

Il momento meccanico

Nel modello di punto materiale, non è importante considerare in dettaglio dove sono applicate le forze $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3 \dots$: la dinamica è comunque determinata esclusivamente dalla risultante \vec{F} . Il risultato di questa semplificazione è l'impossibilità di descrivere le rotazioni dei corpi.

Per superare questo limite, è necessario introdurre una nuova grandezza fisica che tenga conto del *punto di applicazione* di ciascuna forza applicata: il momento meccanico.

Definizione di momento meccanico: il formalismo scalare

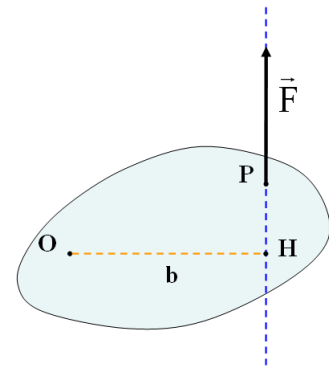
In quello che segue, il momento meccanico è presentato come una grandezza scalare. Questa definizione è più semplice, ma limita l'applicazione ai sistemi di forze complanari, come nella figura a sinistra:

- i punti di applicazione delle forze giacciono in un piano;
- i vettori forza sono tutti paralleli al piano stesso.



La definizione del momento meccanico τ di una forza \vec{F} richiede una costruzione geometrica:

- si individua, sul piano di \vec{F} , un qualunque punto O , che funga da riferimento.
 O prende il nome di *polo*;
- si prolunga il segmento orientato che rappresenta \vec{F} , individuando così la *retta di applicazione* di \vec{F} ;
- si conduce la perpendicolare alla retta di applicazione, passante per O . Il segmento OH prende il nome di *braccio*¹ e la sua lunghezza è indicata col simbolo b .

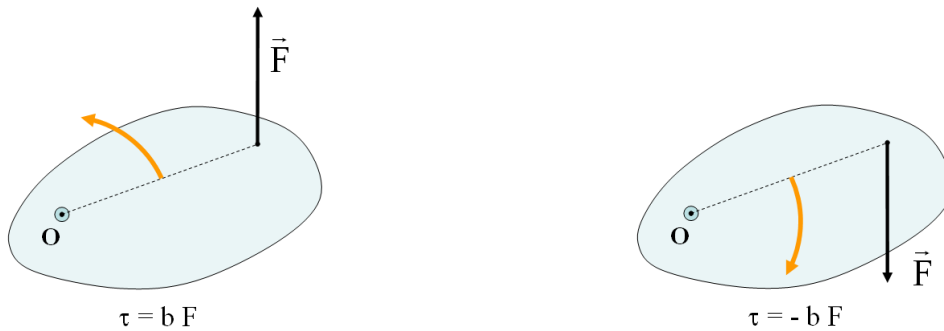


Ciò premesso, vale la definizione:

$$\tau = \pm b F$$

¹ OH è anche detto *braccio di leva*

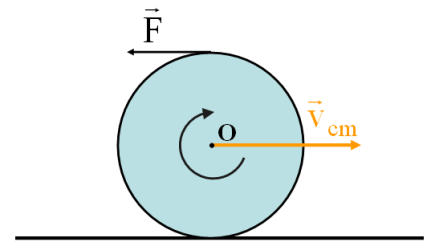
Per fissare il segno, **si immagina** che il corpo, partendo da fermo, possa ruotare intorno a un asse passante per il polo sotto l'azione esclusiva della forza. Se la rotazione segue il verso antiorario, τ è positivo; se la rotazione segue invece il verso orario, τ è negativo.



Attenzione! La rotazione descritta è *virtuale*, nel senso che non ha nulla a che vedere con il reale movimento del corpo.

Nell'esempio in figura, un disco rotola verso destra; la rotazione *reale* è in senso orario.

Il segno del momento meccanico, però, dipende dalla rotazione *virtuale*, sotto l'azione esclusiva di \vec{F} ; il verso è antiorario e $\tau > 0$.



Unità di misura di τ

Dalla definizione, segue che

$$[\tau] = [b] [F] \quad ; \quad [\tau] = \text{N m} = \frac{\text{kg m}^2}{\text{s}^2}$$

Attenzione! Il Joule ha la stessa espressione in termini delle unità fondamentali: $J = \frac{\text{kg m}^2}{\text{s}^2}$. Tuttavia, momento meccanico e lavoro sono grandezze fisiche non omogenee.² Per sottolineare questa distinzione, nel SI si riserva il simbolo J alle misure di lavoro ed energia, mentre le misure di momento meccanico sono espresse in N m.

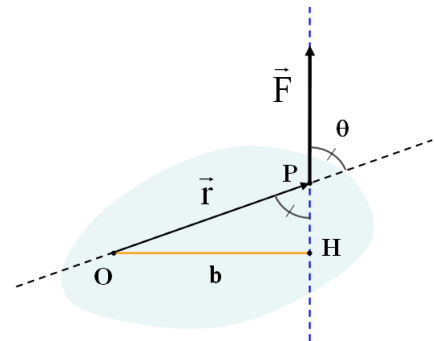
² **In nessun caso** potrà mai essere sommato un lavoro a un momento meccanico!

Il calcolo di τ

Il segmento orientato che congiunge il polo O al punto di applicazione P della forza è indicato, in figura, dal vettore \vec{r} .³ L'angolo tra i vettori \vec{r} e \vec{F} è indicato col simbolo θ .⁴

Nel triangolo OPH, $b = r \sin\theta$ e quindi:

$$\tau = \pm r F \sin \theta$$



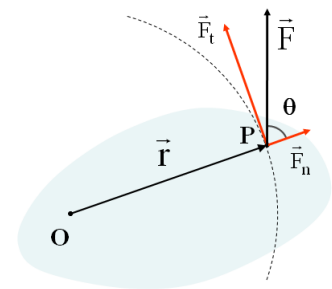
Attenzione a non confondere r con il braccio:

- r è la distanza del polo *dal punto di applicazione di \vec{F}* ;
- b è la distanza del polo *dalla retta di applicazione di \vec{F}* .

In figura è tratteggiata la circonferenza di centro O e raggio r.

Il vettore \vec{F} è scomposto secondo le direzioni tangente e radiale; in particolare, $F_t = F \sin \theta$. Quindi:

$$\tau = \pm r F_t$$



Sintetizzando, il momento meccanico può essere calcolato usando tre espressioni equivalenti:

$$\tau = \pm b F$$

$$\tau = \pm r F \sin \theta$$

$$\tau = \pm r F_t$$

Il segno è positivo per rotazioni virtuali antiorarie, negativo per rotazioni virtuali orarie.

³ \vec{r} è il vettore posizione del punto di applicazione P della forza \vec{F} , in un sistema di riferimento che ha centro in O.

⁴ Attenzione! L'angolo tra due vettori si determina *applicando i vettori nello stesso punto*. In figura, anziché traslare \vec{r} , ne è stata individuata la direzione prolungando in tratteggio il segmento orientato.