# Fenomeni di superfluidità nucleare in stelle di neutroni

**Giorgio Gori, Fabio Ramponi**
*Dipartimento di Fisica, Università degli Studi di Milano e INFN, Sezione di Milano.*

*Abstract*
Viene presentato in questo articolo il lavoro del gruppo di teoria della struttura nucleare dell'Università di Milano riguardante la descrizione dello stato superfluido della materia nella *inner crust* di una stella di neutroni.

*Keywords:*Stelle di neutroni, superfluidità, supercalcolo.

Tra gli oggetti astrofisici oggi al centro di investigazioni scientifiche occupano un posto di primo piano le stelle di neutroni [1]. Questi oggetti, stadio ultimo della vita di stelle molto massive (Fig. 1), hanno una massa confrontabile con quella del nostro Sole ma concentrata in un volume di raggio pari ad una decina di chilometri. Un veloce calcolo mostrerebbe come la densità media di questo oggetto è dell'ordine ed anche superiore di quella del nucleo atomico. Se nel caso di nuclei atomici abbiamo a che fare con oggetti stabili che non si estendono che per qualche milionesimo di miliardesimo di metro, nel caso delle stelle di neutroni ci troviamo di fronte ad un sistema unico nel suo genere di materia nucleare che si estende per qualche chilometro. Questa constatazione basta da sé a giustificare l'interesse per questi oggetti.

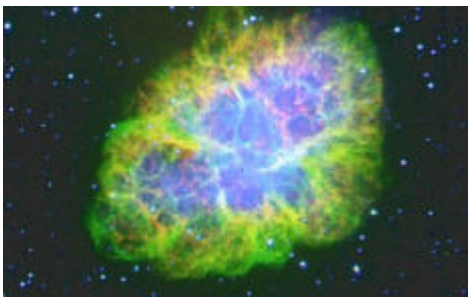

*Fig.1 - Un'immagine della nebulosa del granchio. Al centro di questa nebulosa, generata dalla supernova di cui hanno dato testimonianza gli astronomi cinesi nel 1054, si trova una delle stelle di neutroni maggiormente studiate: NP0532.*

I modelli che descrivono l'interno di una stella di neutroni (Fig. 2) sono concordi nel riconoscere come la parte più esterna sia costituita da materia molto simile a metalli ordinari: un reticolo di nuclei permeato da un mare di elettroni liberi (*outer crust*). Ma non appena ci si muove verso l'interno, le pressioni salgono rapidamente mutando le condizione energetiche a tal punto da inibire il decadimento di neutroni verso protoni a cui siamo abituati in condizioni ordinarie in favore del decadimento inverso: la materia tende a diventare ricca di neutroni. Sotto queste condizioni, il reticolo che nella zona più esterna era immerso in un mare di elettroni, qualche chilometro entro la crosta, viene avvolto da un mare di neutroni, che a causa delle basse temperature sono superfluidi. Questa regione è chiamata *inner crust*. Quando si abbandona la *inner crust*, qui il rapporto tra protoni e neutroni va a diminuire ulteriormente ed anche il reticolo nucleare lascia spazio ad un superfluido di materia neutronica (*outer core*). In fine si entra nel cuore della stella (*inner core*) dove le condizioni sono talmente lontane da ciò di cui abbiamo esperienza che le equazioni di stato della materia nucleare risultano così incerte da lasciar spazio alle più fantasiose ipotesi riguardo la natura delle particelle presenti.
E' ovvio che per accedere alle proprietà di queste strutture non possiamo che ricorrere alle radiazioni che questa stella invia sulla terra ed alle quantità macroscopiche che da questa radiazione possiamo determinare: raggio, massa, temperatura superficiale, periodo di

rotazione. Benché il tentativo di determinare da queste poche grandezze microscopiche la struttura interna di un oggetto così lontano possa sembrare audace, non di meno le ricerche fatte in questo senso ci sono e incoraggiano a lavorare. Le poche osservabili macroscopiche sono infatti in grado di imporre delle condizioni sui modelli e sui parametri da questi usati per descrivere le proprietà della stella alle sue diverse profondità .

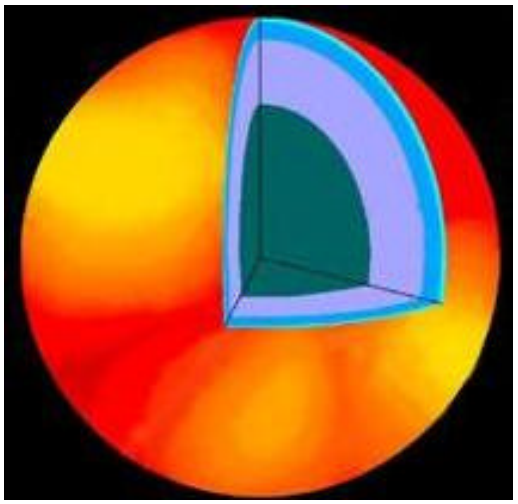

*Fig.2 - Rappresentazione schematica della struttura a gusci di una stella di neutroni: partendo dall'esterno vediamo la outer crust dove un reticolo di nuclei è immerso in un mare di elettroni relativistici; quindi incontriamo la inner crust dove questo stesso reticolo nucleare è immerso in un mare di neutroni superfluidi; passiamo nell'outer core dove il reticolo nucleare si è dissolto lasciando spazio ad un mare di neutroni superfluidi e, per finire, l'inner core, dove le pressioni sono così estreme da rendere incerta la natura delle particelle presenti.*

Il gruppo di teoria della struttura nucleare dell'Università di Milano, ha cominciato una decina di anni fa ad interessarsi delle proprietà di questo sistema. Si è lavorato in particolare sulla possibilità di prevedere i tempi di raffreddamento della stella attraverso calcoli di calore specifico [2] e sulla descrizione dei cosiddetti *glitches*, brusche accelerazioni nel periodo di rotazione impressionanti per la regolarità con le quali si manifestano [3]. Da questi lavori emerge come un ruolo determinate nel collegamento tra proprietà macroscopiche e struttura interna venga giocato dalla *inner crust* della stella di neutroni, quella regione dove troviamo un reticolo di nuclei immerso in un mare di neutroni che, a causa della bassa temperatura, sono superfluidi. Questa attività è servita a mettere in risalto il ruolo importante svolto sia dal reticolo di nuclei presenti in questa regione sia dalle proprietà di superfluidità della materia nucleare a quelle temperature. Questi lavori hanno indicato tuttavia la necessità di calcoli più accurati nella determinazione della *gap di pairing*, il parametro che misura l'intensità dello stato superfluido. Questo parametro, sul quale entreremo più in dettaglio nel seguito, rappresenta l'energia necessaria a rompere una delle coppie di particelle che si legano nel momento in cui la materia condensa alla fase superfluida. Alla stessa maniera questo *gap di pairing* dà una stima della temperatura a cui avviene la transizione dalla fase normale alla fase superfluida.

## Fenomeni di superfluidità in sistemi microscopici

Sotto certe condizioni, sistemi costituiti da un gran numero di particelle microscopiche manifestano fenomeni di coerenza a livello macroscopico che uno non esiterebbe a definire spettacolari. Il primo contatto con questi fenomeni si è avuto nel 1911. K. Onnes osservò infatti che gli elettroni di un metallo, a temperatura dell'ordine di qualche grado Kelvin, subiscono una transizione a una fase che è detta superconduttrice [4]. A temperatura ambiente siamo abituati al fatto che per produrre un flusso di elettroni (una corrente) dobbiamo applicare in continuazione un campo elettrico esterno che funge in qualche modo da motore per queste particelle. Questo azione continua del motore è necessaria perché gli elettroni dissipano la loro energia in seguito ad urti con gli altri elettroni e con gli ioni del reticolo cristallino. Nella nuova fase superconduttrice si osserva come, una volta accesa, la corrente elettrica si mantiene senza che altra energia venga iniettata nel sistema. Questo cambiamento di comportamento è segnale che lo stato elettronico è ora altamente coerente. Gli elettroni non si muovono più gli uni indipendentemente dagli altri ma, al contrario, i vari spostamenti sono altamente correlati così da minimizzare gli urti e la dissipazione di energia.

Questa stessa coerenza si è osservata anche in altri sistemi a temperature estremamente

basse: liquidi di $^4$He e $^3$He, e di recente (1996) anche in nuvolette di gas alcalini a basse densità. A testimonianza dell'interesse per questi sistemi microscopici altamente coerenti, ricordiamo come il premio Nobel di quest'anno per la Fisica è andato a tre pionieri di ricerche teoriche sulle proprietà di questi oggetti.

I teorici della struttura nucleare hanno imparato come molte proprietà del nucleo atomico potevano essere spiegate ipotizzando un simile comportamento di coerenza anche per le qualche decine di protoni e neutroni che lo costituiscono. A maggior ragione dobbiamo usare questo stato coerente per descrivere quei neutroni che popolano la *inner crust* della stella di neutroni.

Benché questi fenomeni di coerenza coinvolgano sistemi che hanno la più svariata natura (elettroni, atomi, protoni e neutroni), sempre è richiesto che l'interazione effettiva tra queste particelle sia attrattiva. Un altro punto che è stato accertato è come questa interazione effettiva (Fig. 3a), a causa della presenza del mezzo, sia fortemente modificata rispetto a quella che le due particelle risentono nel vuoto (Fig. 3b). Se due elettroni nel vuoto si respingono, quando vengono studiati in un metallo a temperature sufficientemente basse, si scopre come la loro interazione effettiva sia in realtà attrattiva. Questo effetto totale è riconducibile a processi che tecnicamente vengono definiti scambio di fononi (Fig. 3c): un elettrone che si muove nel mezzo produce, in seguito ad urti anelastici, un'onda alla stessa maniera che un sasso che cade in uno stagno. Quest'onda si propaga fino a che non incontra una seconda particella a cui può trasferire la sua quantità di moto. In questo modo, l'onda ha trasferito informazioni dalla prima particella alla seconda mediando una interazione effettiva tra le due. Nel caso degli elettroni, che nel vuoto si respingono, i processi mediati da fononi danno luogo ad una forte interazione attrattiva facendo sì che attrattiva sia anche l'interazione effettiva (interazione nel vuoto più interazione mediata dallo scambio di fononi) e che quindi sia possibile un transizione da uno stato normale ad uno superfluido.

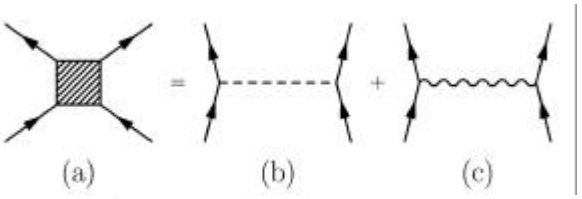


*Fig.3 - Questi grafici di Feynman mostrano come l'interazione tra coppie di neutroni (due frecce entranti che interagiscono e escono dal processo) all'interno della materia nucleare (a) è data dalla somma dell'interazione nucleare nel vuoto (linea tratteggiata in b) più i processi mediati dallo scambio di fononi ( c).*

La descrizione di questo meccanismo di scambio di fononi in termini di modelli fisici richiede ovviamente l'uso delle più sofisticate tecniche di teoria quantistica dei campi. Inoltre, questa analisi diventa anche pesante computazionalmente perché richiede lo studio non solo dello stato fondamentale ma anche delle proprietà degli stati eccitati (fononi).

## Superfluidi in stelle di neutroni

Passiamo ora a descrivere più in dettaglio il lavoro che stiamo facendo nel gruppo di Teoria della Struttura Nucleare di Milano per predire le proprietà di superfluidità della *inner crust* della stella di neutroni. Per quanto detto prima, in una descrizione che voglia essere la più accurata possibile sono senz'altro da includere gli effetti associati allo scambio di fononi. Ma ricordiamo che a determinare le proprietà della *inner crust* gioca un ruolo importante la griglia di nuclei immersa nel mare di neutroni liberi. Per render conto della presenza del reticolo nucleare, usiamo il metodo di Wigner-Seitz: descriviamo cioè una cella elementare che, ripetuta, riproduce l'intero reticolo nucleare. Lo studio di questa cella elementare può essere semplificato, senza pregiudicare i risultati, immaginando che questa abbia una simmetria sferica. In tale approssimazione, la descrizione di queste celle diventa equivalente a quella di un grosso nucleo sferico con raggio pari a qualche decina di fermi (1 fermi=$10^{-15}$ metri) contenete un migliaio di neutroni. Ecco quindi che il nostro gruppo ha potuto applicare le tecniche proprie per lo studio delle proprietà di superfluidità di nuclei ordinari a questi oggetti astrofisici. Fino ad oggi abbiamo ottenuto risultati i risultati ottenuti per una cella contenente 530 neutroni e 50 protoni.

Per calcolare il valore dell'interazione mediata dallo scambio di fononi, dobbiamo conoscere le proprietà dei fononi stessi che, nel caso di un nucleo, altro non sono che i suoi stati eccitati. E' in questo ambito che il nostro gruppo ha fatto ricorso alle risorse di supercalcolo. Il calcolo di questi fononi è infatti fattibile per nuclei ordinari su normali PC ma nel momento in cui andiamo a considerare sistemi con un gran numero di particelle, esso si complica a causa delle maggiori dimensioni delle matrici necessarie a darne una descrizione accurata. La via di uscita è stata il ricorso alle chiamate MPI per una distribuzione del calcolo su più processori e il passaggio al Fortran 90 per sfruttare le potenzialità dell'allocazione dinamica della memoria: con questi due strumenti abbiamo "rifatto il lifting" a codici sviluppati per i calcoli in nuclei atomici che ora ci permettono in tempi ragionevoli di calcolare gli stati eccitati delle regioni interne alla stella di neutroni. Per dare un'idea della pesantezza del calcolo notiamo come lo studio di tutti i stati eccitati del sistema necessari a descrivere l'interazione originata dallo scambio di fononi, richiede una decina di giorni se lanciato sul server HP Superdome del CILEA *galileo.cilea.it* [5] usando una decina di processori.

Ora, usando le proprietà degli stati eccitati così calcolati, possiamo andare a calcolare quale è il valore del grafico in Fig. 3c. Quel numero deve essere sommato al valore dell'interazione tra una coppia di neutroni posti nel vuoto (Fig. 3b) per ottenere il valore dell'interazione effettiva tra due neutroni nel mezzo nucleare (Fig. 3a). I risultati che abbiamo ottenuto per la cella in questione ci dicono che gli effetti dello scambio di fononi risultano essere globalmente repulsivi e riducono del 30% il valore attrattivo dell'interazione nucleare sfavorendo la transizione ad una fase superfluida.

Anche se questo lavoro è in una fase iniziale, già ci ha permesso di mettere in evidenza un fatto interessante. Per questa cella abbiamo detto che lo scambio di fononi porta un contributo repulsivo all'interazione. Guardando più in dettaglio questi processi si scopre come in realtà un tipo di fononi induce una attrazione tra le coppie di neutroni. Questi fononi sono quelli associati a oscillazioni della densità. Ma i neutroni, così come i protoni e tutte le altre particelle elementari con spin non nullo, hanno un momento magnetico. Quando un sistema di protoni e neutroni si trova nel suo stato fondamentale, i vettori di momento magnetico sono orientati in modo che la loro somma vettoriale sia nulla e che quindi il sistema sia magneticamente neutro. Date queste proprietà, un modo per eccitare il sistema di neutroni e protoni può essere quello di variare la direzione di alcuni momenti magnetici e quindi assegnare al sistema un momento magnetico totale diverso da zero. In tal modo possiamo avere eccitazioni per cui la densità di materia si mantiene uniforme ma attraverso la materia si propaga una distribuzione non uniforme di momenti magnetici. Questo tipo di eccitazioni vengono dette modi di spin ed esse inducono una interazione repulsiva. Nel caso della cella di Wigner-Seitz da noi descritta, risulta che l'effetto di questi modi di spin (repulsivo) è più forte dello scambio indotto dalle oscillazioni di densità (attrattivo) dando come effetto totale una riduzione della attrazione dei neutroni nella *inner crust* rispetto alla loro attrazione nel vuoto.

Questa riduzione della attrazione tra neutroni, e quindi l'abbassamento della temperatura a cui avviene una transizione dallo stato normale allo stato superfluido, avrebbe conseguenze osservabili: porterebbe infatti ad un aumento del calore specifico della materia neutronica nella *inner crust* e influenzerebbe in maniera decisiva i tempi di raffreddamento della stella stessa. Confrontando i valori osservati di questi tempi di raffreddamento con quelli calcolati includendo o meno gli effetti associati allo scambio di fononi, uno spera di ricavare informazioni sulle proprietà di superfluidità della materia nucleare nella stella.

Non ci nascondiamo che questi risultati sono di là da venire anche perché fino ad ora abbiamo ottenuto risultati per una cella associata ad una determinata zona della *inner crust* della stella di neutroni. Si tratta ora di passare alla produzione di una statistica andando ad indagare gli effetti di questi effetti dinamici per diverse densità di materia nucleare. Ma allo stesso tempo è da dire che questi risultati, benché preliminari, hanno suscitato un certo interesse quando sono stati presentati ad un paio di conferenze internazionali, perché è la prima volta che il calcolo degli effetti di questa interazione indotta dallo scambio di fononi viene effettuato attraverso il calcolo esplicito degli stati eccitati stessi. Questo è stato possibile solo attraverso l'uso massiccio del supercalcolo.

Se per la parte che riguarda gli effetti in stelle di neutroni siamo in attesa di numeri finali per un diverso numero di densità, questo lavoro ha portato già a dei risultati conclusivi nel momento in cui si va a discutere il ruolo di

queste correlazioni dinamiche nel caso di nuclei ordinari. Lo sviluppo del formalismo e del codice per lo studio dello scambio di fononi in celle di Wigner-Seitz ha permesso un'indagine più dettagliata nel caso di nuclei ordinari. Anche nei nuclei finiti abbiamo visto come vi è un contributo attrattivo mediato da oscillazioni di densità ed uno repulsivo mediato dai modi di spin. La sorpresa, che il nostro gruppo di ricerca è riuscito per primo a provare, è che nel nucleo atomico questi contributi pesano in maniera diversa. L'interazione mediata dai modi di densità (attrattiva) è, in nuclei ordinari, più efficace di quella indotta dai modi di spin (repulsiva) è ciò fa sì che lo scambio di fononi rafforzi la natura attrattiva dell'interazione nucleare favorendo l'instaurarsi di uno stato superfluido di protoni e neutroni. Questa differenza di comportamento rispetto a ciò che abbiamo calcolato nella cella di Wigner-Seitz è originata da due fattori. In primo luogo, la natura finita del sistema, ovvero l'esistenza di una superficie, amplifica il ruolo giocato dalle fluttuazioni di densità aumentando i contributi attrattivi. In secondo luogo, mentre nelle celle di Wigner-Seitz della *inner crust* abbiamo che quasi tutte le particelle sono neutroni, nei nuclei ordinari protoni e neutroni compaiono in ugual proporzione. Anche questo serve a rendere più efficace il ruolo dei modi di densità e ciò per proprietà peculiari dell'interazione nucleare nelle quali non ci addentriamo perché estremamente tecniche.

In conclusione possiamo dire che le risorse di supercalcolo ci hanno permesso di affrontare un calcolo completo degli stati eccitati di una cella di Wigner-Seitz. Attraverso questo calcolo abbiamo potuto indagare in modo efficace i meccanismi indotti dallo scambio di fononi e confrontare come tali meccanismi avvengono nella *inner crust* di una stella di neutroni (dove inducono una interazione repulsiva) e in nuclei ordinari (dove inducono una interazione attrattiva).

Da ultimo, vogliamo ringraziare lo staff di supercalcolo al CILEA ed in particolare i dott. Arlandini, dott. Cremonesi e dott. Ramieri, per la cortese e puntuale assistenza assicurataci nei diversi momenti del progetto.

## Bibliografia

[1] S.L. Shapiro and S.A.Teukolsky, Black Holes, White Dwarfs and Neutron Stars: The Physics of Compact Objects, John Wiley & Sons, 1983;

[2] P.M. Pizzochero et al., Astr.Jour. 596 (2002) 381;

[3] P.M. Pizzochero et al., Phys.Rev.Lett. 79(1997) 3347;

[4] J. Schrieffer, Theory of Superconductivity, Reading Massachussets, 1963.

[5] C. Arlandini, "GALILEO: un nuovo server HP SuperDome per il calcolo parallelo al CILEA", Bollettino CILEA, 81, febbraio 2002