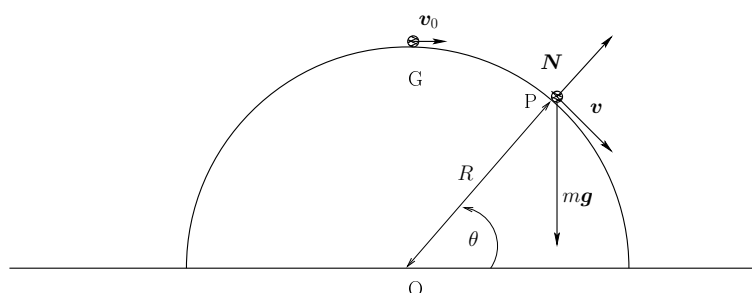


Grave appoggiato su una guida semicircolare

L. P.

12 Aprile 2010

Un punto materiale di massa m scivola senza attrito su una guida semicircolare di raggio R e centro O posta in un piano verticale. Esso è soggetto alla forza peso e alla reazione vincolare della guida, che può esercitare forze soltanto verso l'esterno. Il corpo è posto inizialmente nel punto G più elevato della guida, ed è animato di una velocità trascurabile diretta verso destra. Valutare in quale posizione il corpo lascia la guida.



SOLUZIONE. Consideriamo il moto del corpo quando esso si trova nel punto P , tale che il raggio vettore \overrightarrow{OP} forma un angolo θ con l'orizzontale. In questa posizione, a causa della conservazione dell'energia meccanica, che è valida perché la reazione vincolare \mathbf{N} non compie lavoro, si ha la relazione

$$\frac{1}{2}mv^2 + mgh = 0,$$

dove v è la velocità da cui è animato il corpo, e h è la differenza di quota fra G e P . Si ha

$$h = R(1 - \sin \theta).$$

Quindi

$$\frac{v^2}{R} = 2g(1 - \sin \theta). \quad (1)$$

D'altra parte, considerando la componente a_{\perp} dell'accelerazione del corpo normale alla traiettoria, per il secondo principio della dinamica, si ha

$$ma_{\perp} = -N + mg \sin \theta, \quad (2)$$

dove consideriamo positiva l'accelerazione e la forza diretta verso l'interno della traiettoria. In questa espressione, N è la componente normale della reazione vincolare che, per ipotesi, non può essere negativa. D'altra parte si ha

$$a_{\perp} = \frac{v^2}{R} = 2g(1 - \sin \theta).$$

Si ha così

$$N = mg(3 \sin \theta - 2).$$

Imponendo $N \geq 0$, otteniamo quindi la condizione

$$\sin \theta \geq \frac{2}{3},$$

che corrisponde a θ maggiore di circa 48° .