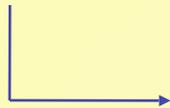


Interazione tra particelle e materia

- Processi alla base del funzionamento dei rivelatori di particelle
- L'energia persa dalle particelle è convertita in segnali elettrici per misurare le grandezze fisiche (posizione, energia, impulso..)
- Ogni grandezza è misurata con rivelatori appositi
- Diverse particelle, diverse interazioni



- *Particelle cariche pesanti*
- *Elettroni*
- *Fotoni*

Particelle cariche

Fenomeni principali:

Perdita energia

Collisioni anelastiche
con elettroni o nuclei
atomici



Ionizzazione



Bremsstrahlung
*trascurabile per
particelle cariche
pesanti*

Deflessione

Diffusione elastica
dai nuclei



Scattering
coulombiano
multiplo

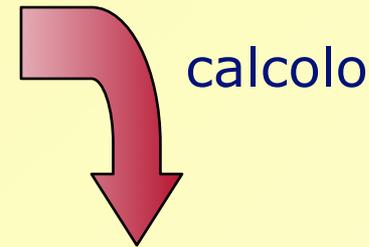
Altri fenomeni:

Emissione Cherenkov, Radiazione di transizione

Particelle cariche pesanti: perdita di energia per ionizzazione

Se valgono le seguenti ipotesi:

1. Massa particella $M \gg m_e$
2. e^- atomico libero e in quiete
3. Impulso trasferito piccolo



$(-dE/dx)$ = rate medio di perdita di energia per
ionizzazione da parte di una particella carica



Bohr (formula classica)



Bethe-Bloch (relativistica)

Formula di Bethe-Bloch

$$-\frac{dE}{dx} = 2\pi N_A r_e^2 m_e c^2 \rho \frac{Z}{A} \frac{z^2}{\beta^2} \left[\ln \frac{2m_e c^2 \gamma^2 \beta^2 W_{\max}}{I^2} - 2\beta^2 - \delta - 2\frac{C}{Z} \right]$$

Valida per
 $\beta > 0.1$

I = potenziale medio di eccitazione

Z, A, ρ = caratteristiche del mezzo

z, β, γ = caratteristiche della particella incidente

W_{\max} = massima energia trasferita in una collisione

r_e = raggio classico dell'elettrone

M_e = massa dell'elettrone

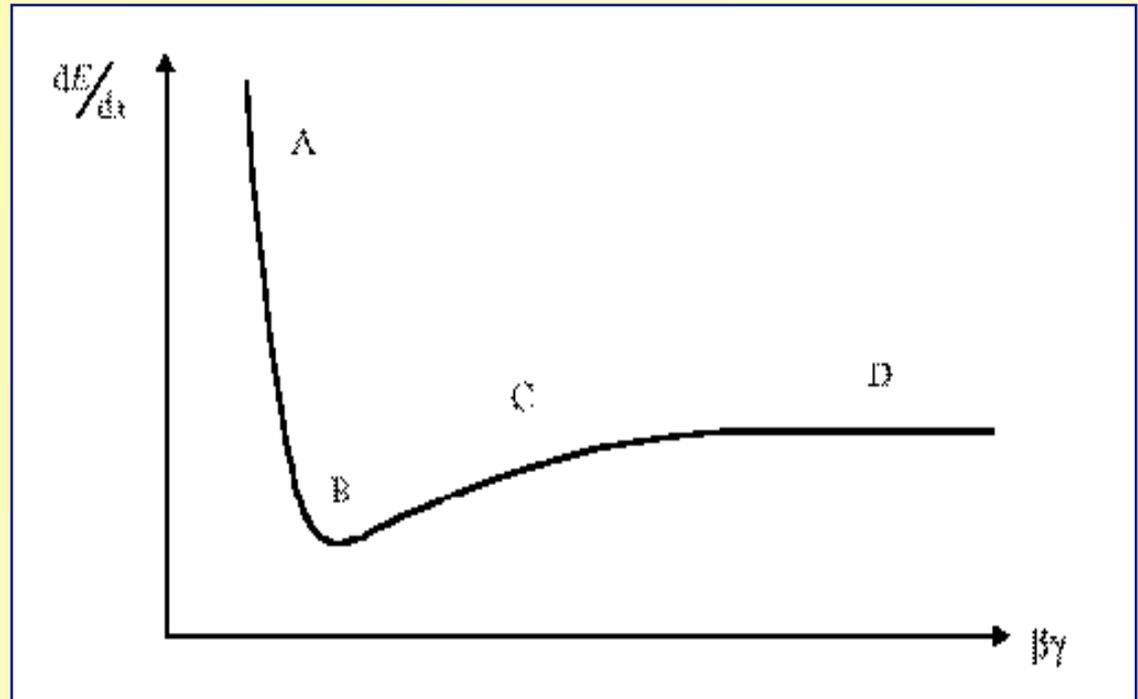
N_a = N di Avogadro

C = correzione di shell

δ = effetto densità

Commenti

- **Zona A:** ripida decrescita proporzionale a $1/\beta^2$
- **Punto B:** minimo della perdita di energia
- **Zona C:** lenta crescita relativistica proporzionale a $\ln \gamma$



- **Zona D:** perdita di energia per unità di percorso costante, ionizzazione limitata dagli *effetti di densità*

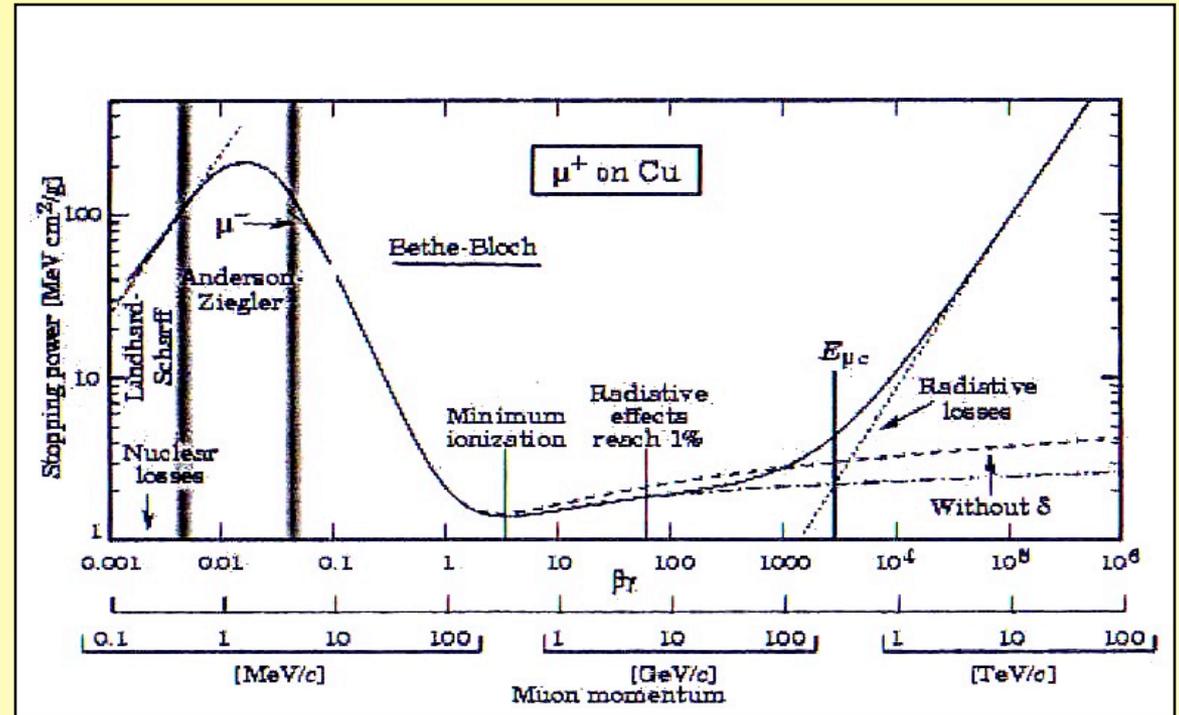
Commenti

$(\rho/A) N_a = N$ (densità numerica di atomi)



$$-(dE/dX) \sim ZN$$

un mezzo denso e con numero atomico elevato acquista più energia dalla particella incidente

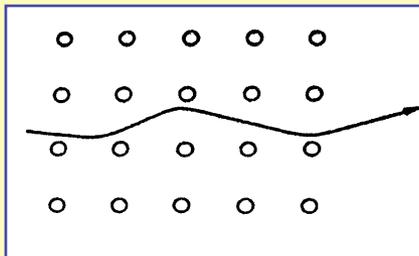


No dipendenza dalla massa della particella incidente

- ⌘ Particella veloce rilascia meno energia
- ⌘ Particella con carica maggiore rilascia più energia

Commenti

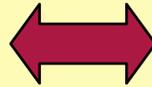
- # Effetto **densità** (*importante ad alte energie*): la polarizzazione degli atomi scherma il campo elettrico sentito dagli elettroni più lontani, quindi le collisioni con questi elettroni contribuiscono meno alla perdita di energia totale
- # Correzione di **shell** (*importante a basse energie*): quando $v(\text{particella}) \sim v(\text{orbitale elettrone})$ non vale l'assunzione di elettrone stazionario
- # **Channeling** in materiali con struttura atomica simmetrica: perdita energia minore se particella incanalata



Avviene quando l'angolo è minore di un certo angolo critico

Commenti

**Limite
relativistico
 $v=0.96c$**



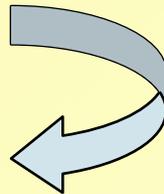
Minimo di ionizzazione $dE/dx \sim 2 \text{Mev} \cdot \text{cm}^2/\text{g}$



Prima parte della curva

- β piccolo e $\gamma \sim 1$
- Particella non relativistica
 $E \sim mc^2 + mv^2/2$, $p = mv$
- Domina il termine $1/\beta^2$
- dE/dx in funzione di
energia o impulso

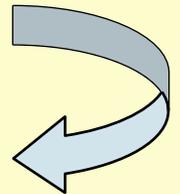
**discriminazione
particelle**



Seconda parte della curva

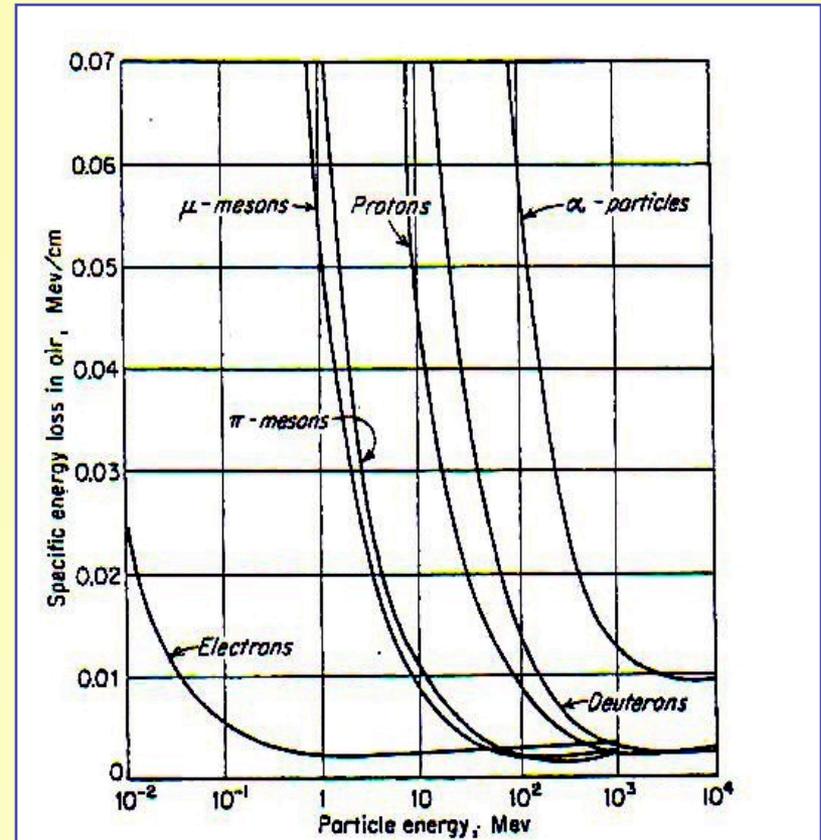
- $\beta \sim 1$ e γ grande
- Particella relativistica $E \sim pc$
 $E = m\gamma c^2 \gg mc^2$
- Domina il termine $\ln(\gamma^2\beta^2)$
- Crescita logaritmica in
funzione dell'energia

**uguale per tutte
le particelle**



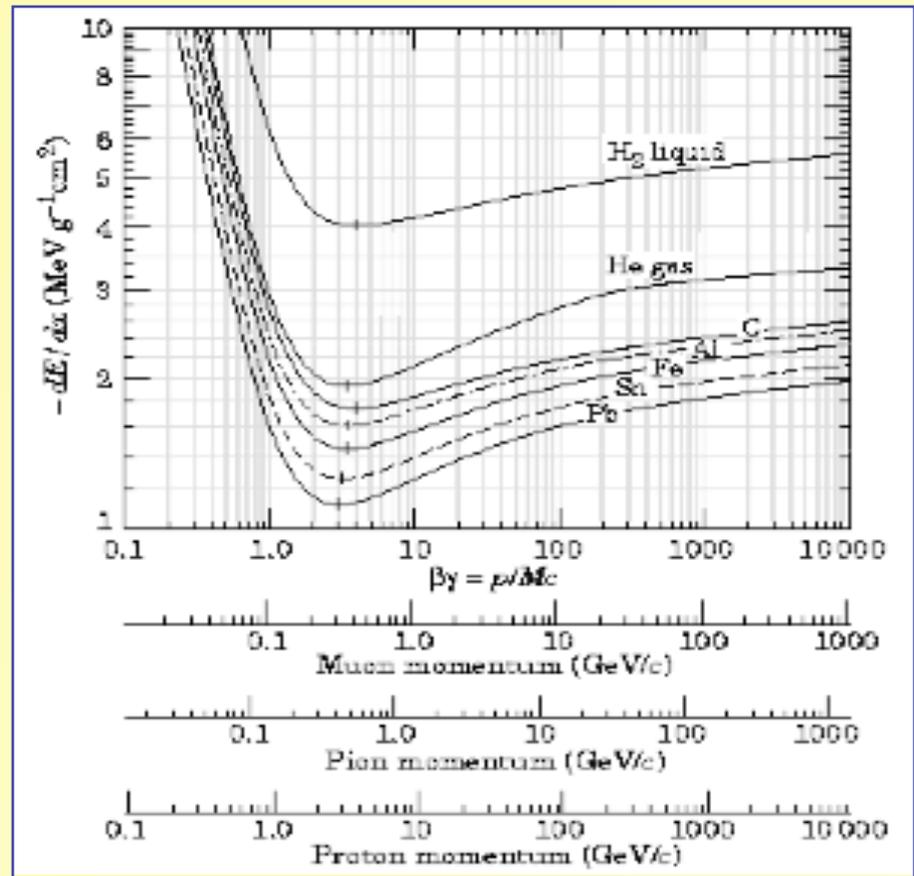
Minimo di ionizzazione

- ‡ L'energia che corrisponde al minimo di ionizzazione dipende dalla massa della particella incidente
- ‡ Particelle più pesanti raggiungono il minimo a energie maggiori
- ‡ La risalita relativistica è invece uguale per tutte le particelle



Dipendenza dal mezzo

- # La perdita di energia aumenta all'aumentare di Z/A
- # Particelle con la stessa velocità hanno circa la stessa perdita di energia in materiali diversi
- # Potere assorbente lineare $(dE/dx) \cdot (1/\rho)$ normalizza materiali di diversa densità di massa



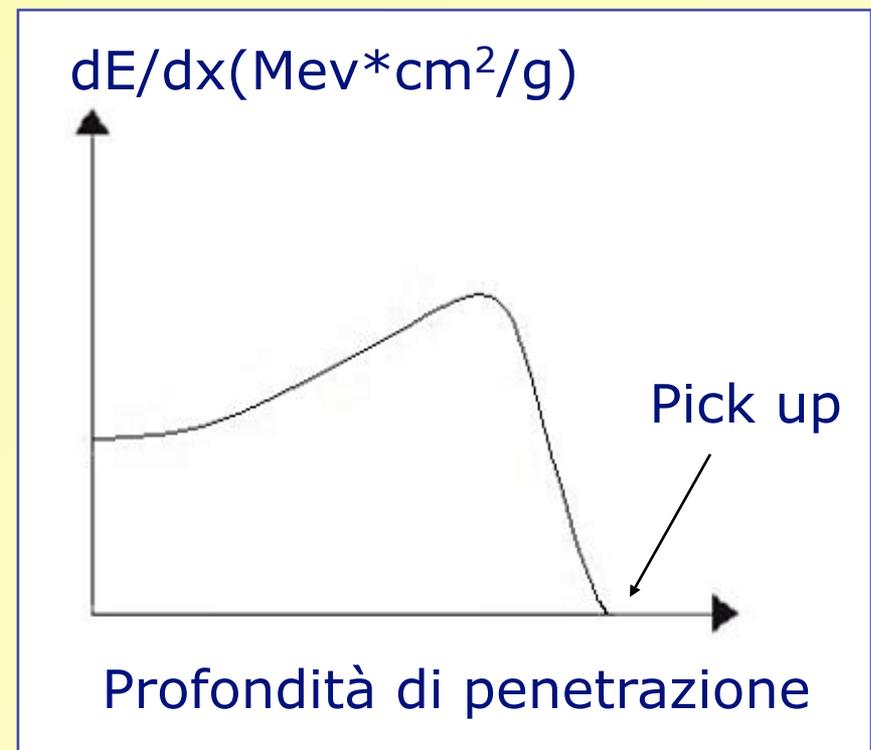
ρ =densità di massa, l =spessore, $\rho \cdot l$ =spessore di massa

Materiali diversi con lo stesso spessore di massa hanno lo stesso effetto sulla stessa radiazione

Curva di Bragg

Curva di Bragg:

- ✦ Quando la particella rallenta perde più energia
- ✦ Energia depositata per lo più alla fine: importante per applicazioni mediche
- ✦ La curva va a zero per il **pick up** degli elettroni (la particella diventa neutra)

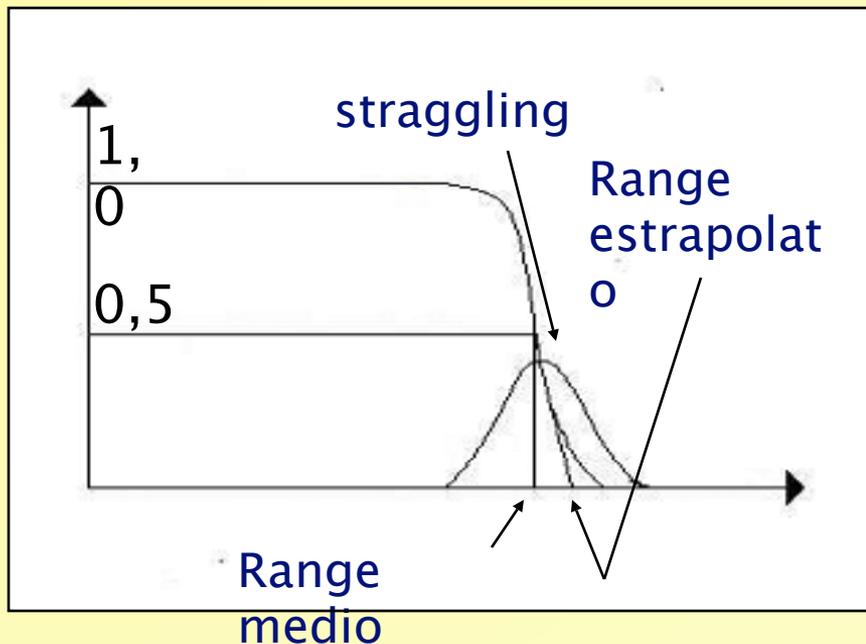


Range di penetrazione

Range: distanza attraversata dalla particella nel mezzo

PARTICELLE CARICHE PESANTI :

Rapporto particelle uscenti-incidenti in funzione dello spessore del mezzo:



- Fascio degradato in energia
- Numerose collisioni
- No grandi deflessioni:
range definito

**Interazione tra
particelle e
materia: processo
statistico**

Range straggling

★ NB: il range in genere non coincide esattamente con lo spessore del mezzo necessario per fermare la particella a causa dei fenomeni di scattering

Fluttuazioni statistiche

Bethe-Bloch: $\langle dE/dx \rangle = \text{valor medio}$ della perdita di energia in uno strato di materia per ionizzazione

Fluttuazioni statistiche su:

1. Numero di collisioni subite
2. Energia trasferita per ogni collisione

Assorbitori sottili

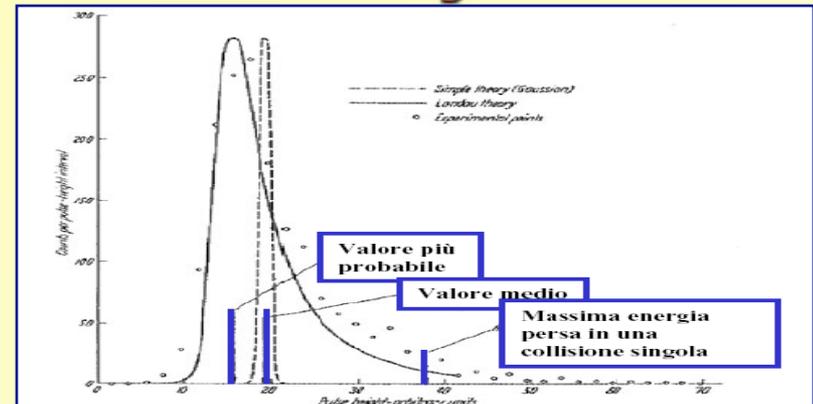
possibili grandi trasferimenti di energia in singole collisioni **distribuzione di Landau**

code ad alta energia



Assorbitori spessi

n elevato di collisioni **distribuzione gaussiana**



Interazione elettroni- materia

- ◆ Interazioni coulombiane con:
 1. *nuclei* (collisioni elastiche, deflessione)
 2. *elettroni atomici* (collisioni anelastiche, perdita energia)
- ◆ Energie cedute in un singolo urto molto maggiori rispetto al caso delle particelle cariche pesanti
- ◆ Elettroni meno penetranti delle particelle cariche pesanti perché perdono energia in un minor numero di urti
- ◆ Traiettorie molto perturbate → solo range estrapolato
- ◆ **Backscattering** per elettroni di bassa energia e materiali di numero atomico elevato

Ionizzazione per elettroni

modifiche alla formula di Bethe-Bloch:

me piccola



possibili grandi deviazioni



scattering tra particelle
identiche



regole quanto-meccanica



$$\frac{dE}{dx}(ion) = 2\pi N_a r_e^2 m_e c^2 \rho \frac{Z}{A} \frac{1}{\beta^2} \left[\ln \frac{\tau^2 (\tau + 2)}{2(I \times m_e c^2)^2} + F\left(\tau - \delta - 2 \frac{C}{Z}\right) \right]$$

τ = energia cinetica della particella in
unità $m_e c^2$



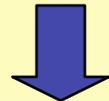
andamento sostanzialmente piatto

Bremsstrahlung



- ◆ Emissione di radiazione da diffusione nel campo elettrico del nucleo (bremsstrahlung = frenamento)
- ◆ Energia non ceduta al mezzo ma solo alle particelle prodotte (fotoni)

Sotto alcune centinaia di GeV solo gli elettroni subiscono questa perdita di energia: $\sigma \sim 1/m^2$



effetto trascurabile per
particelle massive

- ◆ Dipende dalla forza del campo elettrico "sentito" dall'elettrone incidente: importanza dello **screening** (schermo) da parte degli elettroni atomici

Perdita di energia degli elettroni

$$(dE/dx)_{\text{tot}} = (dE/dx)_{\text{rad}} + (dE/dx)_{\text{coll}}$$

- IONIZZAZIONE → *fino pochi MeV*
- BREMSSTRAHLUNG → *da decine di MeV*

★ Esiste energia critica sopra la quale domina Bremsstrahlung

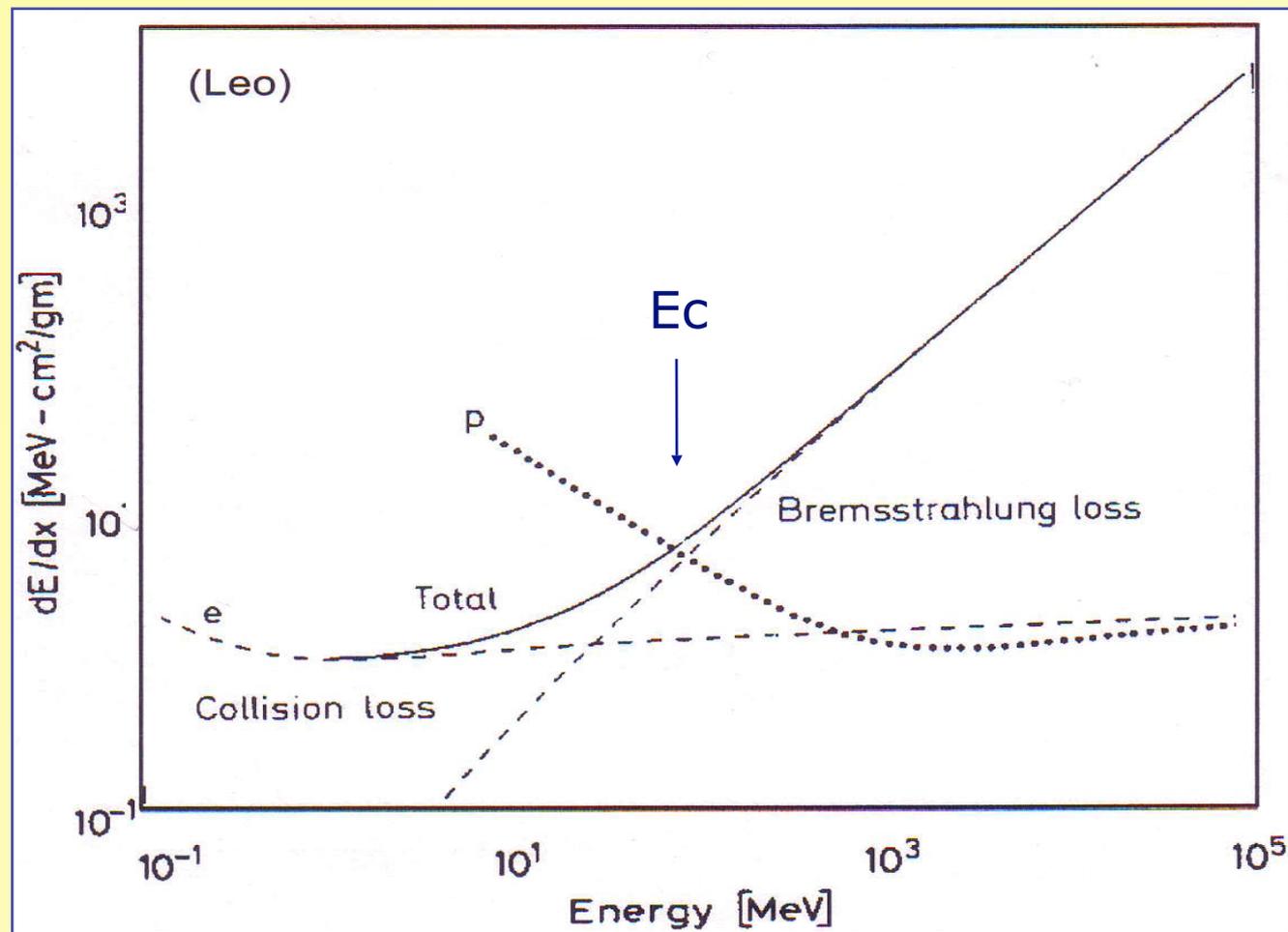
$$E_c \approx \frac{600 \text{ MeV}}{Z}$$

L'energia critica dipende fortemente dal materiale assorbente

Per ciascun materiale si definisce un'energia critica E_c alla quale la perdita di energia per radiazione è uguale alla perdita di energia per collisione:

$$(dE/dx)_{\text{rad}} = (dE/dx)_{\text{coll}}$$

Elettroni e protoni a confronto



Lunghezza di radiazione

- ◆ Perdita di energia per irraggiamento (N=densità atomica)

$$-\frac{dE}{dX} \text{ rad} = NE_0 \times \Phi_{\text{rad}} = \frac{E_0}{X_0} \quad X_0 = \frac{1}{N\Phi_{\text{rad}}}, \Phi_{\text{rad}} \propto Z^2$$

- ◆ Integrando sullo spettro dE/E si ottiene (E₀=energia iniziale)

$$\langle E \rangle = E_0 \times e^{-\frac{X}{X_0}}$$

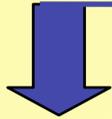
★ **Lunghezza di radiazione** X₀ = spessore del mezzo che riduce l'energia media di un fascio di elettroni di un fattore 1/e per sole perdite radiative

- ◆ Se lo spessore del materiale è in termini di X₀ : X'=X/X₀

$$-\frac{dE}{dX'} \approx E_0 \longrightarrow$$

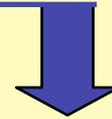
Indipendente dal materiale considerato

Ionizzazione e Bremsstrahlung



IONIZZAZIONE

- ◆ dE/dx varia
logaritmicamente con E e
linearmente con Z
- ◆ Domina a energie minori
di quella critica
- ◆ L'energia è ceduta al
materiale assorbente



BREMSSTRAHLUNG

- ◆ dE/dx varia linearmente
con E e quadraticamente
con Z
- ◆ Domina a energie
maggiori di quella critica
- ◆ L'energia è ceduta ai
fotoni

Radiazione Cherenkov

particella carica in un mezzo con polarizzazione atomi

$$v > c/n$$

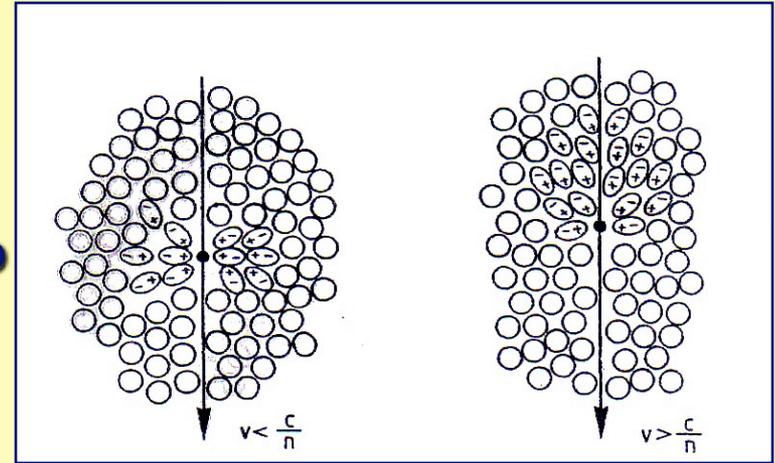
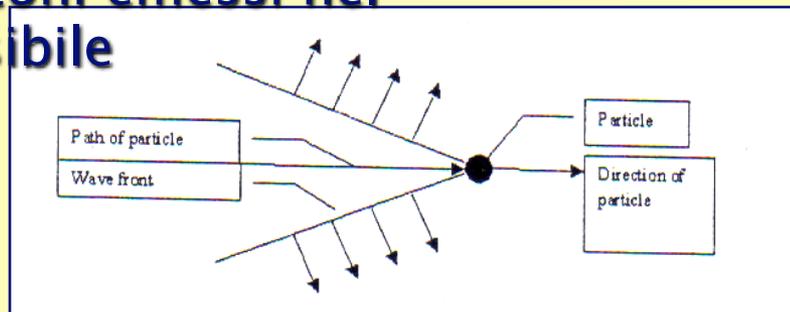
variazione temporale campo di dipolo

Onda di shock :

radiazione elettromagnetica emessa in tempo brevissimo (ordine dei ps) in un cono di semi-apertura angolare

$$\cos \theta_c = 1/\beta n(\omega)$$

fotoni emessi nel visibile



Dipoli simmetrici attorno alla traccia

Simmetria rotta

Bassa efficienza luminosa (pochi fotoni emessi)

↓
Poca energia persa

Radiazione Cherenkov



Č a soglia

Esiste una velocità di soglia



Discriminazione particelle relativistiche con stesso momento (stessa energia) e diversa massa

Velocità di soglia settata scegliendo l'indice di rifrazione

Č differenziali

La radiazione è emessa ad un angolo particolare



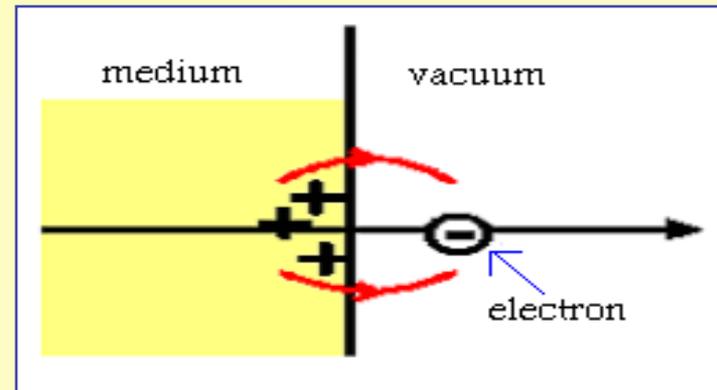
Identificazione particelle tramite la misura di θ_c

Calcolo di β e della direzione della particella

Radiazione di transizione

Radiazione emessa quando una particella carica attraversa il confine tra due mezzi con diverso indice di rifrazione

- La particella forma un dipolo elettrico con la sua immagine, e il campo elettrico del dipolo (dipendente dal tempo) produce emissione elettromagnetica
- La perdita di energia è piccola: n.fotoni emessi per superficie di separazione $N_{\gamma} \sim 1/137$
- Energia irradiata $I \sim \gamma$:
identificazione di particelle con γ elevato (elettroni)
- Angolo di emissione $\theta \sim 1/\gamma$



Scattering coulombiano multiplo

Scattering della particella causato dalla diffusione nel campo coulombiano dei nuclei

Descritto dalla formula di Rutherford per la sezione d'urto differenziale:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = (Zzr_e m_e c^2)^2 / 4p^2 v^2 \text{sen}^4(\theta/2)$$

$\theta = \text{angolo di scattering}$

→ Probabilità di interazione

Grande per piccoli angoli

Grande per piccole velocità

Tante collisioni a piccolo angolo

★ Perdita di energia piccola

Scattering coulombiano multiplo

Scattering 
singolo (assorbitore molto sottile)
plurimo
multiplo \longrightarrow trattato statisticamente:

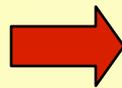
Scarto quadratico medio $\sqrt{\langle \Theta^2 \rangle} = \frac{E_s \times z}{p \times v} \sqrt{\frac{X}{X_0}} = \Theta_{rms}$

$E_s \sim 21 \text{ MeV}$, $z =$ carica particella

$X_0 =$ lunghezza di radiazione

(che viene definita per processi radiativi)

Lo scattering non è un fenomeno radiativo



dipendenza da X_0 casuale

Scattering coulombiano multiplo

Deflessione angolare azimuthalmente simmetrica

$$\sqrt{\langle \Theta_x^2 \rangle} = \sqrt{\langle \Theta_y^2 \rangle} = \frac{21 \text{ Mev} \times z}{p \times v} \sqrt{\frac{X}{2 X_0}}$$

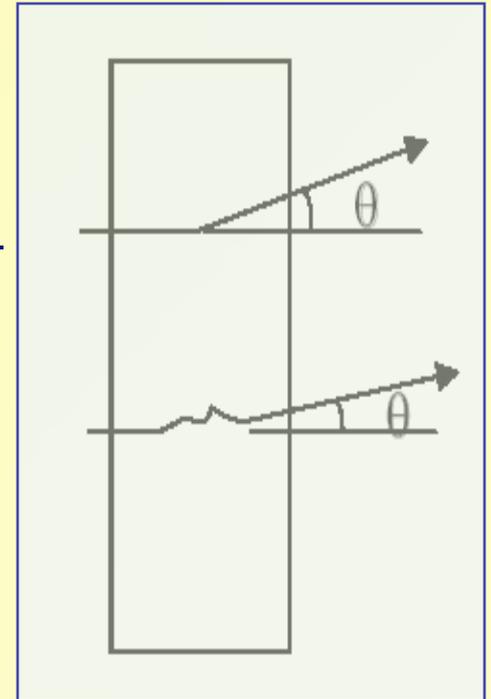
→ Per una particella relativistica $\beta \sim 1$ con $z=1$ in campo magnetico $B=1.5\text{T}$ che percorre $X=1\text{m}$ nel ferro ($X_0=0.02\text{m}$) si ha:

$$pc[\text{Mev}] = 300BR$$

$$\theta = X/R = 300BX/pc$$

Incertezza dovuta allo scattering multiplo:

$$\theta_{\text{rms}}/\theta \sim 0.25$$



Scattering coulombiano multiplo

Deflessione angolare azimutalmente simmetrica

$$\sqrt{\langle \Theta_x^2 \rangle} = \sqrt{\langle \Theta_y^2 \rangle} = \frac{21 \text{ Mev} \times z}{p \times v} \sqrt{\frac{X}{2 X_0}}$$

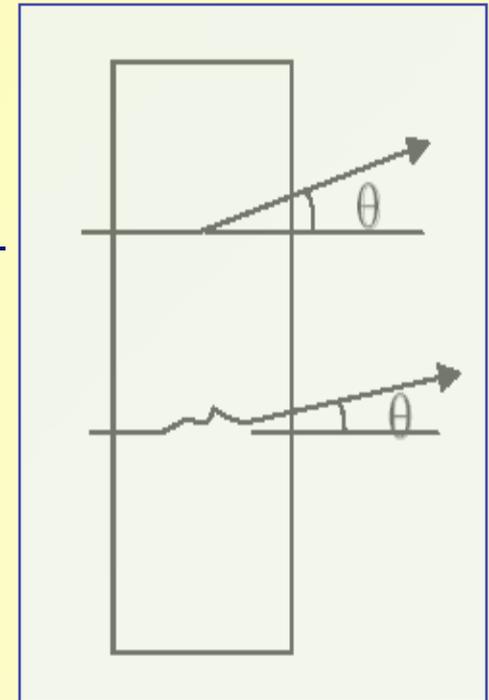
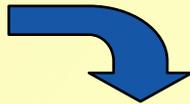
→ Per una particella relativistica $\beta \sim 1$ con $z=1$ in campo magnetico $B=1.5\text{T}$ che percorre $X=1\text{m}$ nel ferro ($X_0=0.02\text{m}$) si ha:

$$pc[\text{Mev}] = 300BR$$

$$\theta = X/R = 300BX/pc$$

Incertezza dovuta allo scattering multiplo:

$$\theta_{\text{rms}}/\theta \sim 0.25$$



Limitazione della precisione sulla direzione della particella

Interazione fotoni-materia

- Mancanza di carica → non collidono con e⁻ atomici
- Devono essere convertiti in particelle cariche per essere rivelati
- Più penetranti delle particelle cariche
- Tre effetti principali: → *Fotoelettrico*
→ *Compton*
→ *Produzione di coppie*
- Quando un fascio di fotoni passa attraverso la materia non è degradato in energia, ma in intensità:

$$I(x) = I_0 \exp(-\mu x)$$

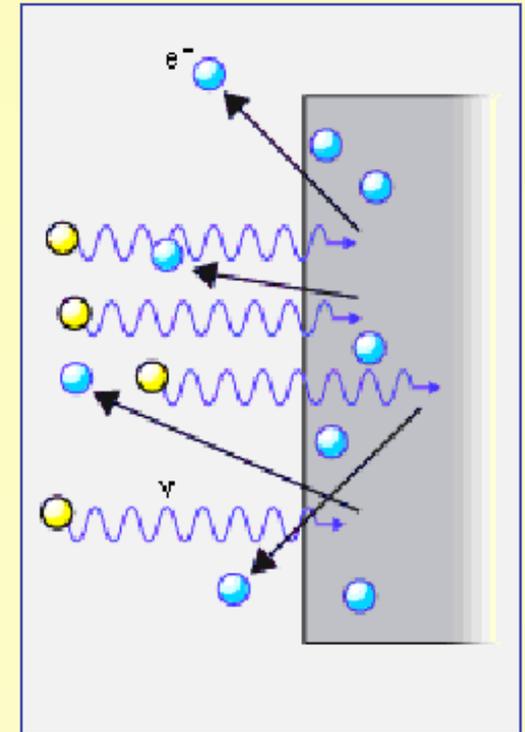
dove x è lo spessore del materiale e μ è il coefficiente di assorbimento (legato alla sezione d'urto)

Effetto fotoelettrico



I fotoni, nei loro urti con gli atomi, trasmettono agli e^- periferici un'energia tale da provocarne l'emissione

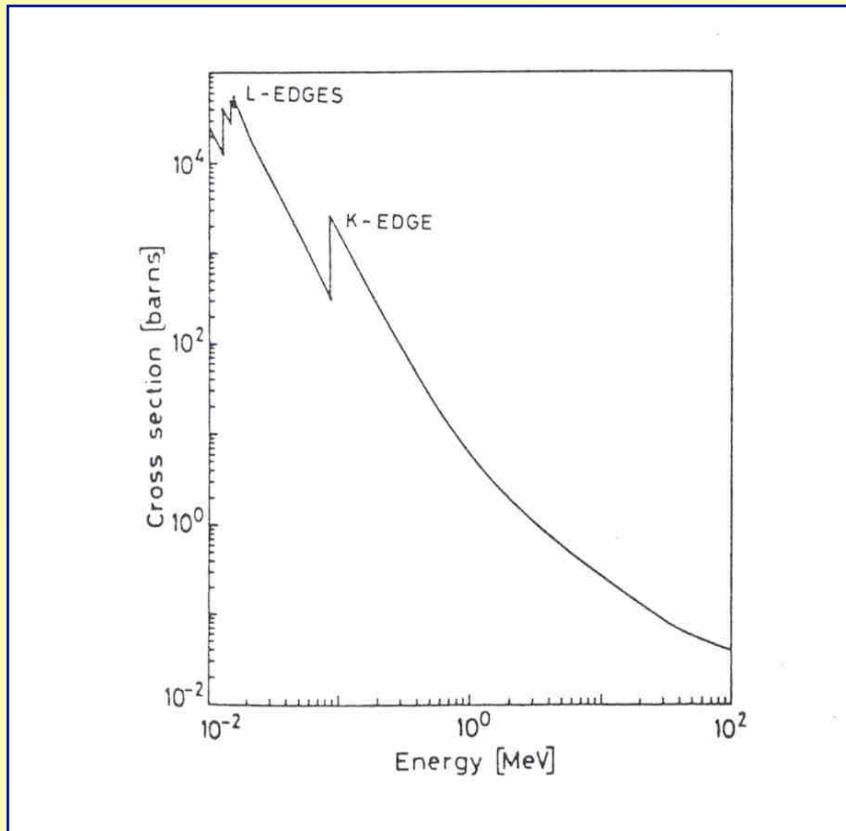
- ◆ E' un effetto soglia: $E_\gamma > E_{\text{legame}}$
- ◆ Avviene solo sull'elettrone legato per la conservazione dell'impulso $T_e = h\nu - E_{\text{legame}}$
- ◆ L'atomo rimane in uno stato eccitato e decade emettendo raggi X di fluorescenza o elettroni Auger
- ◆ La direzione di e^- è random rispetto alla direzione del fotone incidente



- *Il N° di e^- emessi dipende dall'intensità del fascio*
- *L'energia degli e^- dipende dall'energia del fascio $T_e = h\nu - E_{\text{legame}}$*

Effetto fotoelettrico

Sezione d'urto del processo $\sigma \div Z^{4-5} / E_{\gamma}^{7/2}$ (per $E_{\gamma} > \text{shell } k$)



La sezione d'urto per effetto fotoelettrico dipende principalmente dal numero atomico Z del materiale e dall'energia del fotone

La sezione d'urto diminuisce all'aumentare dell'energia e aumenta all'aumentare di Z

I picchi sono in corrispondenza di orbitali atomici

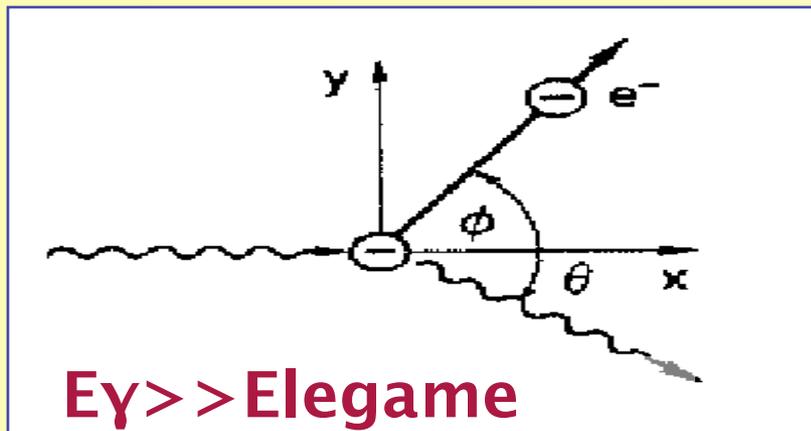
Effetto Compton



Scattering di un fotone su un e⁻ libero

Applicando la conservazione dell'energia e dell'impulso:

- Energia γ diffuso: $h\nu' = h\nu / (1 + \gamma (1 - \cos \theta))$, $\gamma = h\nu / m_e c^2$
- Energia e⁻ diffuso: $T = h\nu - h\nu'$
- Direzione γ diffuso: $\cos \theta = 1 - 2 / ((1 + \gamma)^2 \operatorname{tg}^2 \varphi + 1)$
- Direzione e⁻ diffuso: $\cos \varphi = (1 + \gamma) \operatorname{tg} (\theta/2)$



Coefficiente di assorbimento

$$\mu_c = n_e \sigma_c = \frac{N_a Z}{A} \rho \sigma_c$$

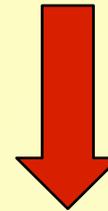
Solo parte dell'energia del fotone viene ceduta all'elettrone

Effetto Compton

La sezione d'urto del processo è data dalla formula di Klein - Nishina:

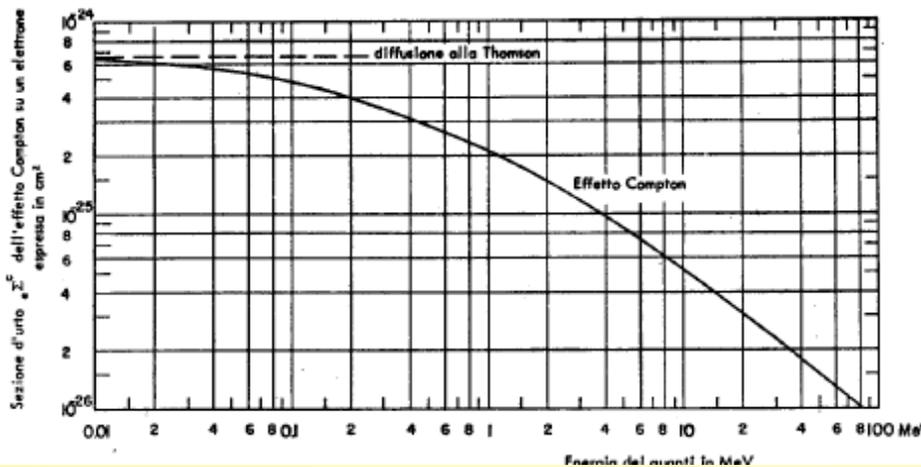
$$d\sigma / d\Omega = (r_e^2 / 2) * (1 / [1 + \gamma (1 - \cos \varphi)]^2) * [1 + \cos^2 \varphi + \gamma^2(1 - \cos \varphi)^2 / (1 + \gamma(1 - \cos \varphi))]$$

Il grafico mostra la sezione d'urto totale in funzione dell'energia (MeV)



Integrando si ottiene una sezione d'urto proporzionale a Z/E

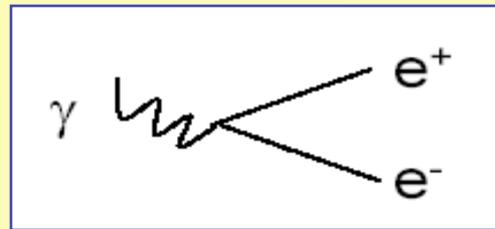
$$\sigma \div Z/E$$



Produzione di coppie



Trasformazione di un fotone in una coppia e^+e^-



- ◆ Reazione di soglia **$E_\gamma > 2 m_e$**
- ◆ Al di sopra di una certa energia rende conto di tutto l'assorbimento di fotoni
- ◆ Avviene in presenza del nucleo per la conservazione del momento ma *non viene ceduta energia al mezzo*

Produzione di coppie

La sezione d'urto del processo è :

→ per alte energie: $\sigma \div Z^2 \rightarrow$ indipendente da E

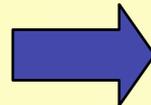
→ per basse energie: $\sigma \div Z^2 \ln E \rightarrow$ debole dipendenza da E

Coefficiente di assorbimento:

$$\mu_{pp} = \frac{N_A \rho}{A} \sigma_{pp} = \frac{7}{9X0}$$



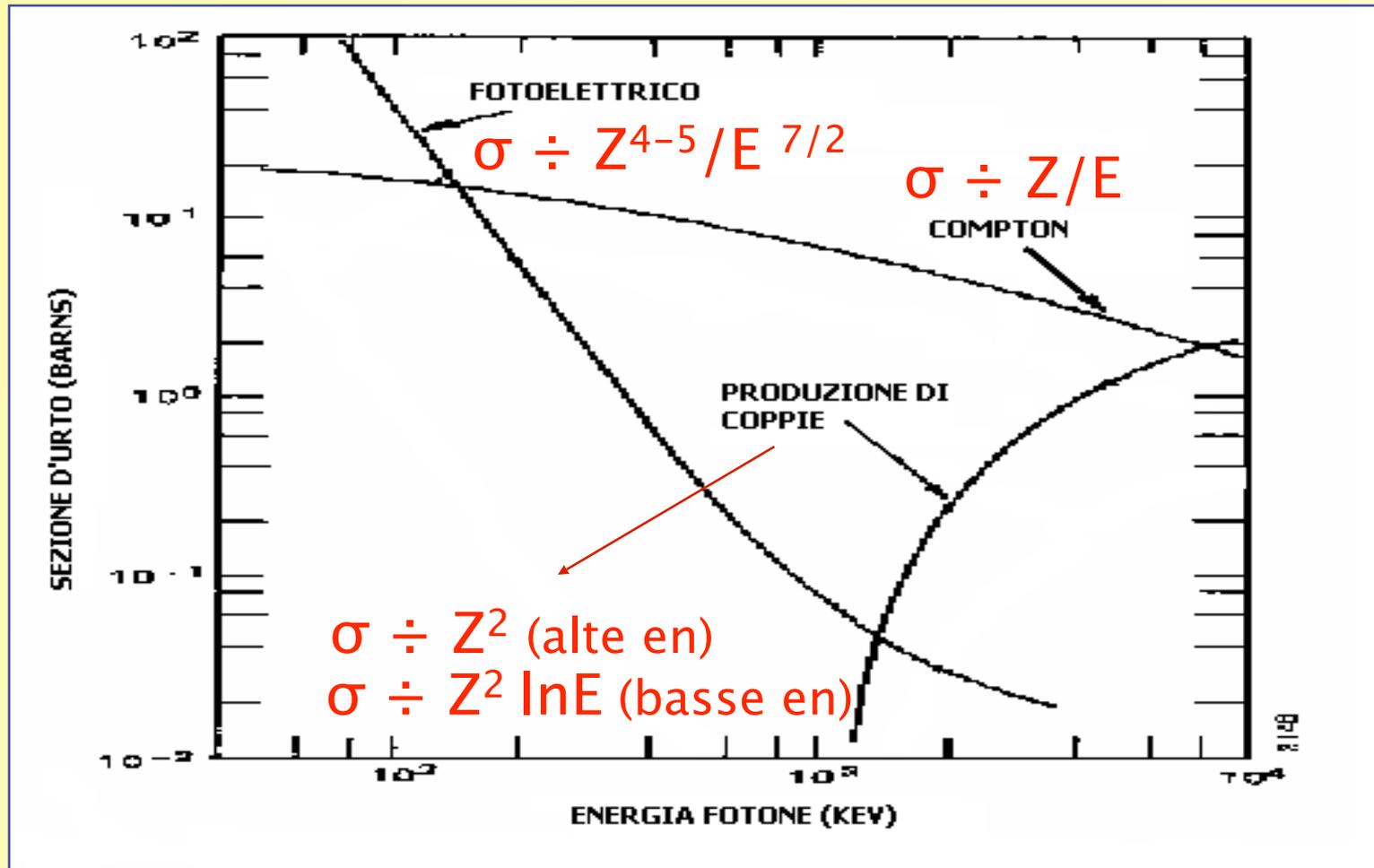
Attenuazione di un fascio di fotoni di intensità iniziale I_0 per produzione di coppie:



$$I = I_0 \exp\left(-\frac{7}{9} \times \frac{X}{X_0}\right)$$

Il fenomeno della produzione di coppie è legato alla Bremsstrahlung

Confronto sezioni d'urto



Riepilogo

