del segnale campionato.

9 Shaper

I circuiti shaper, o formatori, vengono posti in cascata ai preamplificatori per renderne più semplice la manipolazione dei segnali di uscita.

Per valutarne il funzionamento si prenda in esame l'uscita di un charge-preamplifier in diverse condizioni di rate degli impulsi di ingresso. La figura 9.1 illustra i due casi:

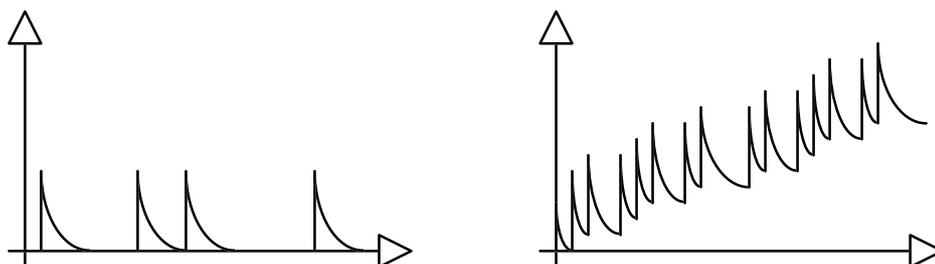


Fig. 9.1 – Uscita del preamplificatore al variare della rate di ingresso

Come si vede se la rate di ingresso è alta avviene il fenomeno del pile-up, cioè le parti terminali degli impulsi di ingresso tendono a sovrapporsi a quelle iniziali facendo cambiare molto il livello medio della tensione di uscita. In queste condizioni, a patto che si riesca a non saturare lo stadio di uscita, diventa problematico il conteggio degli impulsi di ingresso perché non si riesce a fissare una soglia di decisione sul segnale da discriminare.

La tecnica dello shaping consiste nel far seguire ai preamplificatori dei circuiti lineari che riescano ad estrarre l'informazione di carica (salto di ampiezza) dalla relativa forma d'onda d'uscita che tipicamente è esponenziale. Supponendo di fare ciò con filtri con costanti di tempo molto più brevi di quelle di decadimento degli esponenziali da filtrare si suppone, in prima approssimazione, che tali circuiti abbiano in ingresso delle forme d'onda a gradino. In seguito si vedrà che è possibile compensare l'errore sistematico introdotto da tale ipotesi.

La prima soluzione del problema consiste nel realizzare un circuito derivatore che generi un impulso di uscita proporzionale al salto di livello al proprio ingresso. Tale soluzione non risulta però accettabile dal punto di vista del rumore perché esalta le frequenze alte contenute nello spettro del segnale inviato al filtro. La figura 9.2 illustra i segnali che si hanno nel caso in esame. Un miglioramento netto si ha se si fa seguire il derivatore da uno o più integratori, ottenendo particolari forme d'onda che hanno utilizzo differente a seconda del campo di misura.

Ogni tipo di filtro ha caratteristiche differenti a seconda della grandezza da ottimizzare.

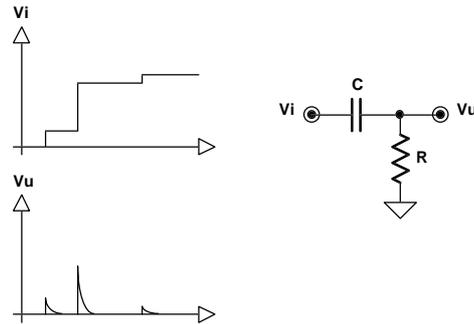


Fig. 9.2 – Uscita del derivatore

Facendo semplici calcoli si trova che la trasformata di Laplace della funzione di risposta all'impulso unitario è:

$$\frac{Vu(s)}{Vi(s)} = \frac{RCs}{RCs + 1}$$

a cui corrisponde l'andamento temporale dell'uscita:

$$v(t) = \Delta V e^{\frac{-t}{RC}}$$

ove ΔV è l'ampiezza del gradino di ingresso. Come già accennato questa situazione non è buona dal punto di vista del rumore perché il sistema ha un polo ed uno zero e non tende ad eliminare la banda in cui si trova il rumore ma quella in cui si trova il segnale utile. Facendo seguire al derivatore un circuito integratore ad RC si hanno già migliori risultati, come illustrato in figura 9.3.

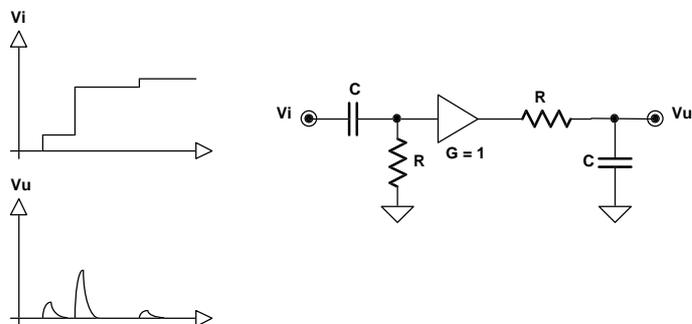


Fig. 9.3 – Uscita del circuito CR-RC

In questo caso infatti il circuito RC tende ad eliminare le frequenze alte ove sono predominanti le componenti del rumore rispetto a quelle del segnale utile. Ciò si ottiene pagando un prezzo in termini di rallentamento dei segnali di uscita.

Il buffer inserito serve per rendere le costanti di tempo dei due circuiti indipendenti, separando le due maglie del circuito.

Facendo semplici calcoli si trova che per questo circuito la trasformata della risposta all'impulso unitario vale:

$$\frac{Vu(s)}{Vi(s)} = \frac{RCs}{(RCs + 1)^2}$$

e l'andamento temporale degli impulsi di uscita:

$$v(t) = \frac{\Delta V}{RC} t e^{-\frac{t}{RC}}$$

ove ΔV è l'ampiezza del gradino di ingresso. In alcuni casi si desidera rendere ulteriormente più lungo il segnale di uscita dallo shaper e si introduce un altro circuito RC come illustrato in fig. 9.4.

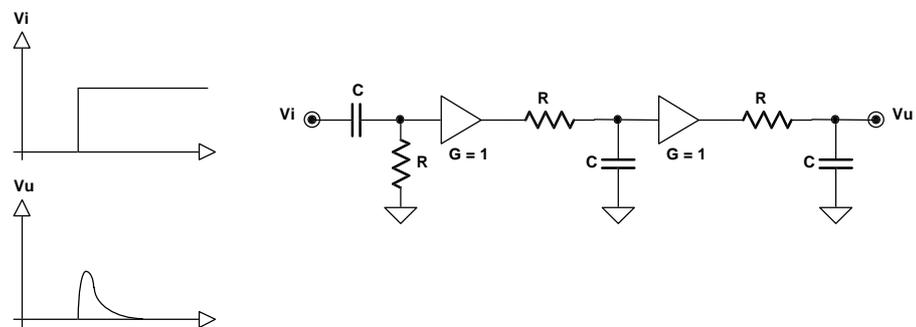


Fig. 9.4 – Uscita del circuito CR-(RC)²

Di nuovo il buffer separa le maglie del circuito, la trasformata all'impulso unitario in questo caso vale:

$$\frac{Vu(s)}{Vi(s)} = \frac{RCs}{(RCs + 1)^3}$$

a cui corrispondono segnali di uscita del tipo:

$$v(t) = \frac{\Delta V}{2(RC)^2} t^2 e^{-\frac{t}{RC}}$$

ove al solito ΔV è l'ampiezza del gradino di ingresso. Utilizzando una successione CR-RC-CR si ottiene il circuito illustrato in figura 9.5 che realizza una formazione bipolare.

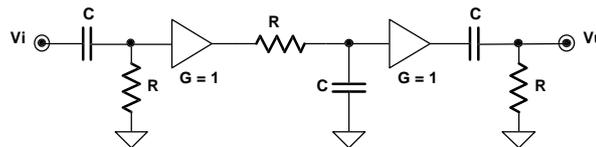


Fig. 9.5 – Circuito CR-RC-CR

La risposta all'impulso unitario è in questo caso:

$$\frac{Vu(s)}{Vi(s)} = \frac{(RCs)^2}{(RCs + 1)^3}$$

che fornisce una risposta al gradino di ampiezza ΔV del tipo:

$$v(t) = \frac{\Delta V}{RC} \left(1 - \frac{t}{2RC}\right) t e^{-\frac{t}{RC}}$$

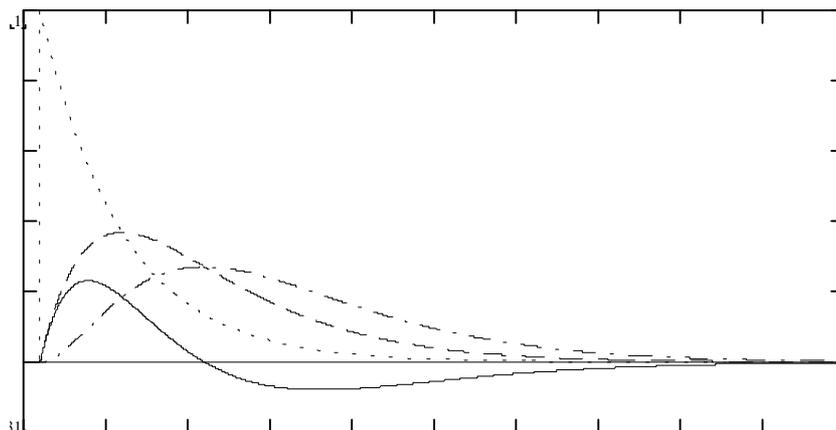


Fig. 9.6 – Raffronto fra i segnali di uscita

La figura 9.6 mostra il raffronto fra i segnali di uscita dai vari tipi di shaper, il grafico a punti è l'uscita del derivatore, quello a tratti è l'uscita del CR-RC, quello a punti e linee è l'uscita del CR-(RC)², infine quella continua è quella dello shaper bipolare illustrato in figura 9.5.

Sono possibili altre soluzioni di questo tipo che tendono a dare agli impulsi di uscita forme particolari a seconda delle esigenze. Per esempio con opportune disposizioni dei poli degli integratori si possono ottenere forme quasi gaussiane, triangolari, ecc.

Altri tipi di realizzazioni fanno uso di linee di ritardo per sottrarre dal segnale di uscita dal preamplificatore una replica attenuata e ritardata di se stesso in modo da rendere più breve l'impulso di uscita.

9.1 Implementazione di shaper CR-RC

Si descrivono adesso alcune possibili implementazioni di tali circuiti. La scelta fra le possibilità riguarda vari aspetti del funzionamento: amplificazione invertente o no, possibilità di guadagno maggiore di quello teorico, ecc.

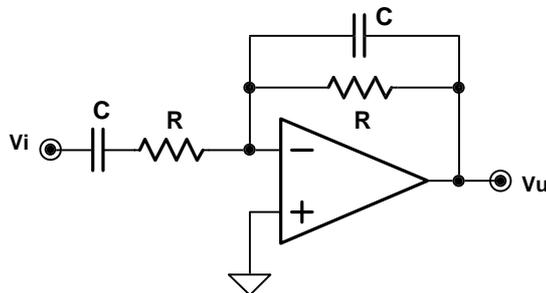


Fig. 9.1.1 – Circuito shaper CR-RC invertente

Nella figura 9.1.1 è illustrato il primo schema adatto alla realizzazione dei circuiti in esame. Osservando che la funzione di trasferimento del circuito, nell'ipotesi che si possano applicare le regole del cortocircuito virtuale all'amplificatore operazionale, risulta:

$$\frac{V_u}{V_i}(s) = -\frac{RCS}{(RCS + 1)^2}$$

Analogamente alla funzione di trasferimento vista precedentemente. Un altro circuito utilizzabile è rappresentato nella figura 9.1.2.

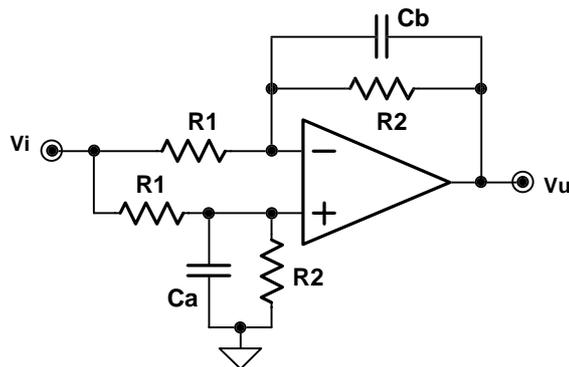


Fig. 9.1.2 – Ulteriore circuito shaper CR-RC

La funzione di trasferimento del circuito risulta:

$$\frac{Vu}{Vi}(s) = \frac{\frac{R2}{R1+R2}}{\frac{R1R2}{R1+R2}Ca \cdot s + 1} \left(1 + \frac{R2}{R1} \frac{1}{R2Cb \cdot s + 1} \right) - \frac{R2}{R1} \frac{1}{R2Cb \cdot s + 1}$$

che opportunamente elaborata diviene:

$$\frac{Vu}{Vi}(s) = \frac{R2}{R1} \frac{\frac{R1R2}{R1+R2}(Cb - Ca)s}{\left(\frac{R1R2}{R1+R2}Ca \cdot s + 1 \right) (R2Cb \cdot s + 1)}$$

Per ottenere una risposta analoga a quella di un circuito CR-RC occorre fare il denominatore del tipo $(RCs+1)^2$ ed il numeratore del tipo RCs . Ciò si ottiene ad esempio ponendo $R1Ca = (R1+R2)Cb$, di conseguenza la funzione di trasferimento diviene:

$$\frac{Vu}{Vi}(s) = - \frac{R2}{R1} \frac{R2}{R1+R2} \frac{R2Cb \cdot s}{(R2Cb \cdot s + 1)^2}$$

Ricordando che la risposta nel tempo di un circuito CR-RC eccitato da una tensione a gradino di ampiezza ΔV è data dalla funzione:

$$v(t) = \frac{\Delta V}{RC} t e^{-\frac{t}{RC}}$$

che ha il massimo per per $t = RC$ che vale $\Delta V \cdot e^{-1}$, si possono modificare i valori di R1 ed R2 per ottenere una certa amplificazione. Infatti, a parte il segno dell'amplificazione, si possono scegliere i valori di R1 ed R2 in modo che il massimo abbia valori più alti. Scegliendo R2 e Cb in base alla costante di tempo desiderata si può poi fissare R1 in base al guadagno G desiderato:

$$R1 = R2 \frac{\sqrt{1 + \frac{4}{G}} - 1}{2}$$

9.2 Cancellazione polo zero e baseline-restorer

Come accennato all'inizio del capitolo l'ipotesi in cui si è operato è che i segnali di uscita del preamplificatore avessero costanti di tempo così lunghe da poter essere approssimati con dei gradini. In pratica l'effetto dell'approssimazione consiste nella forma d'onda della "coda" del segnale che attraversa l'asse delle x e ha valore negativo almeno per qualche tempo, come illustrato nella figura 9.2.1. Ciò comporta una abbassamento del valore di picco per un segnale successivo, cioè si ha una sorta di pile-up in negativo.

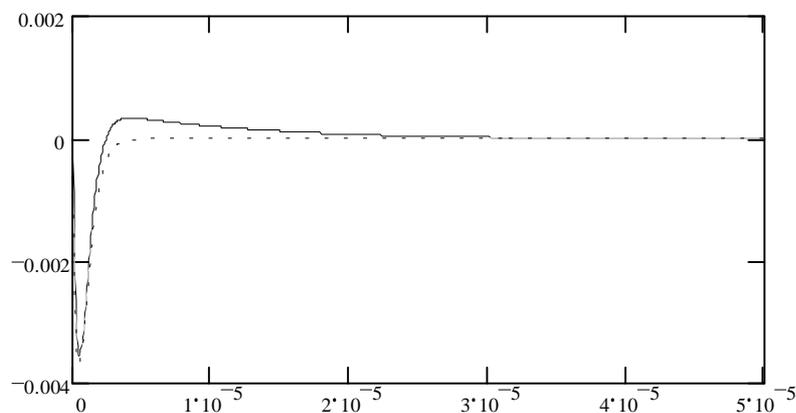


Fig. 9.2.1 – Effetto dell'ingresso esponenziale.

Nella figura sono confrontate le uscite nei casi di un integratore con costante di tempo di 10 μs seguito da uno shaper con costante di tempo di 500 ns e di uno shaper pilotato direttamente da un ingresso a gradino. Svolgendo i calcoli ed osservando che la tensione di ingresso allo shaper è quella di uscita di un integratore:

$$\frac{Vu(s)}{Ii(s)} = \frac{-Rf}{RfCf \cdot s + 1}$$

Ponendo la corrente di ingresso $Ii(s) = \frac{I}{s}$, cioè un segnale a gradino di ampiezza I, la costante di tempo dell'integratore $\tau_i = Rf \cdot Cf$ si ha:

$$Vu(s) = \frac{-Rf \cdot I}{s(\tau_i s + 1)}$$

applicata ad uno shaper CR-RC di costante di tempo $RC = \tau_s$ fornisce:

$$Vu(s) = \frac{-Rf \cdot I}{s(\tau_i s + 1)} \cdot \frac{\tau_s s}{(\tau_s s + 1)^2}$$

Antitrasformando si ottiene l'equazione nel tempo della risposta al gradino unitario di ampiezza I:

$$Vu(t) = -\frac{Rf \cdot I \cdot \tau_i \tau_s}{(\tau_s - \tau_i)^2} \left[e^{-\frac{t}{\tau_i}} - e^{-\frac{t}{\tau_s}} + t \frac{\tau_s - \tau_i}{\tau_s \tau_i} e^{-\frac{t}{\tau_s}} \right]$$

L'uscita dovuta ad un impulso di corrente di carica Q e durata $\Delta T = \frac{Q}{I}$ si ottiene sottraendo la risposta invertita e ritardata di ΔT da quella trovata:

$$Vu(t)_{impulsoQ} = Vu(t) - Vu(t - \Delta T)$$

Come descrizione intuitiva la soluzione del problema consiste nell'iniettare un po' della tensione d'ingresso attraverso al derivatore in modo da compensare esattamente l'abbassamento sotto l'asse x del segnale di uscita. In termini strettamente formali si tratta di inserire uno zero nella funzione di trasferimento complessiva tale da cancellare il polo dell'integratore. Tale tecnica si chiama "cancellazione zero-polo" e un possibile circuito che la realizza è rappresentato nella figura 9.2.2.

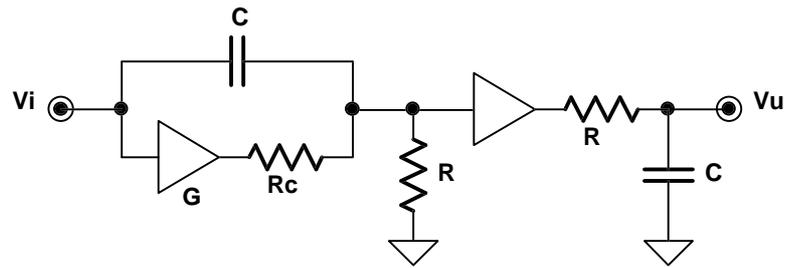


Fig. 9.2.2 – Circuito con cancellazione zero-polo.

Di solito gli elementi di cancellazione sono regolabili in modo da effettuare l'aggiustamento direttamente con l'oscilloscopio, in alcune realizzazioni si ha la segnalazione automatica del corretto funzionamento campionando la tensione di uscita un certo tempo dopo la fine dell'impulso e verificandone il valore. Se il valore che viene misurato risulta diverso da zero si ha una segnalazione sul pannello frontale con l'indicazione della polarità del segnale. Nel circuito della figura 9.2.2 si possono variare due parametri: il guadagno G dell'amplificatore separatore ed il valore di R_c stessa. Supponendo di fissare $R_c = \alpha \cdot R$, la costante di tempo dello shaper $\tau_s = RC$ si trova la funzione di trasferimento dello shaper con cancellazione zero-polo:

$$\frac{Vu(s)}{Vi(s)} = \frac{\frac{\alpha}{1+\alpha} \tau_s s + \frac{G}{1+\alpha}}{\left(\frac{\alpha}{1+\alpha} \tau_s s + 1\right)(\tau_s s + 1)}$$

Considerando il circuito collegato ad un integratore reale e supponendo $G = 1$, facendo variare il parametro α , si hanno i risultati illustrati nella figura 9.2.3. La curva rappresentata a punti e linee è la risposta con $\alpha = 10$, come si vede è sovracompensata. La curva a punti è quella con compensazione corretta ($\alpha = 20$), mentre quella a tratteggio è sottocompensata ($\alpha = 10$). Si noti che aumentare α significa aumentare il valore di R_c , quindi diminuire la quantità di segnale di ingresso riportata per cancellare l'under-shot. Osservando più a fondo il fenomeno si nota che quando lo zero della funzione di trasferimento complessiva è alla stessa frequenza di un polo, in particolare del polo dell'integratore, si ha la curva con la corretta compensazione.

La trasformata della tensione di uscita, supposto un ingresso di corrente a gradino $I(s) = \frac{I}{s}$ e supponendo il rapporto fra le costanti di tempo $\beta = \frac{\tau_i}{\tau_s}$, risulta:

$$Vu(s) = \frac{-Rf \cdot I}{s(\tau_i s + 1)} \cdot \frac{\frac{\alpha}{1+\alpha} \tau_s s + \frac{G}{1+\alpha}}{\left(\frac{\alpha}{1+\alpha} \tau_s s + 1\right)(\tau_s s + 1)} = \frac{-Rf \cdot I}{s(\beta \tau_s s + 1)} \cdot \frac{\frac{\alpha}{1+\alpha} \tau_s s + \frac{G}{1+\alpha}}{\left(\frac{\alpha}{1+\alpha} \tau_s s + 1\right)(\tau_s s + 1)}$$

La condizione che “cancella” il polo è:

$$\alpha = \beta \cdot G = \frac{\tau_i}{\tau_s} \cdot G$$

Da notare l'estrema semplicità con la quale si può compiere l'operazione di regolazione del parametro α inserendo nel circuito una Rc variabile.

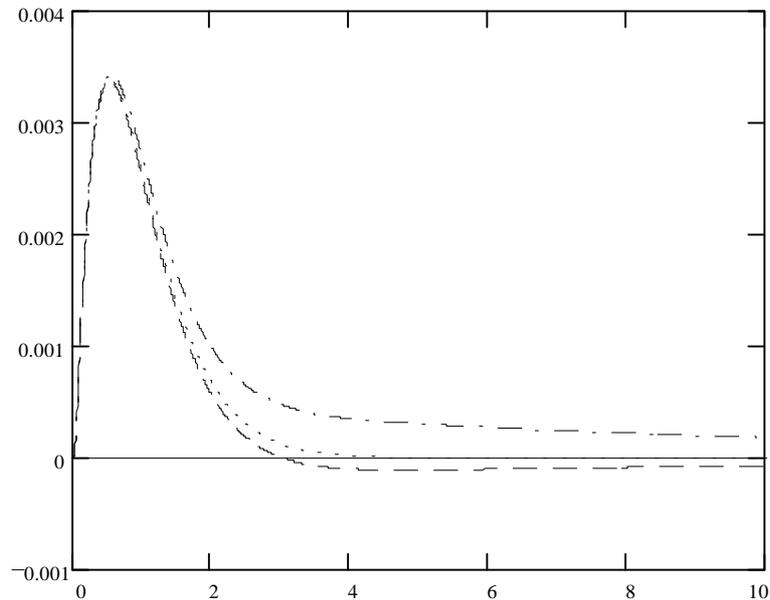


Fig. 9.2.3 – Effetti della regolazione del parametro α

Il circuito baseline-restorer serve per compensare eventuali derive nella baseline, cioè nel valore che ha a riposo l'uscita del sistema preamplificatore e shaper. La funzione viene svolta ancora campionando il segnale di uscita fuori dagli impulsi e aggiustando di conseguenza il valore della tensione.

Nuove tendenze nel processo dei segnali analogici sono costituite dall'uso dei DSP che consentono di realizzare filtri ormai con prestazioni superiori a quanto possibile in analogico, almeno in certi campi della spettrometria.

