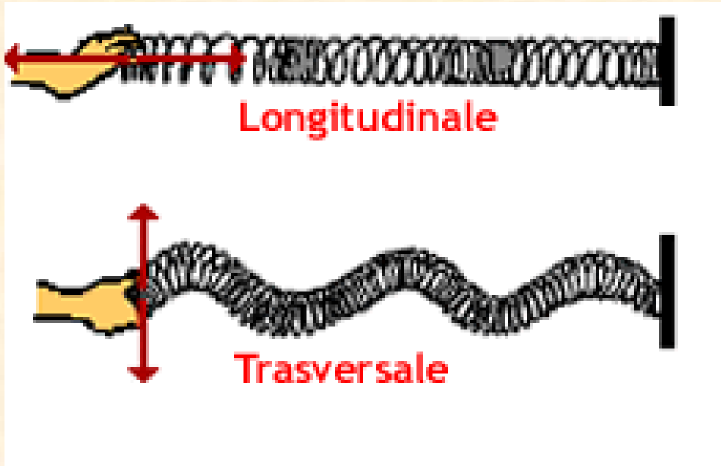
Lezione VIII

LE ONDE

Se applichiamo ad un corpo una forza variabile nel tempo, la deformazione si propaga a tutti gli altri punti del corpo, cambiando nel tempo al variare delle forze applicate. Per esempio, una lamina vibrante produce un’onda acustica (compressioni e rarefazioni) che si propaga in aria. In questo caso, gli spostamenti delle particelle d’aria avvengono nella stessa direzione di propagazione dell’onda (onda longitudinale). Un sasso gettato in uno stagno è invece un esempio di onda in cui gli spostamenti hanno direzione ortogonale a quella di propagazione (onda trasversale).

Un’onda è una perturbazione che si propaga nello spazio trasportando energia, ma non materia. Per esempio, negli “Olà!” gridati dai tifosi allo stadio l’effetto è quello di un’onda che si propaga, anche se nessuno si è mosso dal proprio posto.



VELOCITÀ DI PROPAGAZIONE

In un mezzo elastico, due fattori determinano la velocità di propagazione di un’onda: la densità del mezzo e l’elasticità

$$u_{solido} = \sqrt{\frac{E}{\delta}} \qquad u_{fluido} = \sqrt{\frac{K}{\delta}} \qquad u_{gas} = \sqrt{\frac{\gamma p}{\delta}}$$

Al numeratore compare il modulo di elasticità di Young, $\boldsymbol{E}$, per i solidi o il modulo di comprimibilità, $\boldsymbol{K}$, per i fluidi. Per i gas, si ottiene un buon accordo con l’esperienza se si usa non il modulo di comprimibilità isotermo, cioè la pressione, $\boldsymbol{p}$, ma quello adiabatico, che è pari a $\boldsymbol{\gamma p}$ (γ =1.4 per l’aria). La quantità $\boldsymbol{\delta}$ rappresenta la densità del mezzo.

Es:

Si consideri un'onda acustica che si propaga in aria. Qual è la velocità di propagazione?

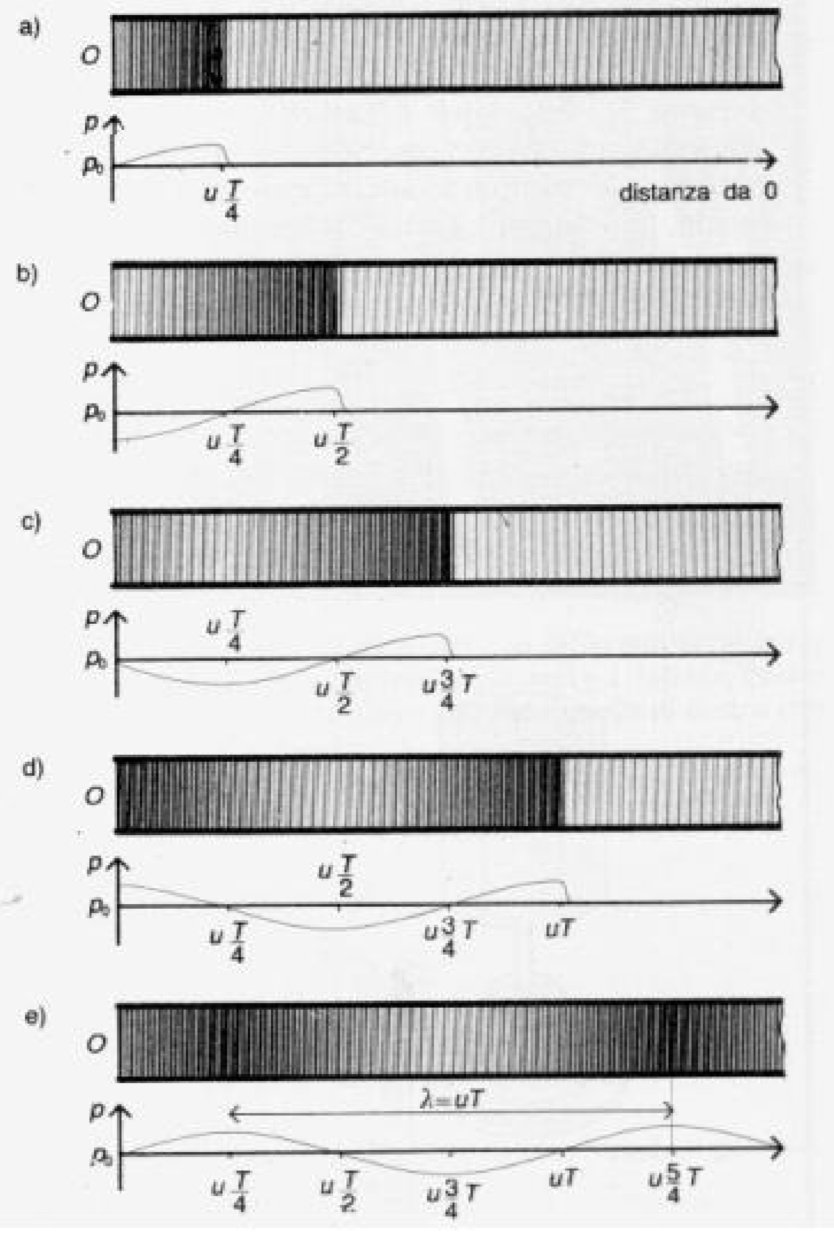
$$\gamma_{aria} = 1.4 \qquad P_0 = 1.013 \cdot 10^5 \ Pa$$

$$\delta_{aria} = 1.29 \cdot 10^{-3} \ \frac{g}{cm^3} = 1.29 \ \frac{Kg}{m^3}$$

$$u_{suono} = \sqrt{\frac{\gamma P_0}{\delta}} = \sqrt{\frac{1.4 \cdot 1.013 \cdot 10^5}{1.29}} \ m \ s^{-1} \cong 332 \ m \ s^{-1}$$

PROPAGAZIONE ONDOSA

Quando le sorgenti vibrano con moto armonico, le onde prodotte sono sinusoidali. Per esempio, percuotendo i rebbi di un diapason, questi si mettono a oscillare con una frequenza che dipende dalle loro dimensioni e dal materiale. Se avviciniamo il diapason all'estremità aperta di un tubo, la cui altra estremità sia chiusa, si produce un'onda acustica che si propaga nel tubo. Per $\boldsymbol{t = T/4}$ il massimo dell'onda di pressione è in $\boldsymbol{x=u\ T/4}$ e così via. Così, la pressione è una funzione sinusoidale della variabile x che dà la posizione lungo il tubo.



La distanza tra due massimi successivi è detta **lunghezza d'onda**.

$$\lambda = u\,T$$

Poiché il periodo è l'inverso della **frequenza**, ***T=1/ ν***, si trova

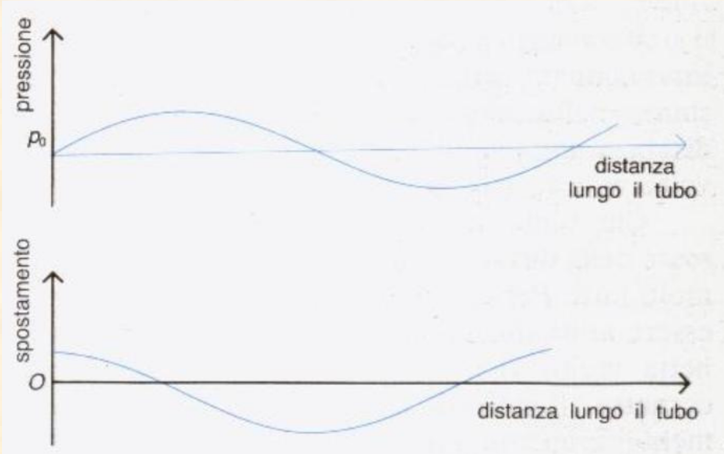
$$\lambda = u\,\frac{1}{\nu} \;\Rightarrow\; \lambda\nu = u$$

La pressione in un punto fissato del tubo ha andamento sinusoidale anche come funzione del tempo. Si vede che lo spostamento delle molecole d'aria dalla posizione d'equilibrio, ***Δx***, è pure sinusoidale, ma sfasato rispetto alla pressione di ***π/2***. Le due **ampiezze**, ***A*** e ***B***, possono differire.

$$\Delta p = A\,sen\,(2\pi\nu\,t)$$

$$2\pi\nu = \omega$$

$$\Delta x = B\,sen\left(2\pi\nu\,t + \frac{\pi}{2}\right)$$



GRANDEZZE CARATTERISTICHE DI UN'ONDA

Oltre a **frequenza**, ***ν***, e **ampiezza**, ***A***, definite in precedenza, un'onda è caratterizzata da una terza quantità, detta **intensità**, ***I***.

Questa è definita come l'energia che attraversa, nell'unità di tempo, l'unità di superficie ortogonale alla direzione di propagazione e dipende dalla potenza della sorgente, ***W***, cioè l'energia emessa da essa nell'unità di tempo. ***W*** si misura in $J\,s^{-1} = Watt$ e ***I*** in $W\,m^{-2}$.

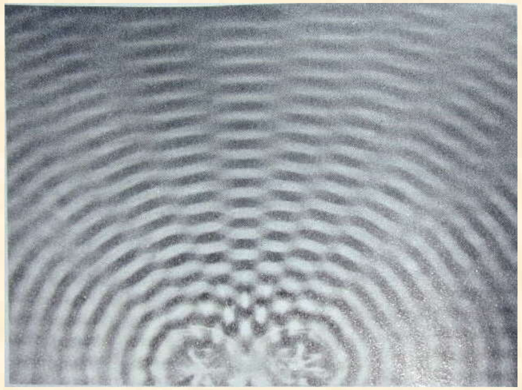
$$I = \frac{W}{4\pi r^2}$$

Se, in particolare, si considera un'onda acustica, generata dalla vibrazione di una sorgente sonora, si può definire un'altra grandezza: il **livello sonoro**. Numerosi esperimenti hanno mostrato che noi percepiamo la stessa differenza di livello sonoro tra tre suoni le cui intensità hanno i rapporti 1:10:100. Quindi per individuare il livello di un suono si usa il **decibel**.

$$livello(db) = 10\log\left(\frac{I}{I_0}\right)$$

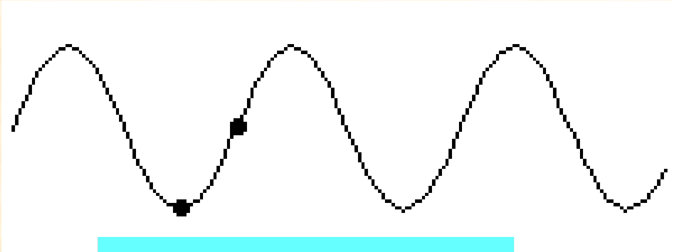
$$I_0 = 10^{-16}\frac{W}{cm^2} = 10^{-12}\frac{W}{m^2}$$

INTERFERENZA DI ONDE

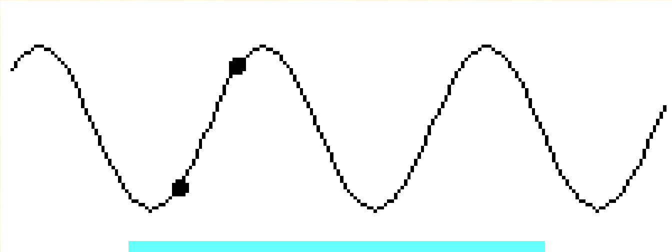


Se due onde si propagano simultaneamente in un mezzo, la perturbazione complessiva in un punto è la somma di quelle generate da ciascuna onda. Potrà capitare che in alcuni punti si sommino due massimi (**interferenza costruttiva**), così che il risultato è un "aumento" della perturbazione, oppure un massimo e un minimo (**interferenza distruttiva**), in modo da avere una "diminuzione" della perturbazione.

Quando le due onde hanno la stessa ampiezza e frequenza, e si propagano in direzioni opposte, si può avere il fenomeno delle **onde stazionarie**. Per esempio, se generiamo un'onda su una estremità di una corda, questa si propagherà e verrà riflessa all'altra estremità, propagandosi indietro. In ogni punto, onda incidente e onda riflessa interferiscono.



onda incidente



onda riflessa

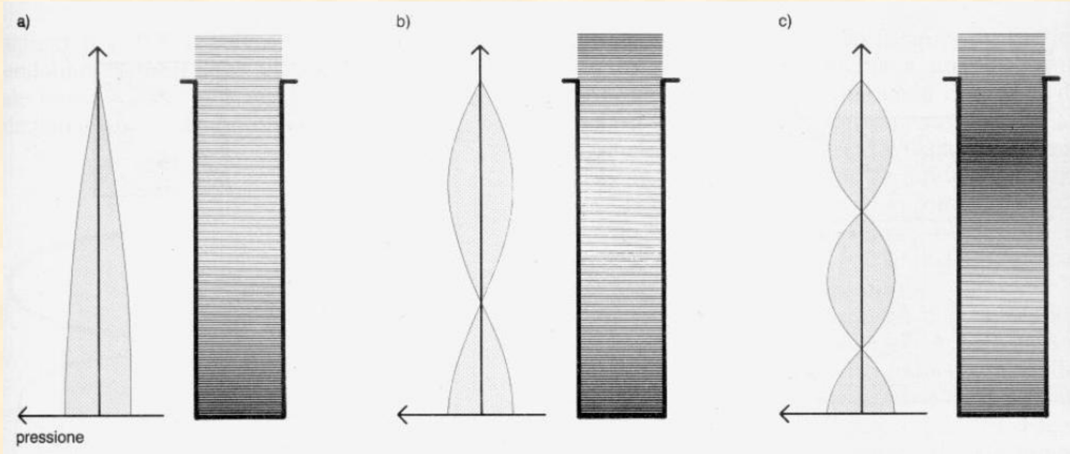
Le due onde sinusoidali con la stessa ampiezza e frequenza, che si propagano nella stessa direzione ma verso opposto, possono dar luogo a un’onda stazionaria, caratterizzata dal fatto che in alcuni punti della corda (compresi i suoi estremi) la vibrazione è nulla (**nodi**). La condizione che deve essere verificata per ottenerla è che il numero di “mezze” lunghezze d’onda comprese fra i due estremi della corda deve essere un intero, cioè

$$L = n\frac{\lambda}{2} \Rightarrow \lambda = \frac{2}{n}L \qquad \nu = \frac{u}{\lambda} = n\frac{u}{2L}$$

Si dice **frequenza fondamentale** di vibrazione quella che si ottiene per ***n=1***. Si dicono **armoniche** i multipli della frequenza fondamentale.

La condizione di onda stazionaria non cambia per un tubo chiuso ad entrambi gli estremi (perché i due estremi devono essere dei nodi per la vibrazione), ma si modifica nel caso di un tubo aperto solo ad un estremo. All'estremità aperta vi sarà un nodo per Δp (e quindi un ventre per Δx) perché la pressione eguaglierà quella esterna. Al contrario, all'estremità chiusa Δx dovrà avere un nodo (e quindi Δp un ventre). Il modo fondamentale (caso a in figura), allora, dovrà corrispondere alla situazione in cui la lunghezza del tubo coincide con un quarto di lunghezza d'onda.

Gli armonici superiori (b e c) si otterranno, invece, quando λ sarà un multiplo dispari di questa quantità.



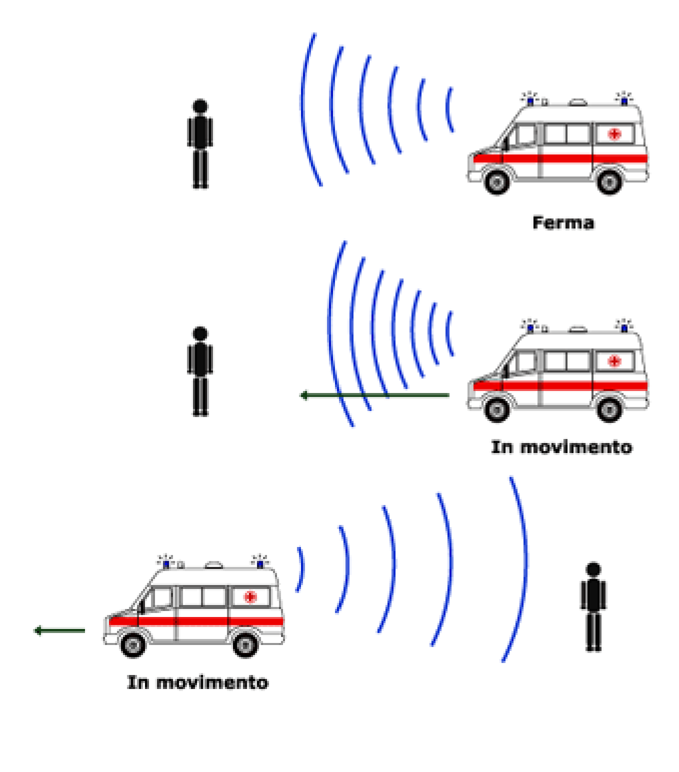
$$L = n\frac{\lambda}{4}$$

n dispari

$$\lambda = \frac{4}{n}L \qquad \nu = \frac{u}{\lambda} = n\frac{u}{4L}$$

EFFETTO DOPPLER

L'**effetto Doppler** si verifica quando una sorgente di onde ed un osservatore sono in moto relativo di avvicinamento o di allontanamento lungo la loro congiungente. Esso si manifesta come un cambiamento della frequenza del segnale percepito che, nel caso del suono, si traduce in una variazione della tonalità e, nel caso della luce, in una variazione del colore.

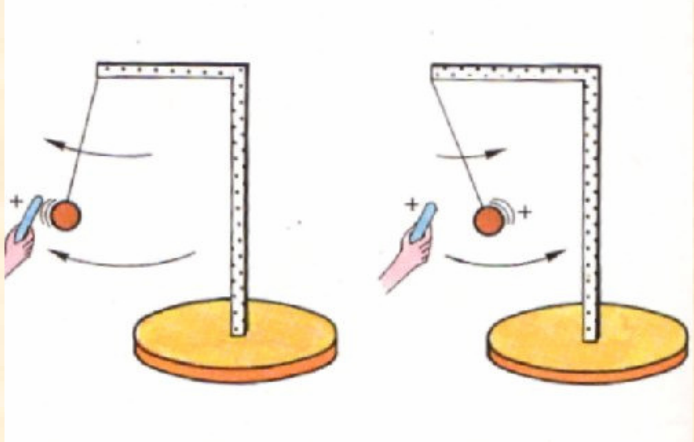


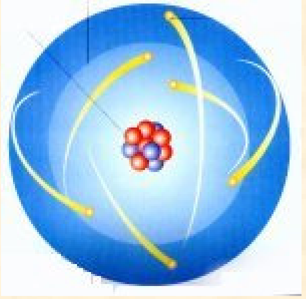
Un esempio di effetto Doppler è dato dalla differenza nel suono emesso dalla sirena di un mezzo di soccorso in movimento: quando la sorgente si avvicina la tonalità diventa più acuta, quando essa si allontana diventa più cupa.

ELETTRICITÀ

Strofinando insieme due corpi, questi si elettrizzano: pettinandosi i capelli in una giornata secca, essi si drizzano sulla testa divaricandosi tra loro, oppure, pulendo con un panno un disco musicale, questo attrae la polvere. Quello che succede nello strofinio è che viene "fornito" al corpo qualcosa che va sotto il nome di carica elettrica.

Esistono due "tipi" di carica elettrica, detti ***positiva*** e ***negativa***. Le cariche dello stesso segno si respingono, mentre quelle di segno opposto si attraggono. La carica si misura in *coulomb*, ***C***.



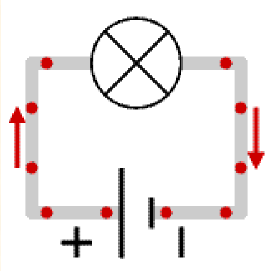


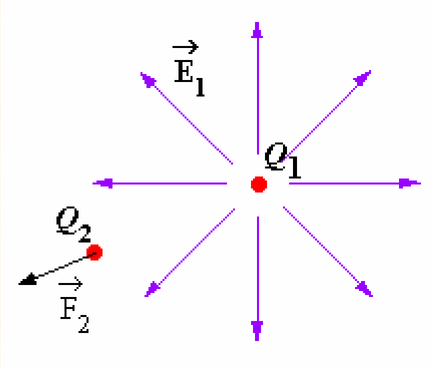
Oggi sappiamo che la carica elettrica è associata ai costituenti dell'atomo: il nucleo, fatto di neutroni (neutri) e protoni (positivi), e gli elettroni (negativi) che vi orbitano attorno.

ISOLANTI E CONDUTTORI

Generalmente i corpi sono elettricamente neutri: il numero delle cariche positive è pari a quello delle cariche negative. Essi, però, possono essere elettrizzati se vi è un disavanzo tra i due tipi di carica.

Dal punto di vista delle proprietà elettriche, i corpi si dividono in ***isolanti*** e ***conduttori***. Nei primi, una carica, prodotta per qualche motivo in una data regione, rimane localizzata in essa. Nei secondi, si distribuisce sull'intero corpo. I portatori mobili della carica elettrica sono gli elettroni, che in un conduttore, a differenza di un isolante, sono liberi di muoversi fra i nuclei atomici.





La determinazione della legge di forza tra cariche elettriche fu effettuata dal fisico francese Coulomb, che verificò che la forza tra due cariche è direttamente proporzionale alla loro intensità e inversamente proporzionale al quadrato della loro distanza.

LEGGE DI COULOMB E CAMPO ELETTRICO

La forza di Coulomb è attrattiva per cariche dello stesso segno e repulsiva per cariche di segno opposto e si può scrivere come:

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}\frac{q\,Q}{r^2}\,\hat{r}$$

$$\varepsilon_0 = 8.86\cdot 10^{-12}\ \frac{C^2}{Nm^2}$$

dove $\boldsymbol{\varepsilon_0}$ ed $\boldsymbol{\varepsilon_r}$ sono le costanti dielettriche assoluta e relativa.

Per descrivere l'azione di una carica su eventuali altre cariche poste nella sua vicinanza, si introduce il concetto di campo elettrico. Il campo dovuto alla carica ***Q*** si definisce come la forza elettrica esercitata da ***Q*** su una carica ***q*** unitaria.

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}\frac{Q}{r^2}\,\hat{r}$$

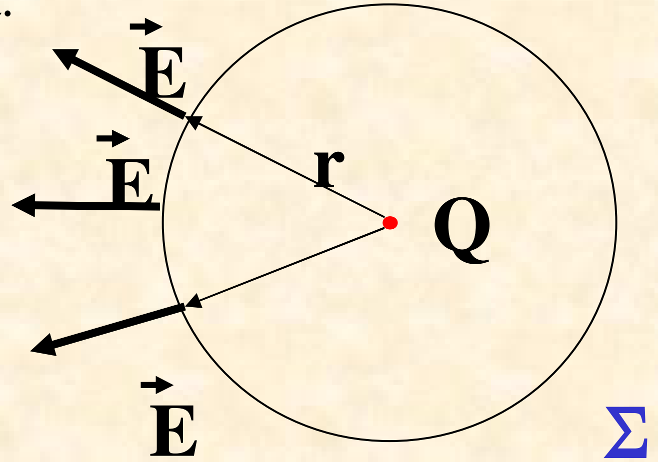
Quindi, la forza su una carica ***q*** posta nel campo elettrico $\vec{E}$ sarà data dal prodotto di queste due quantità.

$$\vec{F} = q\,\vec{E}$$

TEOREMA DI GAUSS

Si consideri il campo elettrico generato da una carica puntiforme $\boldsymbol{Q}$ posta nel vuoto, ed una superficie chiusa $\boldsymbol{\Sigma}$ che la contenga.

Il teorema di Gauss afferma che il flusso del campo elettrico attraverso la superficie $\boldsymbol{\Sigma}$ è dato solo dalla carica totale interna alla superficie stessa:



$$\Phi = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

Per particolari geometrie semplici (sferica, cilindrica, piana) in cui è possibile calcolare l'espressione del flusso, $\boldsymbol{\Phi}$, il teorema di Gauss permette di calcolare il campo elettrico. Per esempio, per una sfera $\boldsymbol{\Phi = E\, 4\pi r^2}$, e dunque:

$$E\, 4\pi r^2 = \frac{Q}{\varepsilon_0} \quad \Rightarrow \quad E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2}$$

POTENZIALE ELETTRICO

La forza elettrostatica è conservativa: il lavoro non dipende dal percorso fra due punti dati. L'energia potenziale elettrostatica per cariche puntiformi è:

$$U = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q\,Q}{r}$$

Si definisce potenziale elettrostatico l'energia potenziale per unità di carica:

$$V = \frac{U}{q} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r}$$

$$[V] = \frac{J}{C}$$

La differenza di potenziale fra due punti è:

$$\Delta V = V_A - V_B$$

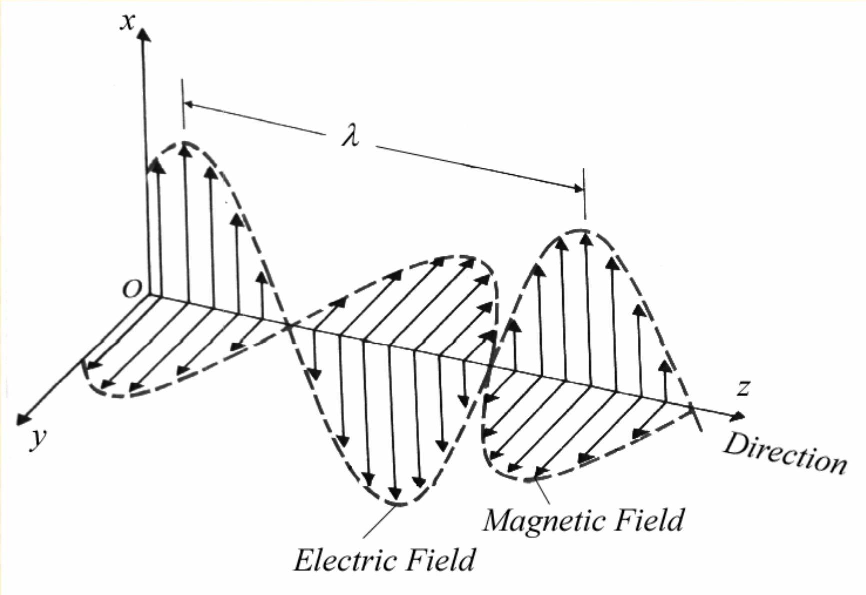
Campo elettrico e potenziale sono collegati:

$$E = \frac{\Delta V}{\Delta r}$$

CAMPO ELETTROMAGNETICO

Oltre ai campi elettrici esistono anche i campi magnetici (quelli prodotti dalle calamite). Grazie ai contributi di una generazione di fisici, alla fine si è arrivati a comprendere che cariche elettriche in moto producono campi magnetici e che la variazione del campo magnetico relativamente ad un circuito elettrico produce in questo una corrente (e questi non sono i soli effetti che si possono evidenziare relativi ai campi elettrici e magnetici).

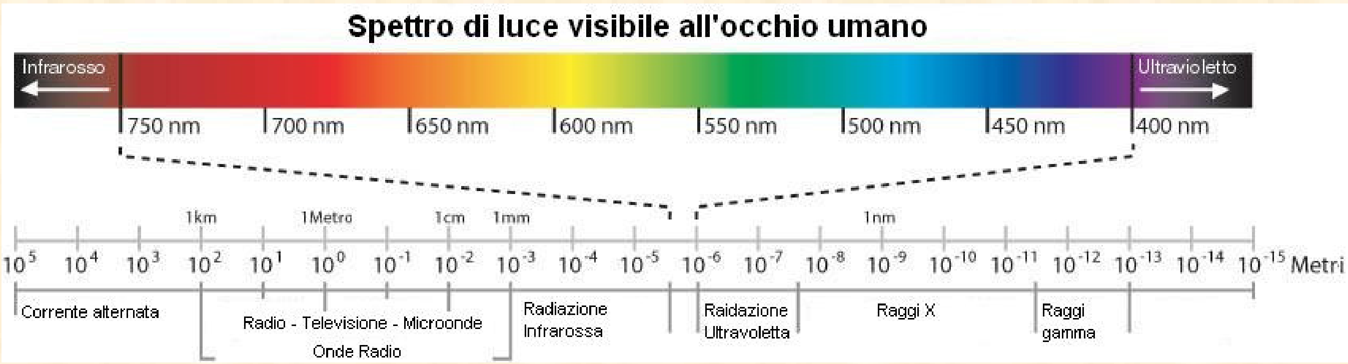
In altre parole, campo elettrico e campo magnetico sono strettamente correlati. Dinamicamente si ha un'unica entità, il ***campo elettromagnetico***, che, sotto forma di ***onda***, può propagarsi anche a grande distanza dal punto dove è stato generato.



UN ALTRO TIPO DI ONDA: LA LUCE

Anche se la descrizione fisica della luce dominante sino al XVII secolo faceva riferimento ad un suo carattere corpuscolare (minuscoli proiettili che si propagavano in linea retta), oggi sappiamo che essa è ***radiazione elettromagnetica***.

La luce è un'onda



Dunque

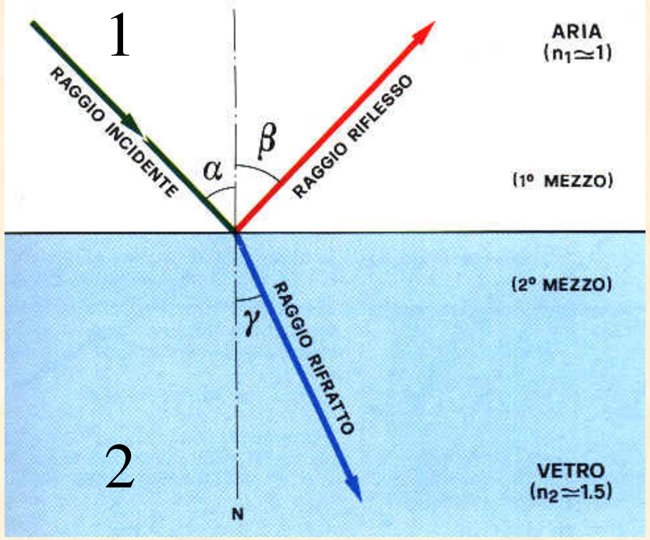
• perché la descrizione corpuscolare **funziona**?

• perché in alcuni casi **non funziona**?

Il comportamento ondulatorio domina quando la lunghezza d'onda della radiazione è paragonabile alla grandezza caratteristica del fenomeno considerato.

OTTICA GEOMETRICA

Si è nel reame dell'ottica geometrica quando la lunghezza d'onda, λ, della radiazione elettromagnetica è molto minore delle dimensioni degli oggetti su cui incide la luce. In questo caso, la propagazione dell'onda si può descrivere con successo ricorrendo al concetto di **raggio**. In un mezzo omogeneo con ostacoli grandi rispetto a λ i raggi sono rettilinei.



Quando, però, la luce incontra una superficie che separa due mezzi, si divide in due parti: il raggio riflesso e quello rifratto, che giacciono nello stesso piano insieme al raggio incidente. Il primo emerge con un angolo $\beta=\alpha$, il secondo forma con la normale N un angolo γ che soddisfa la **legge di Snell**.

$$\frac{sen\alpha}{sen\gamma} = n_{12}$$

$$n_{12} = indice\ di\ rifrazione$$

Si può definire un indice di rifrazione assoluto assumendo che $\boldsymbol{n_{12} = n_2/n_1}$ e che il mezzo 1 sia il vuoto ($\boldsymbol{n_{vuoto} = 1}$).

$$n_1 = 1 \quad \Rightarrow \quad n_{12} = \frac{n_2}{n_1} = n_2$$

Materiale	n a λ=589.3 nm
elio	1.000036
aria in condizioni normali	1.0002926
anidride carbonica	1.00045
ghiaccio	1.31
acqua (20°C)	1.333
etanolo	1.36
glicerina	1.4729
sale	1.516
bromo	1.661
vetro (tipico)	da 1.5 a 1.9
diamante	2.419
silicio	3.4
fosfuro di gallio	3.5

LA RADIAZIONE ELETTROMAGNETICA

L'interpretazione ondulatoria della luce spiega le leggi dell'ottica geometrica. La radiazione elettromagnetica non è altro che un campo elettromagnetico che si propaga nello spazio. Il valore di una sua generica componente in un punto *x* al tempo *t* è descritto da una funzione sinusoidale (***k*** = vettore d'onda, ***ω*** = pulsazione):

$$E = A\ sen\ (kx - \omega t)$$

Per vari valori della variabile temporale si avrà:

$$t = 0$$

$$t = \pi/(2\omega)$$

x	*0*	*π/(2k)*	*π/k*	*3π/(2k)*
sen kx	*0*	*1*	*0*	*-1*
x	*0*	*π/(2k)*	*π/k*	*3π/(2k)*
sen (kx-π/2)	*-1*	*0*	*1*	*0*

A tutti gli effetti, è come se ogni punto si fosse spostato in avanti. Seguendo il punto P in cui ***kx-ωt* = *0*** si trova la velocità di propagazione della luce, ***c***.

$$kx = \omega t \qquad \frac{x}{t} = \frac{\omega}{k} \qquad c = \frac{\omega}{k} \qquad c = \frac{2\pi\nu}{2\pi/\lambda} = \lambda\nu$$

$$c \cong 300000\ Km\ s^{-1}$$