

Calcoli Microscopici in Fisica Nucleare: Presente e Futuro Prossimo

Luigi Coraggio

Istituto Nazionale di Fisica Nucleare - Sezione di Napoli

Motivazioni

- Ruolo delle interazioni fra nucleoni nella fisica dei molti corpi

Motivazioni

- Ruolo delle interazioni fra nucleoni nella fisica dei molti corpi
- Affidabilità delle tecniche di calcolo

Motivazioni

- Ruolo delle interazioni fra nucleoni nella fisica dei molti corpi
- Affidabilità delle tecniche di calcolo
- Prospettive per calcoli di astrofisica

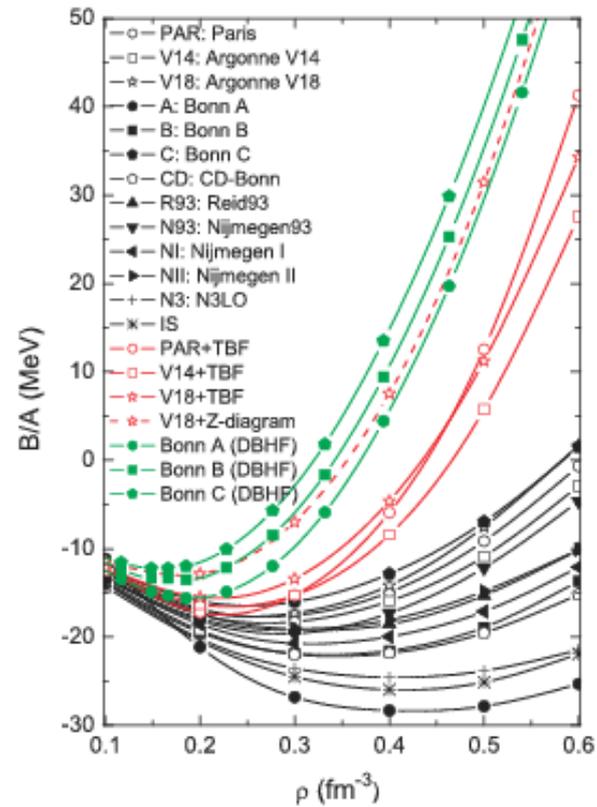


FIG. 1. (Color online) Energy per nucleon of symmetric nuclear matter obtained with different potentials and theoretical approaches. For details see text.

TABLE 1. Single-particle energies (ε_i) and occupation probabilities (ρ_i) for protons in ^{16}O and the total energy per nucleon ($E/\text{nucleon}$) as calculated from various approximations (see discussion in the text) are compared to experimental data. The calculations have been performed using the CDBonn interaction and considering a model space defined in terms of oscillator functions with a parameter $\alpha=0.4$. The numbers in parentheses refer to energies and occupation probabilities of the dominant quasiparticle contribution in the Green function approach. All energies are given in MeV.

	BHF(conv)	BHF(cont)	BHF0	BHF(mod)	Green	Experiment
$\varepsilon_{s1/2}$	-38.19	-42.78	-40.74	-43.72	-44.00 (-47.01)	-40 ± 8
$\varepsilon_{p3/2}$	-18.14	-22.40	-20.40	-23.99	-24.29 (-20.68)	-18.45
$\varepsilon_{p1/2}$	-14.50	-19.02	-16.86	-20.86	-21.26 (-17.44)	-12.13
$\rho_{s1/2}$	0.928	0.854	0.904	0.871	0.867 (0.276)	
$\rho_{p3/2}$	0.926	0.855	0.898	0.829	0.823 (0.730)	
$\rho_{p1/2}$	0.916	0.857	0.900	0.818	0.802 (0.725)	
$E/\text{nucleon}$	-4.61	-6.67	-5.66	-7.57	-7.78	-7.98

Calcoli microscopici di struttura nucleare

Calcoli microscopici di struttura nucleare



Calcoli in cui si tiene conto di **tutti** i gradi di libertà microscopici di **tutti** i nucleoni costituenti il nucleo

Calcoli microscopici di struttura nucleare



Calcoli in cui si tiene conto di **tutti** i gradi di libertà microscopici di **tutti** i nucleoni costituenti il nucleo

$$H\Psi = \left(\sum_i T_i + \sum_{i<j} V_{ij} + \sum_{i<j<k} V_{ijk} \right) \Psi = E\Psi$$

Ingredienti fondamentali per il nostro calcolo:

- un potenziale nucleone-nucleone “realistico” V_{ij}

Ingredienti fondamentali per il nostro calcolo:

- un potenziale nucleone-nucleone “realistico” V_{ij}
 - CD-Bonn

Ingredienti fondamentali per il nostro calcolo:

- un potenziale nucleone-nucleone “realistico” V_{ij}
 - CD-Bonn
 - Nijmegen I,II,93

Ingredienti fondamentali per il nostro calcolo:

- un potenziale nucleone-nucleone “realistico” V_{ij}
 - CD-Bonn
 - Nijmegen I,II,93
 - Argonne V18

Ingredienti fondamentali per il nostro calcolo:

- un potenziale nucleone-nucleone “realistico” V_{ij}
 - CD-Bonn
 - Nijmegen I,II,93
 - Argonne V18
 - potenziali “chirali”

Ingredienti fondamentali per il nostro calcolo:

- un potenziale nucleone-nucleone “realistico” V_{ij}
 - CD-Bonn
 - Nijmegen I,II,93
 - Argonne V18
 - potenziali “chirali”
- una forza a tre corpi (eventuale) V_{ijk}

Ingredienti fondamentali per il nostro calcolo:

- un potenziale nucleone-nucleone “realistico” V_{ij}
 - CD-Bonn
 - Nijmegen I,II,93
 - Argonne V18
 - potenziali “chirali”
- una forza a tre corpi (eventuale) V_{ijk}
 - Urbana IX

Ingredienti fondamentali per il nostro calcolo:

- un potenziale nucleone-nucleone “realistico” V_{ij}
 - CD-Bonn
 - Nijmegen I,II,93
 - Argonne V18
 - potenziali “chirali”
- una forza a tre corpi (eventuale) V_{ijk}
 - Urbana IX
 - Illinois 1-5

Nuclei per i quali è possibile effettuare un calcolo microscopico “esatto”:

- Deutone

Nuclei per i quali è possibile effettuare un calcolo microscopico “esatto”:

- Deutone
- ^3H , ^3He

Nuclei per i quali è possibile effettuare un calcolo microscopico “esatto”:

- Deutone
- ^3H , ^3He
- ^4He

... e per i nuclei $A > 4$?

... e per i nuclei $A > 4$?

Metodi “esatti” non esistono: è necessario utilizzare uno schema troncato e/o semplificato

... e per i nuclei $A > 4$?

Metodi “esatti” non esistono: è necessario utilizzare uno schema troncato e/o semplificato



I calcoli dipendono da un insieme di parametri $\{\alpha_i\}$ e dalle dimensioni d dello spazio di Hilbert troncato all'interno del quale l'equazione di Schrödinger viene risolta

Un calcolo microscopico “**affidabile**” si ottiene variando i parametri $\{\alpha_i\}$ del calcolo in un intervallo ragionevolmente grande, all’interno del quale il risultato numerico deve essere stabile rispetto a tale variazione e all’aumentare della dimensionalità d dello spazio di Hilbert ridotto

Un calcolo microscopico “**affidabile**” si ottiene variando i parametri $\{\alpha_i\}$ del calcolo in un intervallo ragionevolmente grande, all’interno del quale il risultato numerico deve essere stabile rispetto a tale variazione e all’aumentare della dimensionalità d dello spazio di Hilbert ridotto

L’“**affidabilità**” del calcolo va quindi testata risolvendo l’eq. di Schrödinger per i sistemi nucleari per i quali un calcolo esatto è effettuabile e, possibilmente, riproducendo le quantità tramite quest’ultimo ottenibili

Situazione attuale: nell'ultimo decennio si è avuto un notevole progresso nella tecnologia dei calcolatori

Situazione attuale: nell'ultimo decennio si è avuto un notevole progresso nella tecnologia dei calcolatori



Modelli e tecniche di calcolo “microscopiche” per i sistemi a molti corpi sono stati implementati in modo da essere spinti ai limiti estremi della loro funzionalità

Benchmark test calculation of a four-nucleon bound state

H. Kamada,* A. Nogga, and W. Glöckle
Institut für Theoretische Physik II, Ruhr-Universität Bochum, D-44780 Bochum, Germany

E. Hiyama
High Energy Accelerator Research Organization, Institute of Particle and Nuclear Studies, Tsukuba 305-0801, Japan

M. Kamimura
Department of Physics, Kyushu University, Fukuoka 812-8581, Japan

K. Varga
*Solid State Division, Oak Ridge National Laboratory, Oak Ridge, Tennessee 37380
and Institute of Nuclear Research of the Hungarian Academy of Sciences (ATOMKI), Debrecen 4000, PO Box 51, Hungary*

Y. Suzuki
Department of Physics, Niigata University, Niigata 950-2181, Japan

M. Viviani and A. Kievsky
INFN, Sezione di Pisa, I-56100 Pisa, Italy

S. Rosati
*INFN, Sezione di Pisa, I-56100 Pisa, Italy
and Department of Physics, University of Pisa, I-56100 Pisa, Italy*

J. Carlson
Theoretical Division, Los Alamos National Laboratory, Los Alamos, New Mexico 87545

Steven C. Pieper and R. B. Wiringa
Physics Division, Argonne National Laboratory, Argonne, Illinois 60439

P. Navrátil
*Livermore Livermore National Laboratory, P. O. Box 808, Livermore, California 94551
and Nuclear Physics Institute, Academy of Sciences of the Czech Republic, 250 68 Řež near Prague, Czech Republic*

B. R. Barrett
Department of Physics, P.O. Box 210081, University of Arizona, Tucson, Arizona 85721

N. Bamea
The Racah Institute of Physics, The Hebrew University, 91904 Jerusalem, Israel

W. Leidemann and G. Orlandini
*Dipartimento di Fisica and INFN (Gruppo Collegato di Trento), Università di Trento, I-38050 Povo, Italy
(Received 20 April 2001; published 27 August 2001)*

In the past, several efficient methods have been developed to solve the Schrödinger equation for four-nucleon bound states accurately. These are the Faddeev-Yakubovsky, the coupled-rearrangement-channel Gaussian-basis variational, the stochastic variational, the hyperspherical variational, the Green's function Monte Carlo, the no-core shell model, and the effective interaction hyperspherical harmonic methods. In this article we compare the energy eigenvalue results and some wave function properties using the realistic AV8' NN interaction. The results of all schemes agree very well showing the high accuracy of our present ability to calculate the four-nucleon bound state.

DOI: 10.1103/PhysRevC.64.044001

PACS number(s): 21.45.+v, 24.10.-i, 27.10.+h

Quantum Monte Carlo

Metodo variazionale per ottenere soluzioni approssimate dell'equazione di Schrödinger per sistemi nucleari.

Quantum Monte Carlo

Metodo variazionale per ottenere soluzioni approssimate dell'equazione di Schrödinger per sistemi nucleari.

Lo scopo è di ottenere una funzione d'onda Ψ_V , opportunamente parametrizzata, per calcolare il limite superiore dell'energia esatta E_0 dello stato fondamentale.

$$E_V = \frac{\langle \Psi_V | H | \Psi_V \rangle}{\langle \Psi_V | \Psi_V \rangle} \geq E_0$$

La funzione d'onda variazionale di A nucleoni

$$|\Psi_V\rangle = \left[1 + \sum_{i < j < k} U_{ijk} \right] \mathcal{S} \prod_{i < j} (1 + U_{ij}) |\Psi_J\rangle$$

è costruita come una produttoria di operatori di correlazione a due e tre corpi che agiscono sulla funzione d'onda Ψ_J , che ha la struttura di un core di ${}^4\text{He}$ più alcuni nucleoni di valenza nella shell p

La funzione d'onda variazionale di A nucleoni

$$|\Psi_V\rangle = \left[1 + \sum_{i < j < k} U_{ijk} \right] \mathcal{S} \prod_{i < j} (1 + U_{ij}) |\Psi_J\rangle$$

è costruita come una produttoria di operatori di correlazione a due e tre corpi che agiscono sulla funzione d'onda Ψ_J , che ha la struttura di un core di ${}^4\text{He}$ più alcuni nucleoni di valenza nella shell p

Il calcolo con il metodo Monte Carlo del valor medio dell'energia ottimizza questa funzione di prova, in particolare provvede al mescolamento delle componenti delle Ψ_J

La funzione di prova Ψ_V diventa successivamente punto di partenza per una procedura più evoluta per il calcolo dei valori medi della funzione d'onda “vera” Ψ_0 :

il Green's Function Monte Carlo

La funzione di prova Ψ_V diventa successivamente punto di partenza per una procedura più evoluta per il calcolo dei valori medi della funzione d'onda “vera” Ψ_0 :

il Green's Function Monte Carlo

Lo scopo è di costruire con il metodo della funzione di Green la funzione $\Psi(\tau)$

$$\Psi(\tau) = e^{-(H-E_0)\tau} \Psi_T$$

dove $\Psi(\tau \rightarrow \infty) = \Psi_0$, e τ è costruito come somma di piccoli intervalli di tempo $\Delta\tau$, $\tau = n \cdot \Delta\tau$

Sia la $\Psi(\tau)$ che la funzione di Green sono costruite nello spazio delle configurazioni, in particolare la funzione di Green è rappresentata come una matrice funzione di r, r' nello spazio di spin-isospin:

Sia la $\Psi(\tau)$ che la funzione di Green sono costruite nello spazio delle configurazioni, in particolare la funzione di Green è rappresentata come una matrice funzione di \mathbf{r}, \mathbf{r}' nello spazio di spin-isospin:

$$G_{\alpha\beta}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \langle \mathbf{r}, \alpha | e^{-(H-E_0)\Delta\tau} | \mathbf{r}', \beta \rangle$$

Sia la $\Psi(\tau)$ che la funzione di Green sono costruite nello spazio delle configurazioni, in particolare la funzione di Green è rappresentata come una matrice funzione di \mathbf{r}, \mathbf{r}' nello spazio di spin-isospin:

$$G_{\alpha\beta}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \langle \mathbf{r}, \alpha | e^{-(H-E_0)\Delta\tau} | \mathbf{r}', \beta \rangle$$

$$\Psi(\mathbf{r}_n, \tau) = \int G(\mathbf{r}_n, \mathbf{r}_{n-1}) \dots G(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_0) \Psi_T(\mathbf{r}_0) d\mathbf{r}_{n-1} \dots d\mathbf{r}_1 d\mathbf{r}_0$$

Introducendo il valor medio di un qualsiasi operatore O “mixed”

$$\langle O \rangle_{\text{mix}} = \frac{\langle \Psi_T | O | \Psi(\tau) \rangle}{\langle \Psi_T | \Psi(\tau) \rangle} = \frac{\int d\mathbf{P}_n \Psi_T^\dagger(\mathbf{r}_n) O G(\mathbf{r}_n, \mathbf{r}_{n-1}) \dots G(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_0) \Psi_T(\mathbf{r}_0)}{\int d\mathbf{P}_n \Psi_T^\dagger(\mathbf{r}_n) G(\mathbf{r}_n, \mathbf{r}_{n-1}) \dots G(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_0) \Psi_T(\mathbf{r}_0)}$$

Introducendo il valor medio di un qualsiasi operatore O “mixed”

$$\langle O \rangle_{\text{mix}} = \frac{\langle \Psi_T | O | \Psi(\tau) \rangle}{\langle \Psi_T | \Psi(\tau) \rangle} = \frac{\int d\mathbf{P}_n \Psi_T^\dagger(\mathbf{r}_n) O G(\mathbf{r}_n, \mathbf{r}_{n-1}) \dots G(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_0) \Psi_T(\mathbf{r}_0)}{\int d\mathbf{P}_n \Psi_T^\dagger(\mathbf{r}_n) G(\mathbf{r}_n, \mathbf{r}_{n-1}) \dots G(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_0) \Psi_T(\mathbf{r}_0)}$$

e scrivendo $\Psi(\tau) = \Psi_T + \delta\Psi(\tau)$, allora è possibile riscrivere

Introducendo il valor medio di un qualsiasi operatore O “mixed”

$$\langle O \rangle_{\text{mix}} = \frac{\langle \Psi_T | O | \Psi(\tau) \rangle}{\langle \Psi_T | \Psi(\tau) \rangle} = \frac{\int d\mathbf{P}_n \Psi_T^\dagger(\mathbf{r}_n) O G(\mathbf{r}_n, \mathbf{r}_{n-1}) \dots G(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_0) \Psi_T(\mathbf{r}_0)}{\int d\mathbf{P}_n \Psi_T^\dagger(\mathbf{r}_n) G(\mathbf{r}_n, \mathbf{r}_{n-1}) \dots G(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_0) \Psi_T(\mathbf{r}_0)}$$

e scrivendo $\Psi(\tau) = \Psi_T + \delta\Psi(\tau)$, allora è possibile riscrivere

$$\langle O(\tau) \rangle \approx \langle O(\tau) \rangle_{\text{mix}} + [\langle O(\tau) \rangle_{\text{mix}} - \langle O \rangle_T]$$

Problema: gli errori statistici nel calcolo dei valori medi, dovuti alla procedura Monte Carlo, crescono esponenzialmente al crescere del tempo.

Problema: gli errori statistici nel calcolo dei valori medi, dovuti alla procedura Monte Carlo, crescono esponenzialmente al crescere del tempo.

E' quindi necessario limitare il calcolo a intervalli di tempo finiti e utilizzare una procedura di estrapolazione per $\tau \rightarrow \infty$

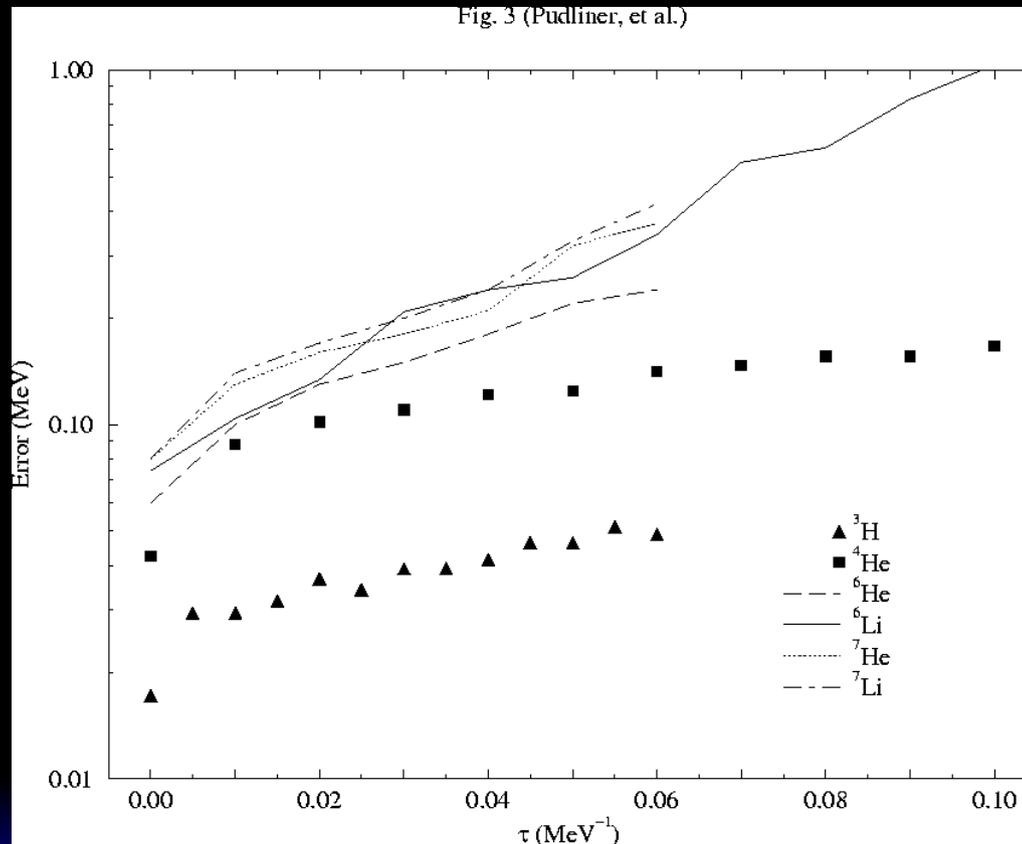
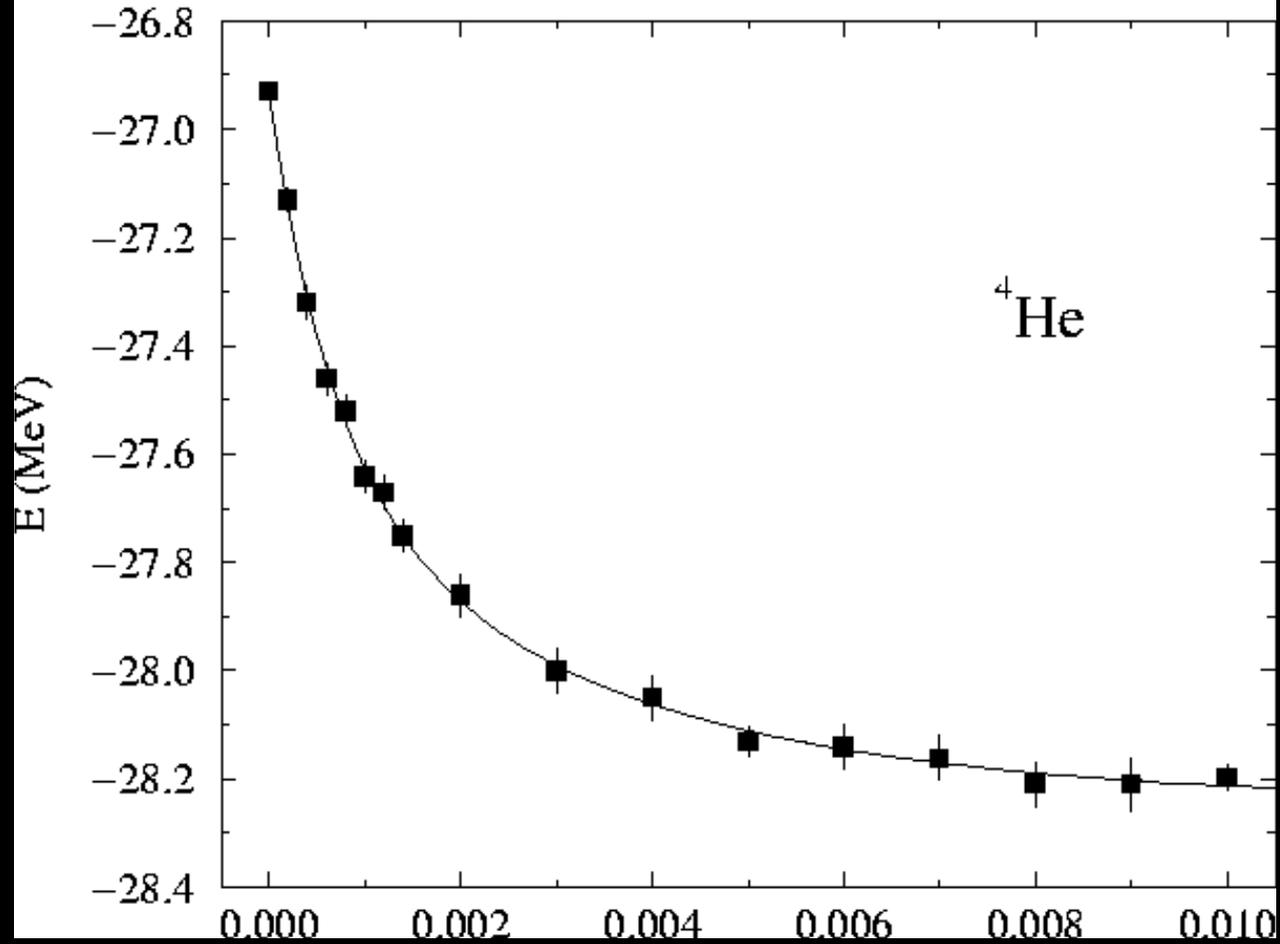
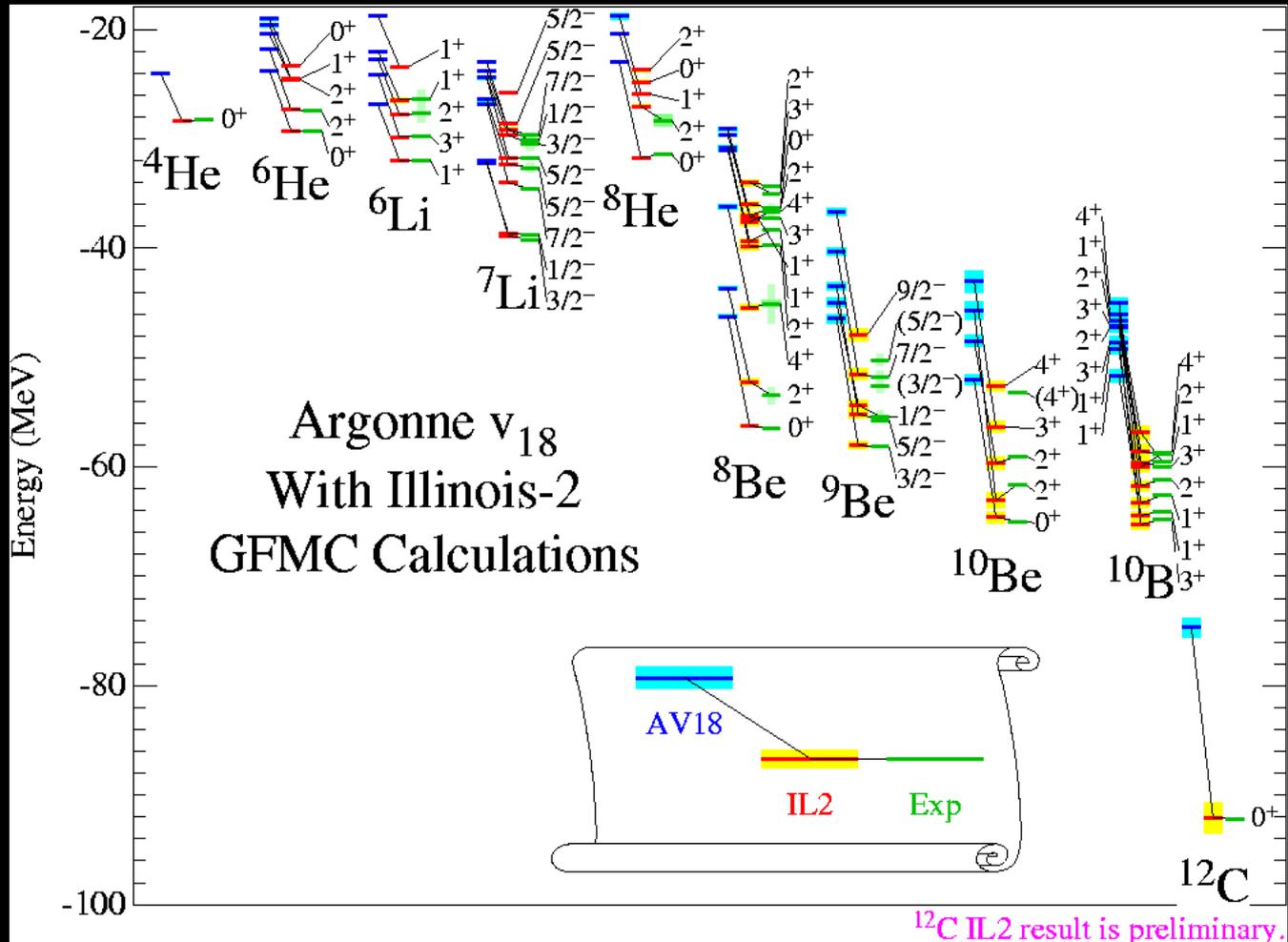


Fig. 4 (Pudliner, et al.)





No-Core Shell Model

Il punto di partenza è l'hamiltoniana ad A nucleoni a cui viene aggiunto il potenziale del centro di massa nella base dell'oscillatore armonico:

No-Core Shell Model

Il punto di partenza è l'hamiltoniana ad A nucleoni a cui viene aggiunto il potenziale del centro di massa nella base dell'oscillatore armonico:

$$H_A^\omega = \sum_{i=1}^A \left[\frac{p_i^2}{2m} + \frac{1}{2} \omega^2 r_i^2 \right] + \sum_{i < j=1}^A \left[V(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j) - \frac{m\omega^2}{2A} (\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j)^2 \right]$$

No-Core Shell Model

Il punto di partenza è l'hamiltoniana ad A nucleoni a cui viene aggiunto il potenziale del centro di massa nella base dell'oscillatore armonico:

$$H_A^\omega = \sum_{i=1}^A \left[\frac{p_i^2}{2m} + \frac{1}{2} \omega^2 r_i^2 \right] + \sum_{i < j=1}^A \left[V(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j) - \frac{m\omega^2}{2A} (\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j)^2 \right]$$

Questa hamiltoniana va diagonalizzata in uno spazio costituito dalle autofunzioni di oscillatore armonico, le dimensioni di questo spazio devono essere sufficienti da rendere stabili numericamente gli autovalori dello spettro più bassi in energia

Problema: la dimensionalità del problema, anche per un nucleo leggero, rende i calcoli praticamente impossibili

Problema: la dimensionalità del problema, anche per un nucleo leggero, rende i calcoli praticamente impossibili

Lo spazio di Hilbert viene allora limitato agli stati il cui numero totale di quanti di oscillatore armonico N siano minori di un dato N_{\max}

Problema: la dimensionalità del problema, anche per un nucleo leggero, rende i calcoli praticamente impossibili

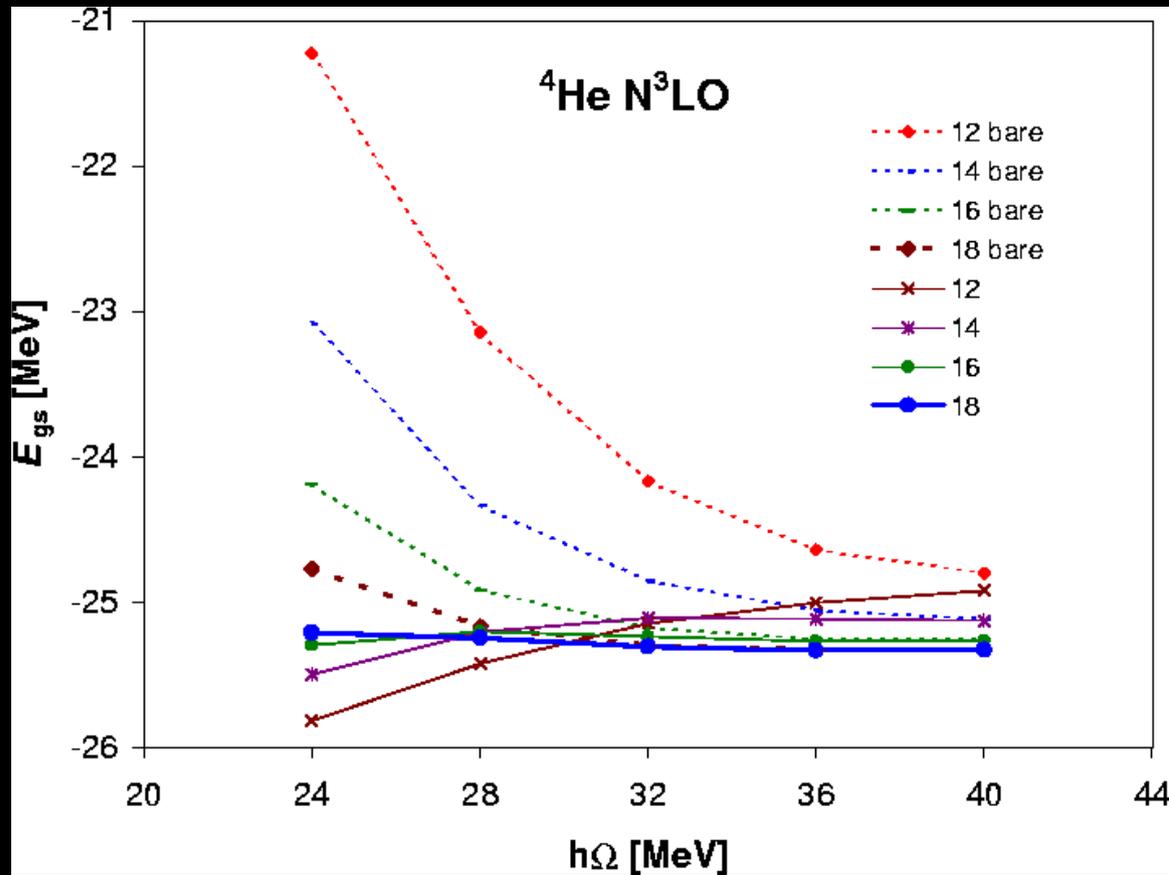
Lo spazio di Hilbert viene allora limitato agli stati il cui numero totale di quanti di oscillatore armonico N siano minori di un dato N_{\max}

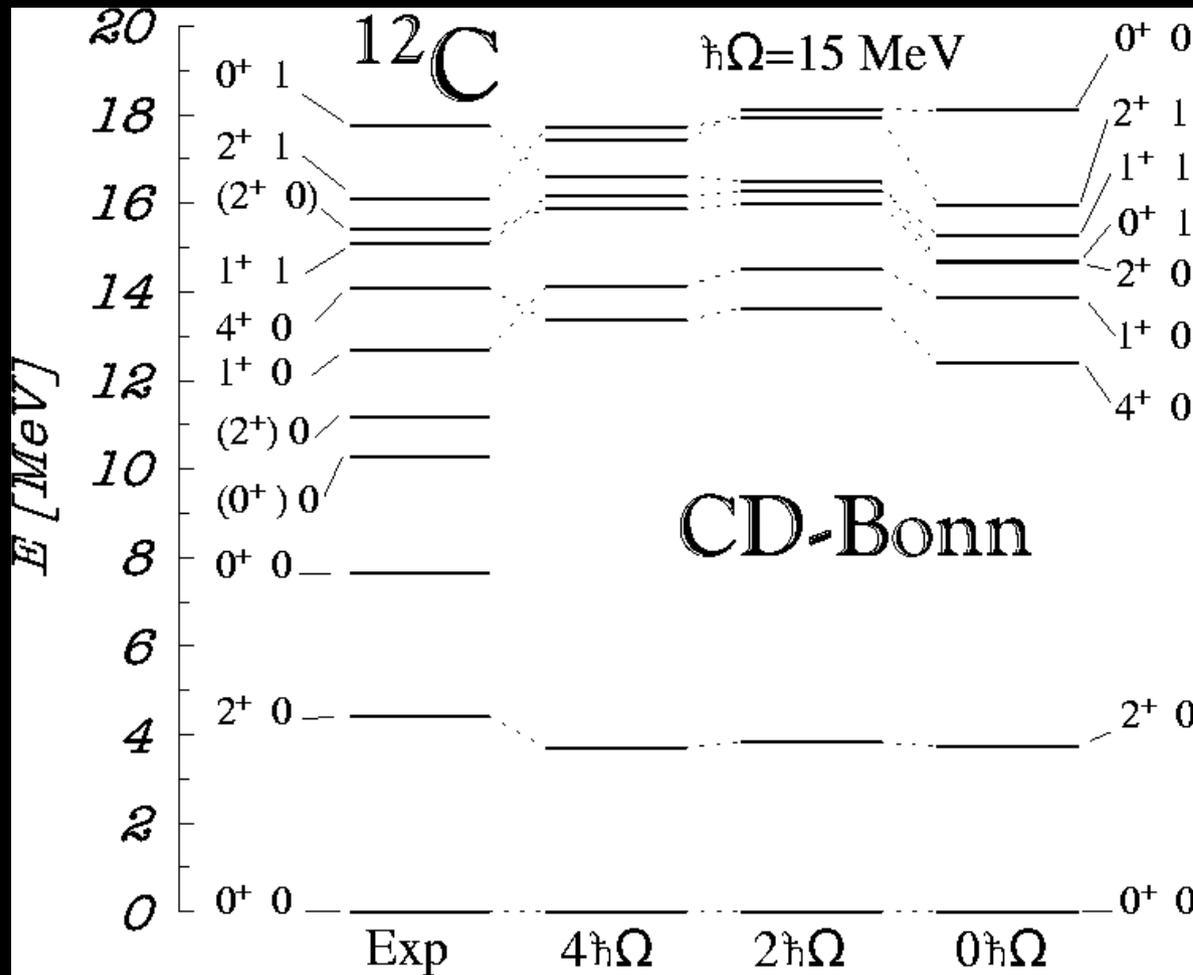


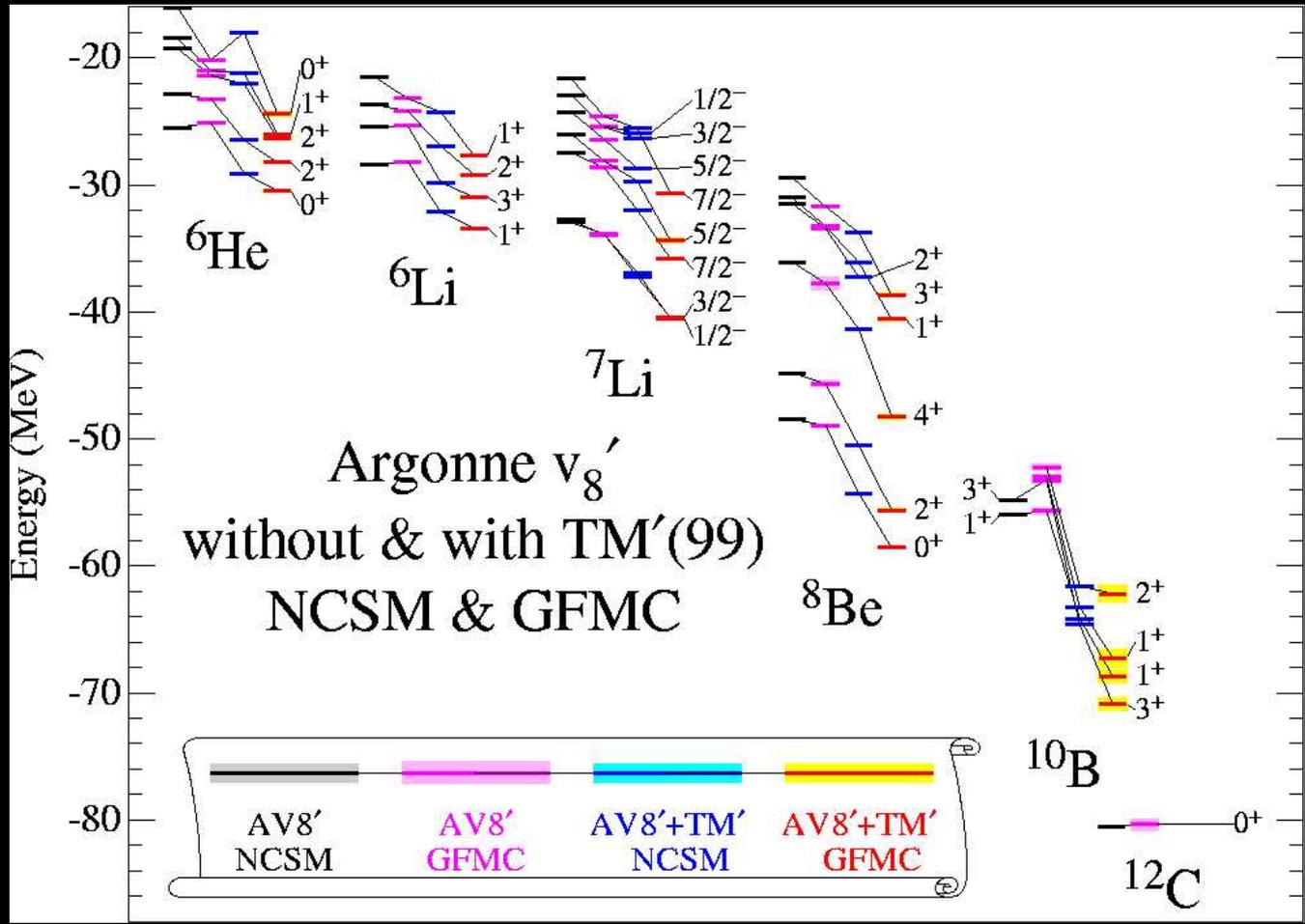
Tale troncamento rende necessario rinormalizzare il potenziale a due corpi per tener conto in modo **efficace/effettivo** delle correlazioni di “corto” range del potenziale nucleone-nucleone

Il potenziale efficace/effettivo necessario a diagonalizzare l'hamiltoniana H_A^ω nello spazio ridotto alle configurazioni $N < N_{\max}$ si ottiene diagonalizzando tale hamiltoniana con le sommatorie ristrette a 2/3 nucleoni (mantenendo fissato A) nello spazio grande, poi utilizzando la trasformazione unitaria di Lee-Suzuki si estrae un'hamiltoniana efficace/effettiva H_{eff} nello spazio ridotto

Sottraendo a H_{eff} il termine di energia cinetica e quello del potenziale del centro di massa si ottiene il potenziale a 2/3 corpi efficace/effettivo da utilizzare per i sistemi ad A nucleoni







Coupled-cluster approach

La teoria dei **coupled cluster** è stata introdotta per la prima volta in struttura nucleare nel 1958 da F. Coester

Coupled-cluster approach

La teoria dei **coupled cluster** è stata introdotta per la prima volta in struttura nucleare nel 1958 da F. Coester

Formalmente la funzione correlata del sistema a molti corpi viene scritta come:

$$|\Psi\rangle = \exp(-T)|\Psi_0\rangle$$

dove l'operatore di correlazione $T = T_1 + T_2 + \dots + T_A$ è espresso come somma di operatori di correlazione

$$T_1 = \sum_{i \langle \epsilon_f, a \rangle \epsilon_f} t_i^a a_a^\dagger a_i \quad T_2 = \sum_{ij \langle \epsilon_f, ab \rangle \epsilon_f} t_{ij}^{ab} a_a^\dagger a_b^\dagger a_i a_j \quad \dots$$

Per ottenere le ampiezze t degli operatori di correlazione si utilizza il principio variazionale che porta a un insieme di equazioni del tipo:

$$\langle \Psi_0 | \exp(T) H \exp(-T) | \Psi_i^a \rangle = 0$$

$$\langle \Psi_0 | \exp(T) H \exp(-T) | \Psi_{ij}^{ab} \rangle = 0$$

...

Per ottenere le ampiezze t degli operatori di correlazione si utilizza il principio variazionale che porta a un insieme di equazioni del tipo:

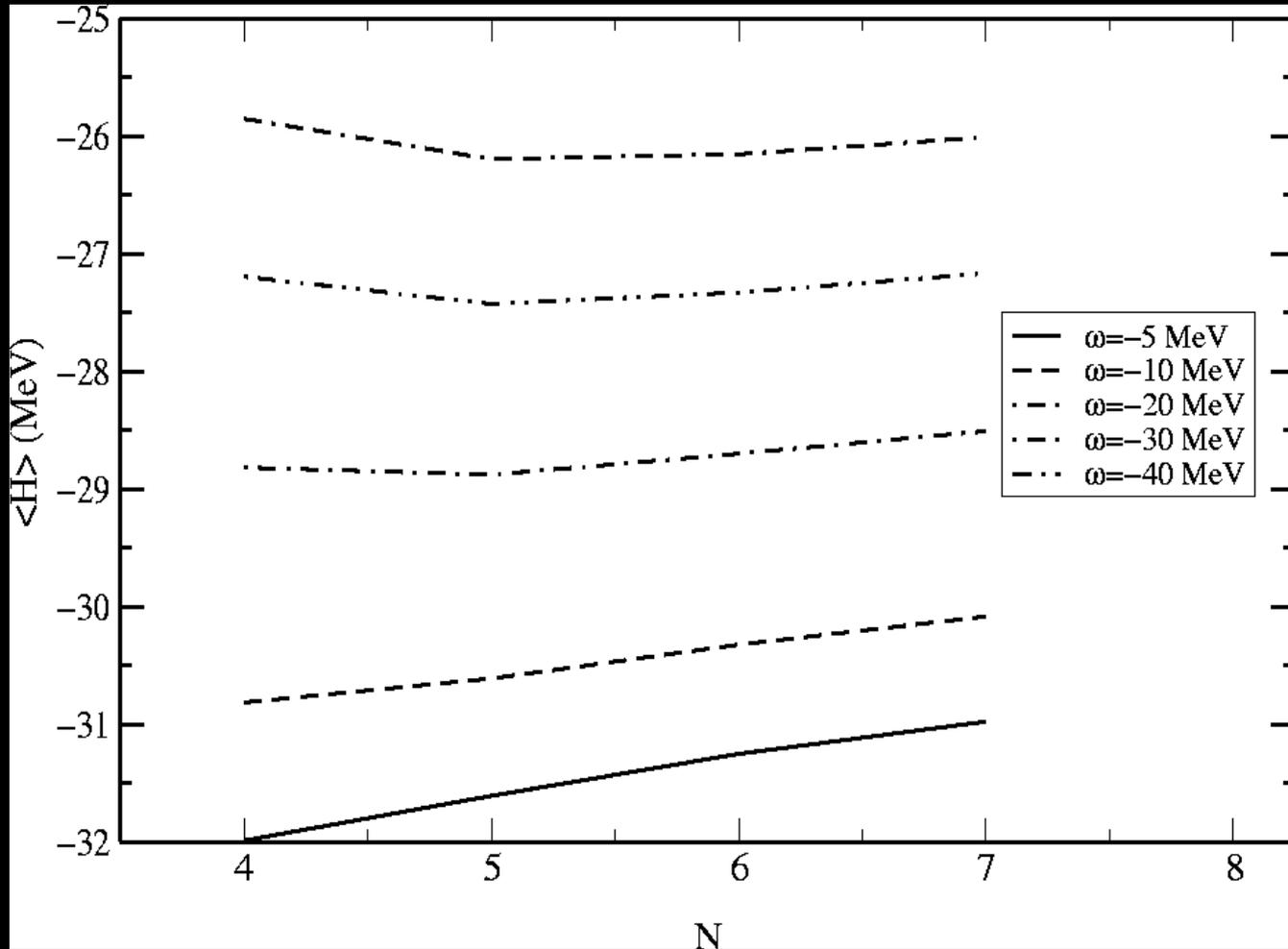
$$\langle \Psi_0 | \exp(T) H \exp(-T) | \Psi_i^a \rangle = 0$$

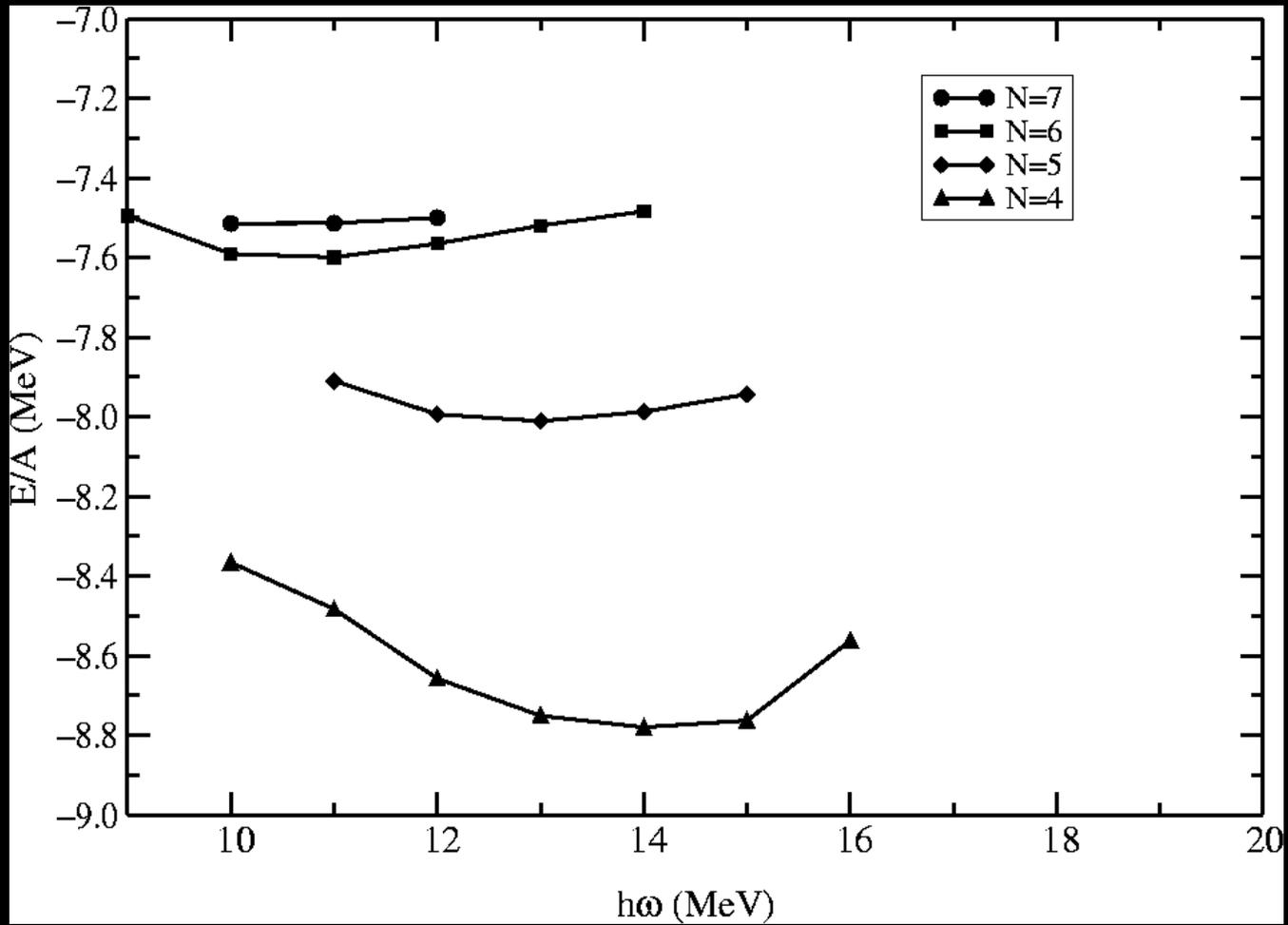
$$\langle \Psi_0 | \exp(T) H \exp(-T) | \Psi_{ij}^{ab} \rangle = 0$$

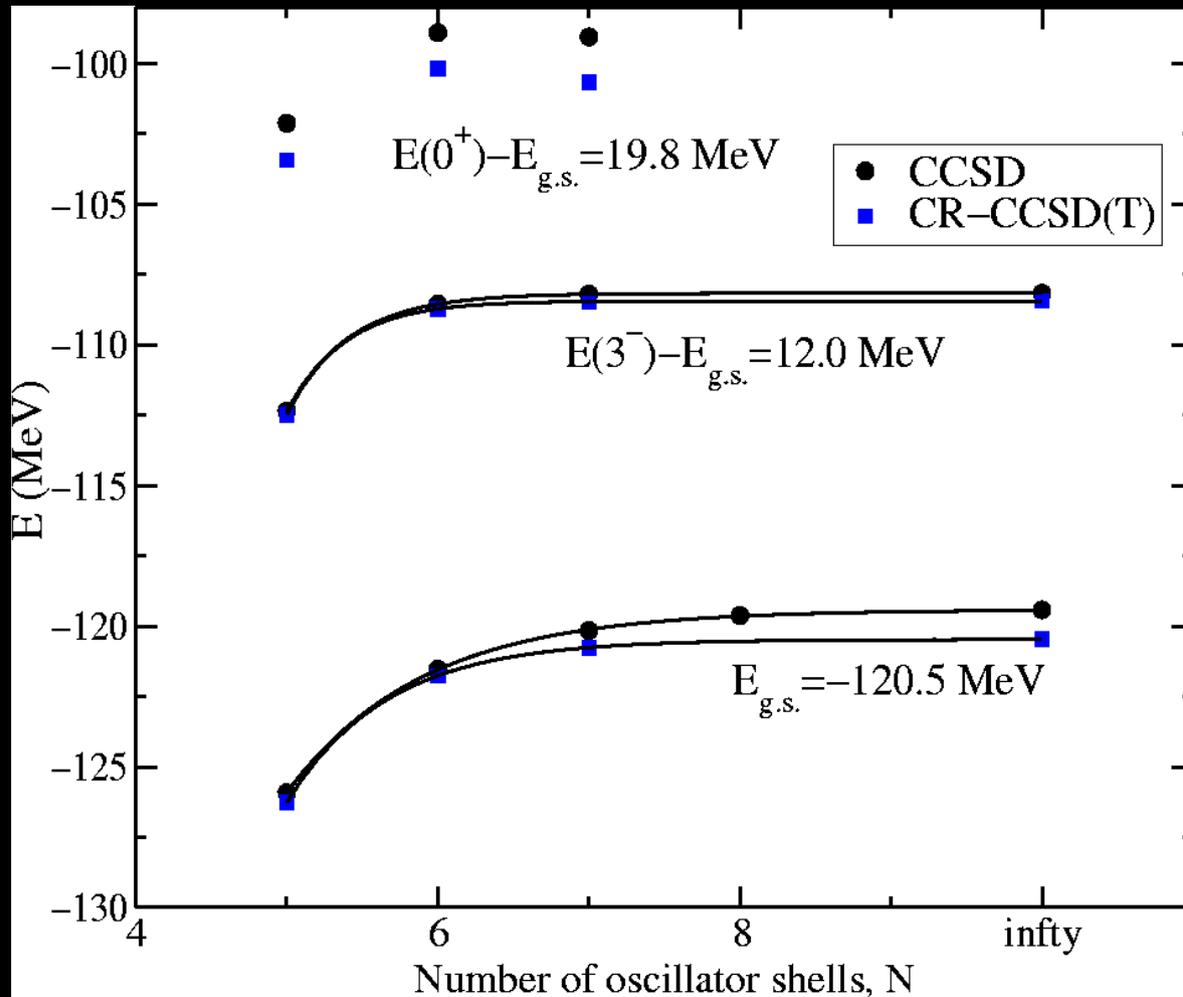
...

La quantità $\exp(T) H \exp(-T)$ viene calcolata utilizzando la relazione di Baker-Hausdorf:

$$\begin{aligned} \exp(T) H \exp(-T) = & H + [H, T_1] + [H, T_2] + \frac{1}{2} [[H, T_1], T_1] + \\ & + \frac{1}{2} [[H, T_2], T_2] + [[H, T_1], T_2] \end{aligned}$$







Approccio perturbativo

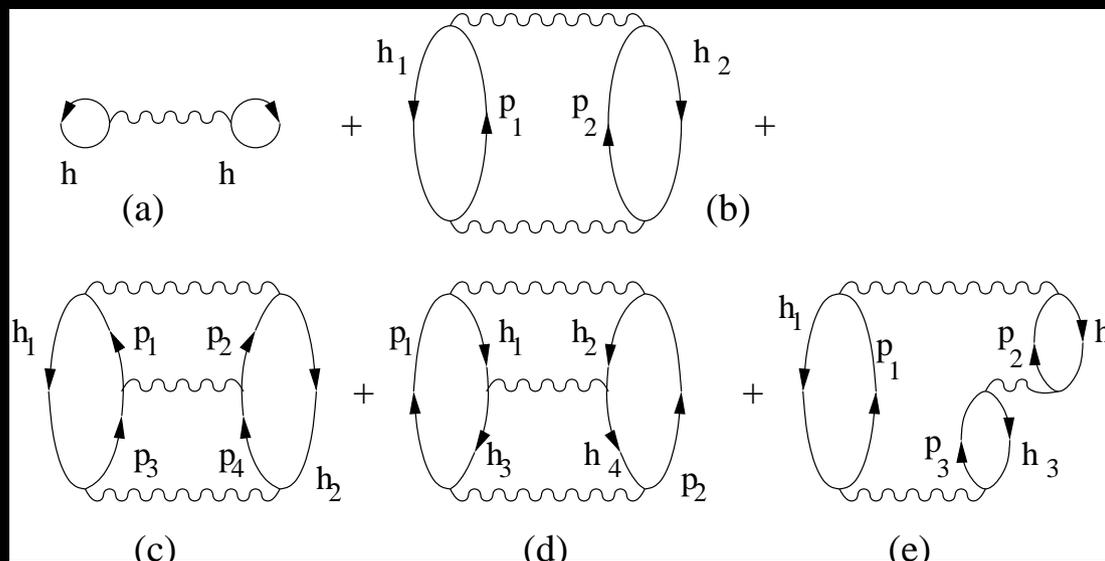
Questo schema è particolarmente funzionale al calcolo dello stato fondamentale di nuclei doppiamente magici (ad es. ${}^4\text{He}$, ${}^{16}\text{O}$, ${}^{40}\text{Ca}$, etc.). L'idea fondamentale è quella di introdurre un campo medio ausiliare U in modo tale da scrivere l'hamiltoniana

$$H = (T + U) + (V - U) = H_0 + H_1$$

H_0 descrive il nucleo come un insieme di nucleoni indipendenti immersi in un campo medio U , che potrebbe essere ad esempio il potenziale autoconsistente di Hartree-Fock

H_1 è l'hamiltoniana di interazione residua che viene trattata perturbativamente.

Lo sviluppo perturbativo dell'energia dello stato fondamentale del nucleo (**sviluppo di Goldstone**) può essere rappresentato diagrammaticamente:



Non è possibile arrestare lo sviluppo perturbativo ai bassi ordini utilizzando un potenziale realistico NN a causa della repulsione nel regime degli alti momenti relativi.

Non è possibile arrestare lo sviluppo perturbativo ai bassi ordini utilizzando un potenziale realistico NN a causa della repulsione nel regime degli alti momenti relativi.



Il potenziale NN va rinormalizzato: un'approccio molto conveniente è quello di costruire mediante un procedimento efficace/effettivo un potenziale definito solo per valori bassi del momento relativo (sino a un momento di cutoff Λ), che preserva esattamente la fisica del problema nucleone-nucleone sino a Λ

Ispirazione per rinormalizzare V_{NN} :

- Teorie effettive di campo (EFT)

Ispirazione per rinormalizzare V_{NN} :

- Teorie effettive di campo (EFT)
- Gruppo di rinormalizzazione (RG)

Ispirazione per rinormalizzare V_{NN} :

- Teorie effettive di campo (EFT)
- Gruppo di rinormalizzazione (RG)

$$\Phi = \Phi_S + \Phi_F$$

$$\Phi_S = \text{slow}, k < \Lambda$$

$$\Phi_F = \text{fast}, k > \Lambda$$

$$e^{S_{\text{eff}}[\Phi_S]} = e^{S_0[\Phi_S]} \frac{\int [d\Phi_F] e^{S_0[\Phi_F]} e^{S_I[\Phi_S, \Phi_F]}}{\int [d\Phi_F] e^{S_0[\Phi_F]}}$$

$$S[\Phi] \approx S_0[\Phi_S] + S_0[\Phi_F] + S_I[\Phi_S, \Phi_F]$$

EFT

Φ_S = campo veloce

Φ_F = campo lento

S_{eff}

Λ = momento di cutoff



FISICA

NUCLEARE

spazio modello P

complemento $Q = 1 - P$

$P H_{\text{eff}} P$ interazione

efficace/effettiva

frontiera dello spazio P

EFT

Φ_S = campo veloce

Φ_F = campo lento

S_{eff}

Λ = momento di cutoff



FISICA

NUCLEARE

spazio modello P

complemento $Q = 1 - P$

$P H_{\text{eff}} P$ interazione

efficace/effettiva

frontiera dello spazio P



Dall'EFT: E' possibile restringere il campo di definizione di V_{NN} alle sole configurazioni con $k < \Lambda = k_{\text{cutoff}}$

Hamiltoniana del deutone:

Nello spazio completo:

$$\langle k|(T + V_{NN})|k'\rangle \langle k'|\Psi_n\rangle = E_n \langle k|\Psi_n\rangle \quad 0 < k, k' < \infty$$

In uno spazio modello ridotto $P = \sum_{k < \Lambda} |k\rangle \langle k|$

$$\langle k|(T + V_{\text{eff}})|k'\rangle \langle k'|\Phi_m\rangle = \tilde{E}_m \langle k|\Phi_m\rangle \quad 0 < k, k' < \Lambda$$

Vincolo fondamentale: $\tilde{E}_m \in \{E_n\}$

Hamiltoniana del deutone:

Nello spazio completo:

$$\langle k|(T + V_{NN})|k'\rangle \langle k'|\Psi_n\rangle = E_n \langle k|\Psi_n\rangle \quad 0 < k, k' < \infty$$

In uno spazio modello ridotto $P = \sum_{k < \Lambda} |k\rangle \langle k|$

$$\langle k|(T + V_{\text{eff}})|k'\rangle \langle k'|\Phi_m\rangle = \tilde{E}_m \langle k|\Phi_m\rangle \quad 0 < k, k' < \Lambda$$

Vincolo fondamentale: $\tilde{E}_m \in \{E_n\}$

Come ottenere $\langle k|H_{\text{eff}}|k'\rangle$?

Hamiltoniana del deutone:

Nello spazio completo:

$$\langle k|(T + V_{NN})|k'\rangle \langle k'|\Psi_n\rangle = E_n \langle k|\Psi_n\rangle \quad 0 < k, k' < \infty$$

In uno spazio modello ridotto $P = \sum_{k < \Lambda} |k\rangle \langle k|$

$$\langle k|(T + V_{\text{eff}})|k'\rangle \langle k'|\Phi_m\rangle = \tilde{E}_m \langle k|\Phi_m\rangle \quad 0 < k, k' < \Lambda$$

Vincolo fondamentale: $\tilde{E}_m \in \{E_n\}$

Come ottenere $\langle k|H_{\text{eff}}|k'\rangle$?



Trasformazione unitaria: metodo di Andreozzi-Lee-Suzuki

Energia di legame del deutone

Potenziale CD-Bonn

Λ (in fm^{-1})	$PV_{\text{eff}}P$ (in MeV)	V_{NN} (in MeV)
1.6	-2.225	-2.225
1.8	-2.225	
2.0	-2.225	
2.2	-2.225	

Calcolo degli sfasamenti

Equazione di Lippman-Schwinger

$$\langle p' | T(\epsilon_p) | p \rangle = \langle p' | V_{NN} | p \rangle + \int_0^\infty k^2 dk \frac{\langle p' | V_{NN} | k \rangle \langle k | T(\epsilon_p) | p \rangle}{\epsilon_p - \epsilon_k}$$

$$\langle p' | T_{\text{eff}}(\epsilon_p) | p \rangle = \langle p' | V_{\text{eff}} | p \rangle + \int_0^\Lambda k^2 dk \frac{\langle p' | V_{\text{eff}} | k \rangle \langle k | T_{\text{eff}}(\epsilon_p) | p \rangle}{\epsilon_p - \epsilon_k}$$

Potenziali NN di basso momento

Sfasamenti nel canale di diffusione 1S_0 (in gradi)

E_{lab} (MeV)	CD-Bonn	$V_{\text{low-k}}$	Expt.
1	62.1	62.1	62.1
10	60.0	60.0	60.0
25	50.9	50.9	50.9
50	40.5	40.5	40.5
100	26.4	26.4	26.8
150	16.3	16.3	16.9
200	8.3	8.3	8.9
250	1.6	1.6	2.0
300	-4.3	-4.3	-4.5

Il momento di cutoff Λ

E' possibile definire il momento di cutoff Λ in modo da costruire un ricoprimento dello spazio delle configurazioni r a partire da quello dei momenti k ?

Il momento di cutoff Λ

E' possibile definire il momento di cutoff Λ in modo da costruire un ricoprimento dello spazio delle configurazioni r a partire da quello dei momenti k ?

Λ = frontiera nello spazio dei momenti

Il momento di cutoff Λ

E' possibile definire il momento di cutoff Λ in modo da costruire un ricoprimento dello spazio delle configurazioni r a partire da quello dei momenti k ?

Λ = frontiera nello spazio dei momenti



frontiera nello spazio della base dell'oscillatore armonico

Momento di cutoff Λ

A un dato valore di Λ corrisponde un valore massimo dell'energia del moto relativo nel sistema di due nucleoni:

$$E_{\max} = \frac{\hbar^2 \Lambda^2}{M}$$

Momento di cutoff Λ

A un dato valore di Λ corrisponde un valore massimo dell'energia del moto relativo nel sistema di due nucleoni:

$$E_{\max} = \frac{\hbar^2 \Lambda^2}{M}$$

Nella base di oscillatore armonico abbiamo:

$$E_{\max} = (2n + l + \frac{3}{2})\hbar\omega = (N_{\max} + \frac{3}{2})\hbar\omega$$

Momento di cutoff Λ

A un dato valore di Λ corrisponde un valore massimo dell'energia del moto relativo nel sistema di due nucleoni:

$$E_{\max} = \frac{\hbar^2 \Lambda^2}{M}$$

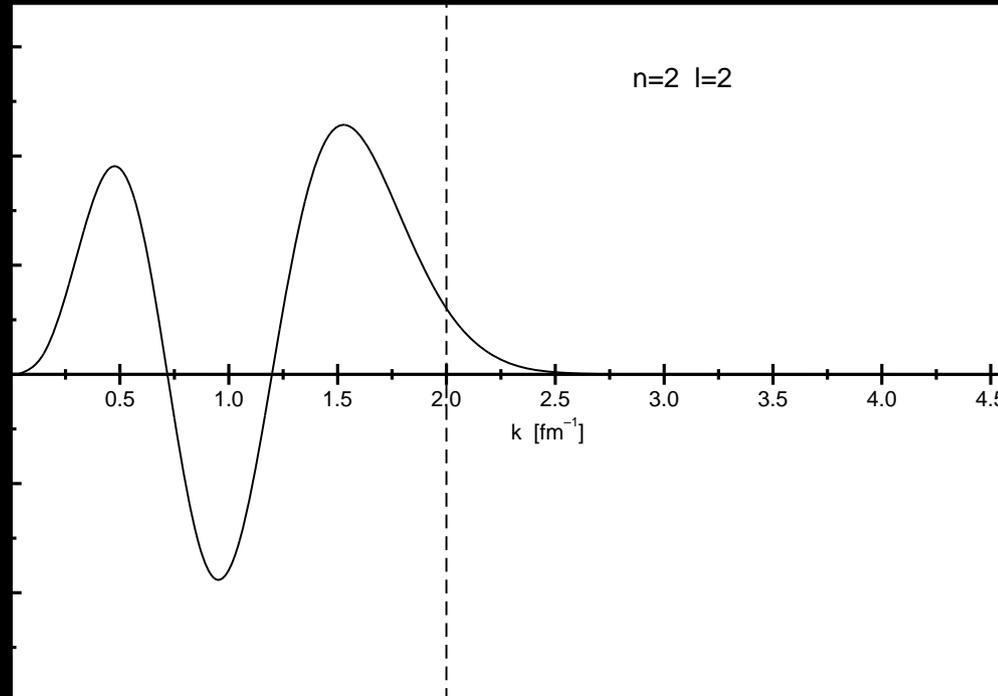
Nella base di oscillatore armonico abbiamo:

$$E_{\max} = \left(2n + l + \frac{3}{2}\right) \hbar \omega = \left(N_{\max} + \frac{3}{2}\right) \hbar \omega$$

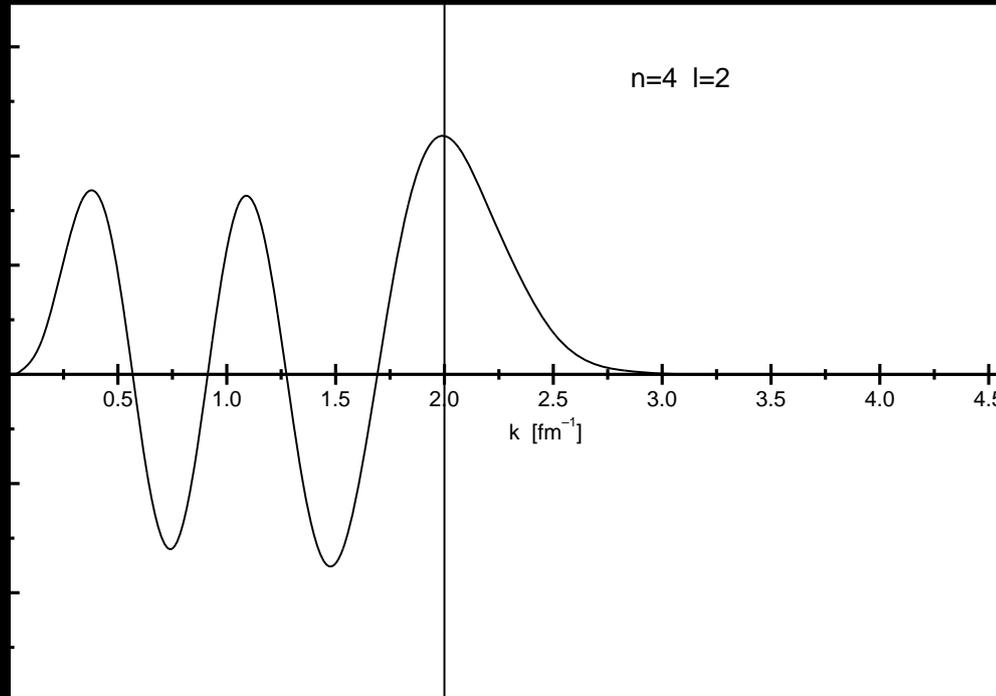
Fissato $\hbar \omega$, poniamo in relazione Λ con il valore massimo N_{\max} dei quanti di oscillatore armonico delle configurazioni a due corpi

$$\Lambda = \sqrt{\frac{M\omega}{\hbar} \left(N_{\max} + \frac{3}{2}\right)}$$

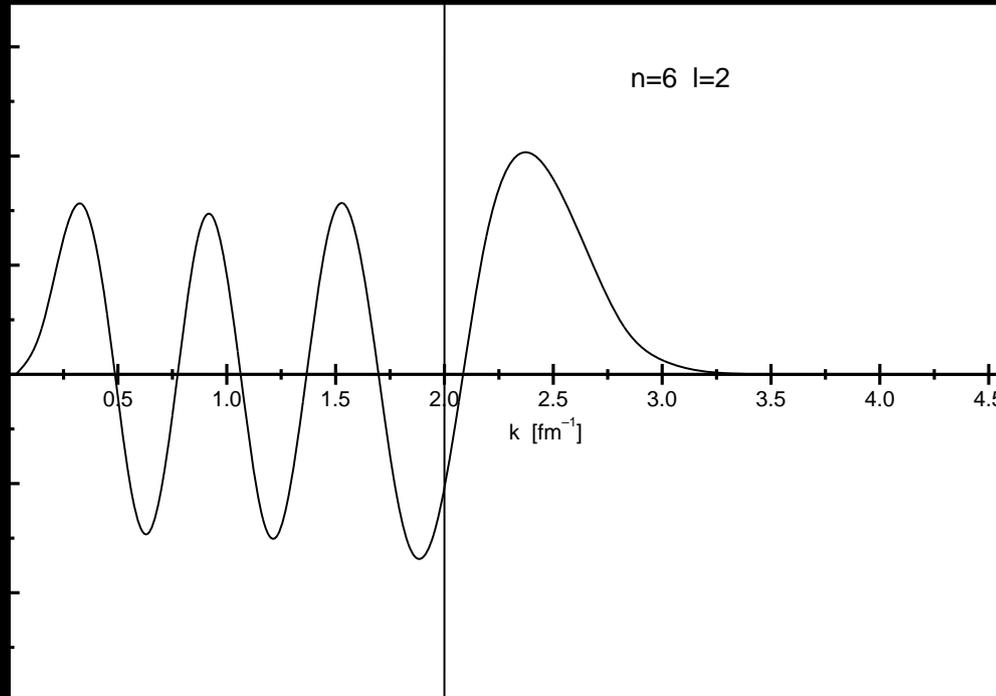
Momento di cutoff Λ



Momento di cutoff Λ



Momento di cutoff Λ



Applicazioni

Nuclei doppiamente magici

- Energie di legame

Dobbiamo risolvere l'eq. di Schrödinger $H\Psi = E\Psi$ dove

$$H = T + V = (T + U) + (V - U) = H_0 + H_1$$

potenziale ausiliario di Hartree-Fock

- Sviluppo perturbativo

Correzione del centro di massa

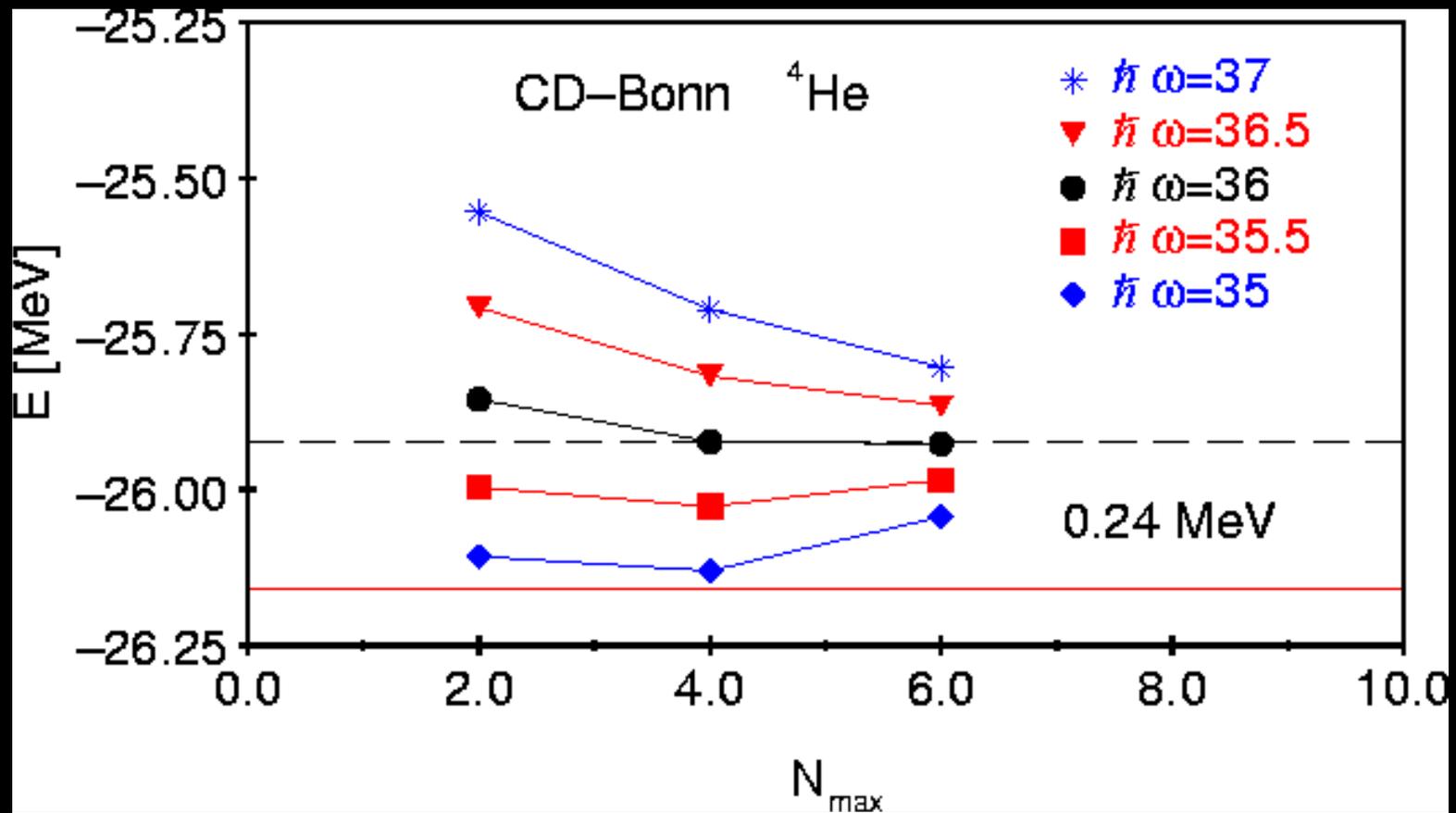
Rimuoviamo l'energia cinetica spuria del centro di massa scrivendo l'operatore T come

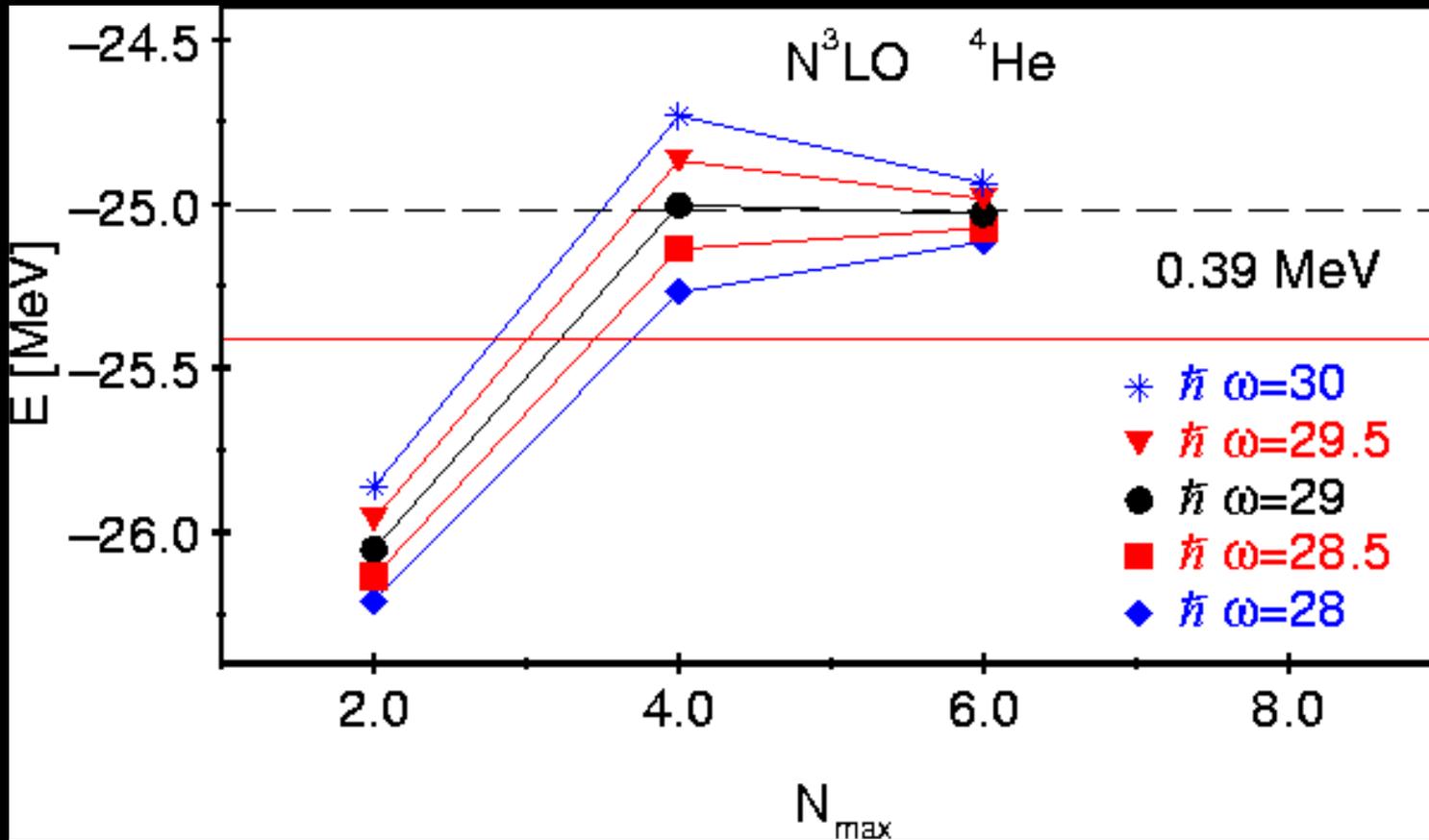
$$T = \frac{1}{2Am} \sum_{i < j} (\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_j)^2$$

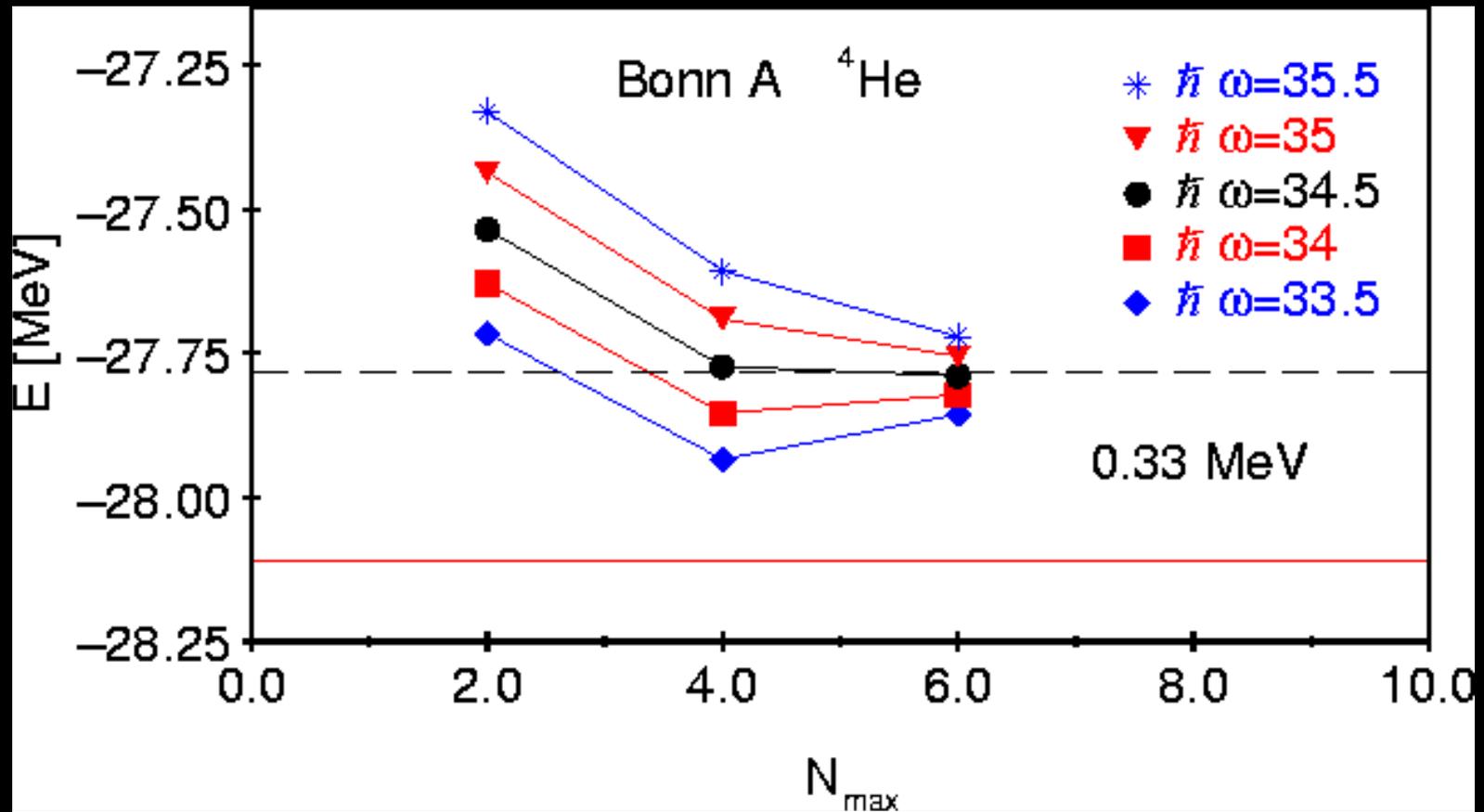
L'hamiltoniana viene quindi riscritta come

$$H = \left(1 - \frac{1}{A}\right) \sum_{i=1}^A \frac{p_i^2}{2m} + \sum_{i < j} \left(V_{ij} - \frac{\mathbf{p}_i \cdot \mathbf{p}_j}{mA} \right)$$

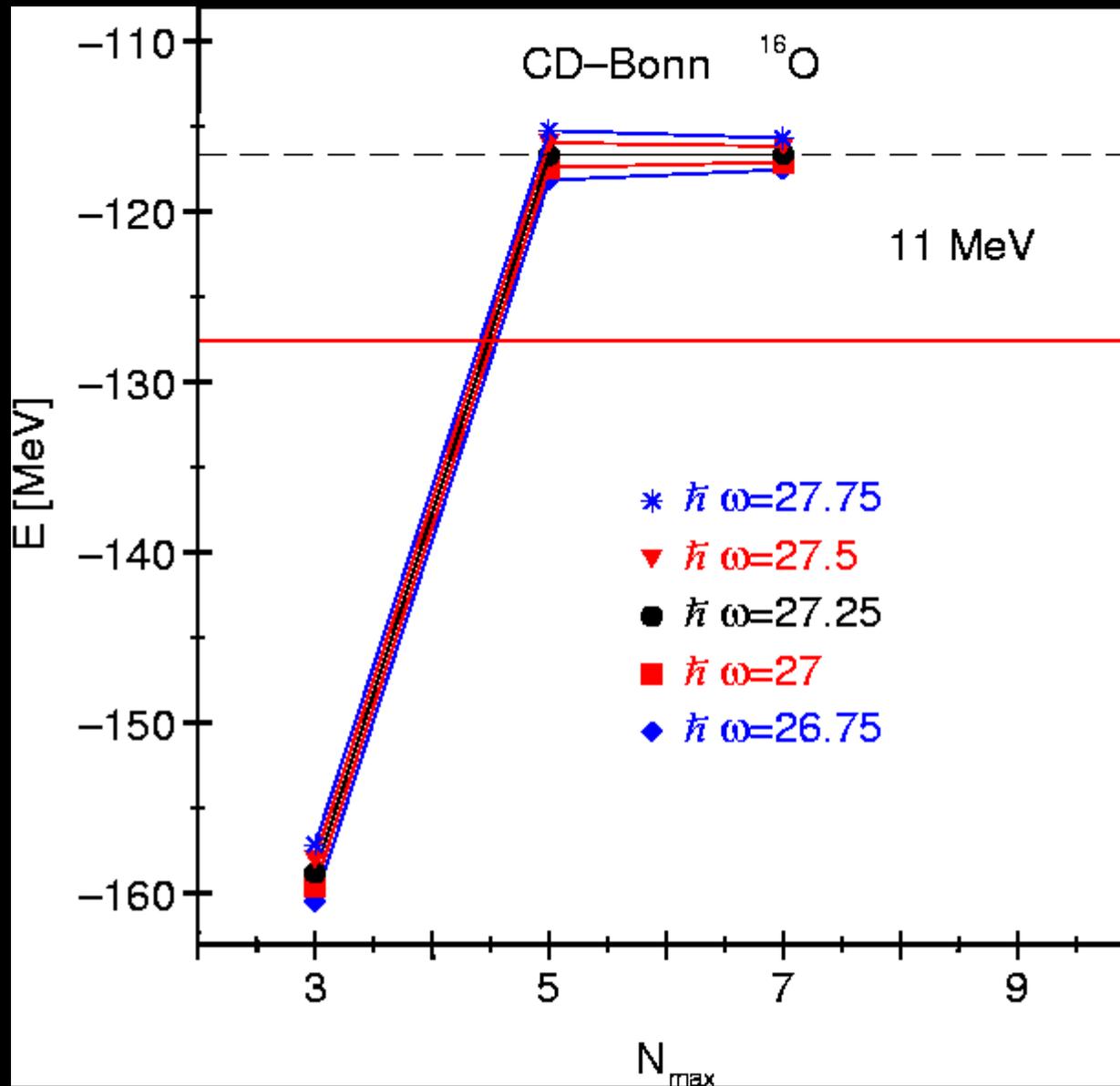
${}^4\text{He}$

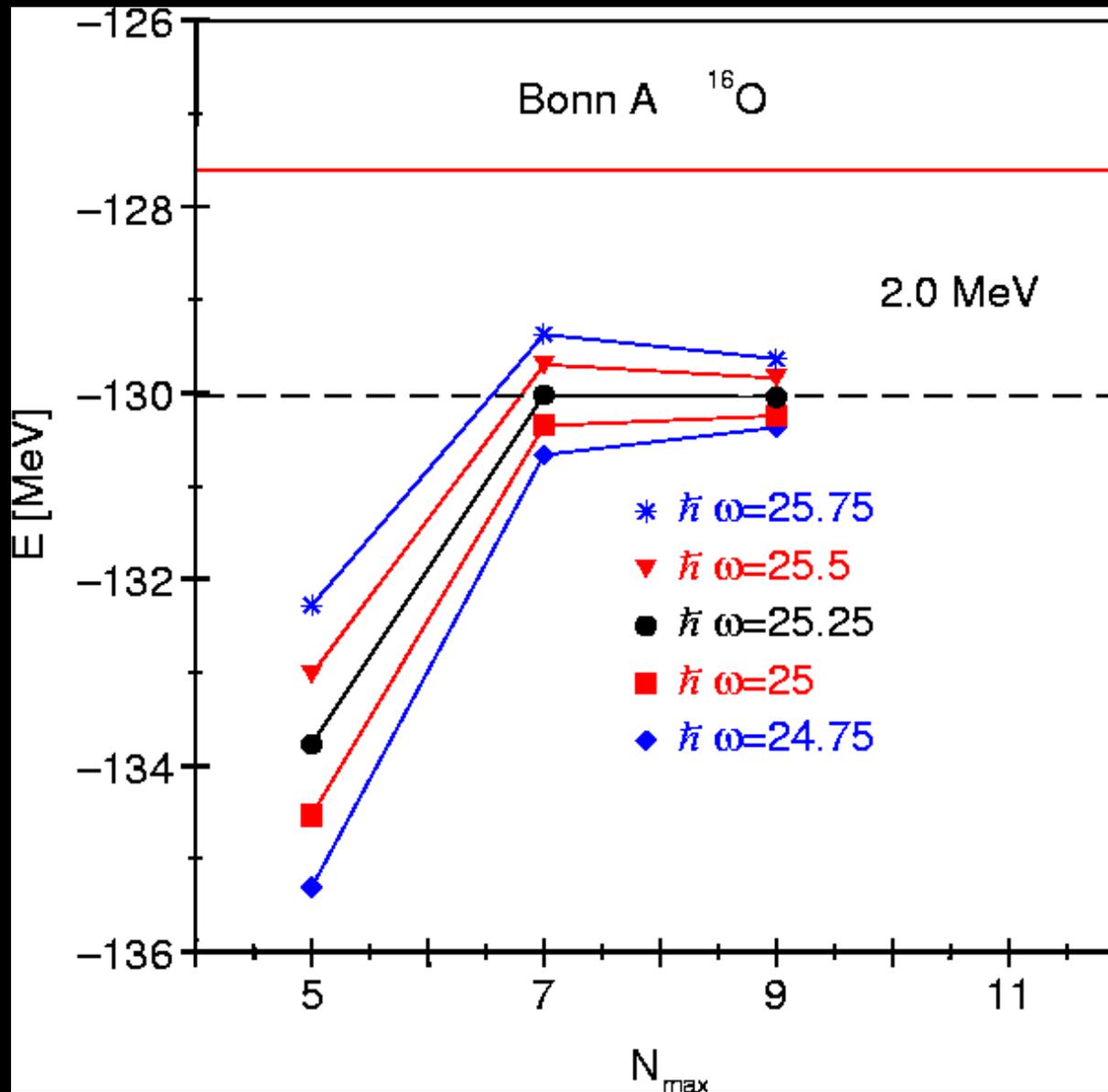




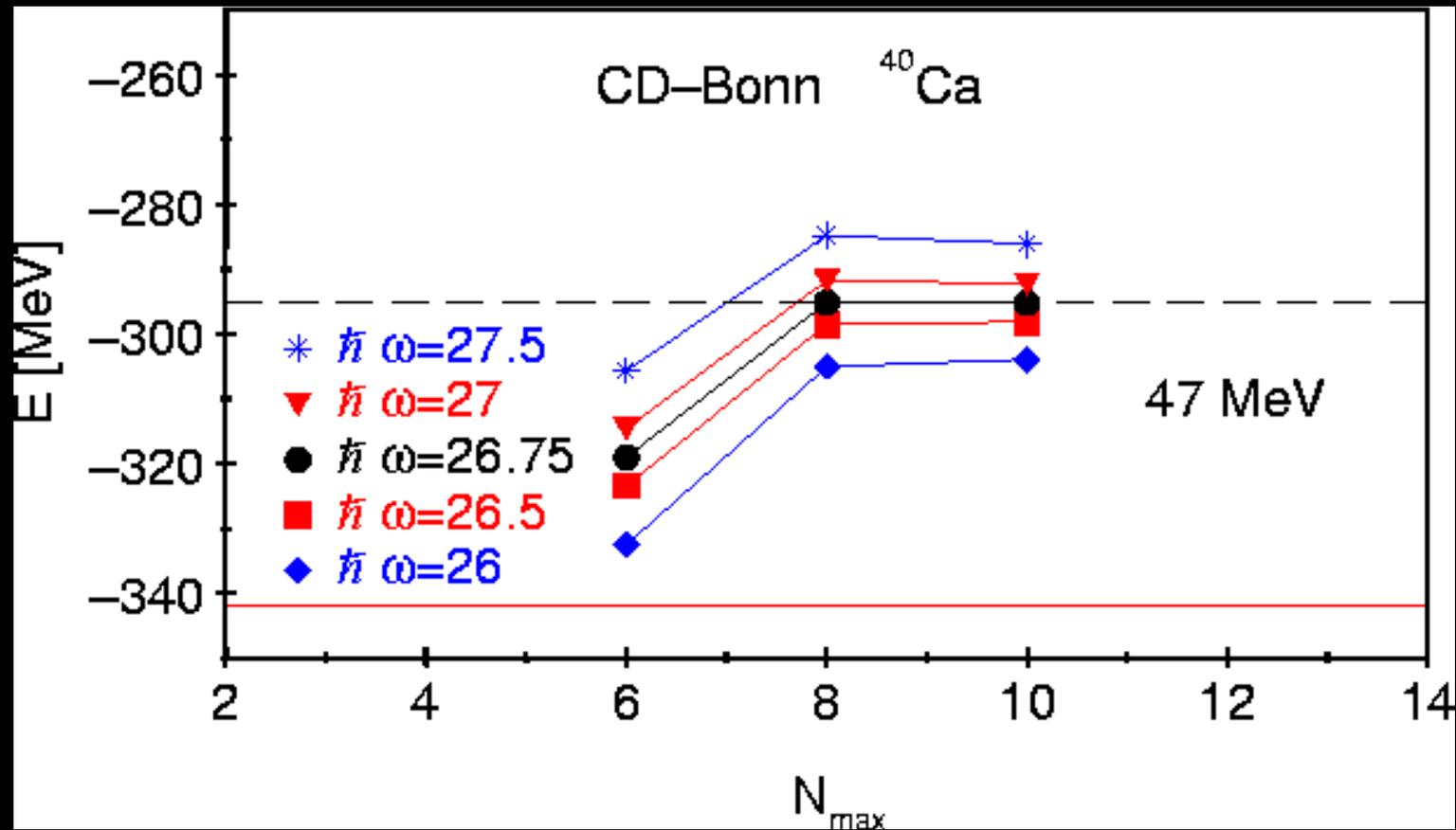


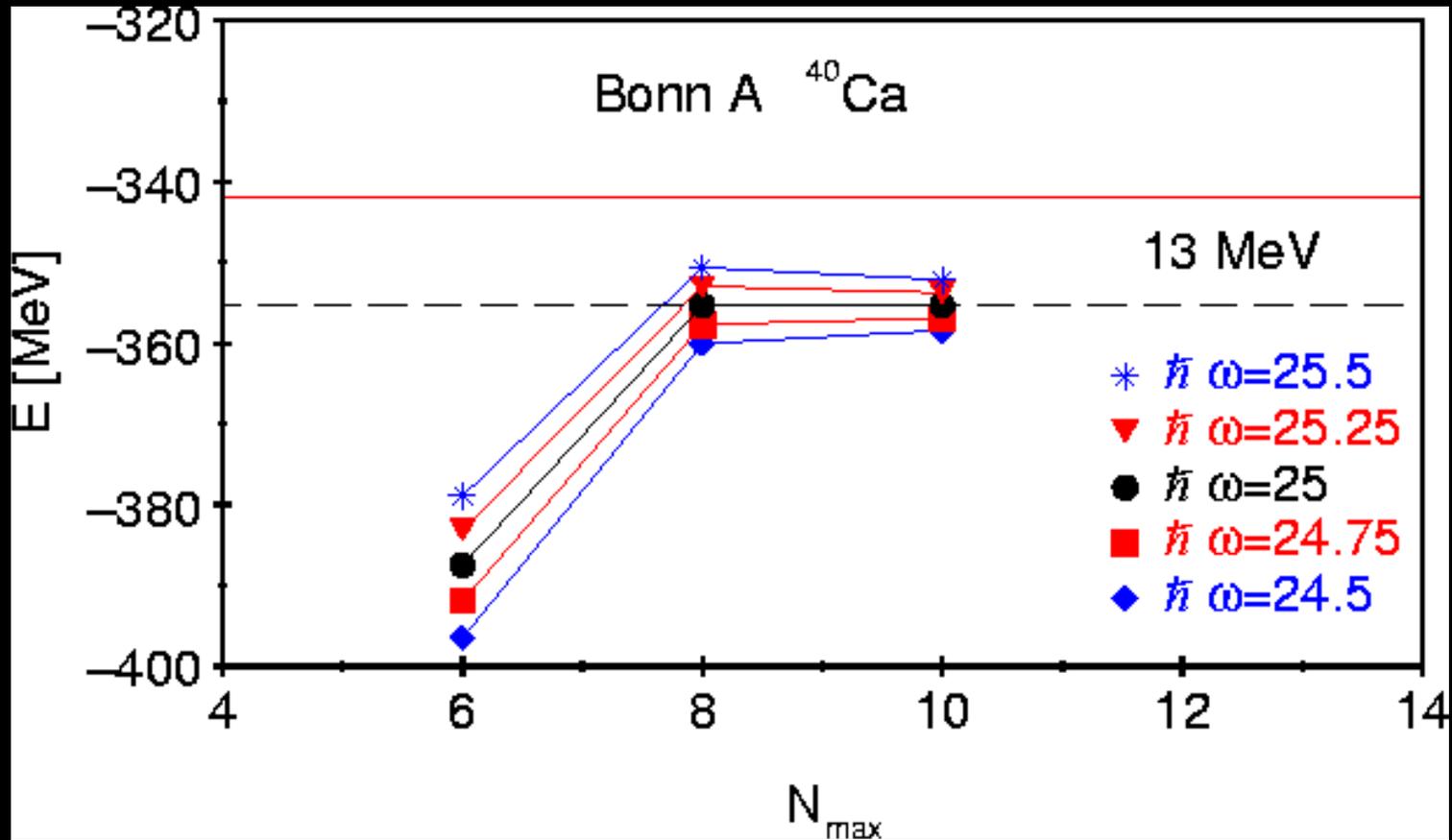
^{16}O





^{40}Ca





Futuro prossimo

- Calcoli nella regione di nuclei di massa intermedia

- Calcoli nella regione di nuclei di massa intermedia
- Inclusione di forze a tre corpi

- Calcoli nella regione di nuclei di massa intermedia
- Inclusione di forze a tre corpi
- Calcoli per la materia nucleare alternativi alla BHF

The Nuclear Force from Lattice QCD

N. Ishii^{1,2} S. Aoki³ and T. Hatsuda²

¹ *Center for Computational Sciences, University of Tsukuba, Tsukuba 305-8577, Ibaraki, JAPAN,*

² *Department of Physics, University of Tokyo, Tokyo 119-0033, JAPAN, and*

³ *Graduate School of Pure and Applied Sciences,
University of Tsukuba, Tsukuba 305-8571, Ibaraki, JAPAN*

The nucleon-nucleon (NN) potential $V_{NN}(r)$ is studied by the lattice QCD simulations in the quenched approximation, using the plaquette gauge action and the Wilson quark action on a 32^4 ($\simeq (4.4 \text{ fm})^4$) lattice. From the equal-time Bethe-Salpeter wave function, we extract the central part of the NN potentials in the 1S_0 and 3S_1 channels. The extracted potential has a strong repulsive core of a few hundred MeV at short distances ($r \lesssim 0.5 \text{ fm}$) surrounded by a relatively weak attraction at medium and long distances. These features are consistent with the empirical structure of the nuclear force.

PACS numbers: 12.38.Gc, 13.75.Cs, 21.30.Ch

2006

Collaborazione

Napoli

A. Covello

A. Gargano

N. Itaco

L. C.

SUNY - Stony Brook:

T. T. S. Kuo

University of Idaho - Moscow:

R. Machleidt