

# Errata Corrige

## “Appunti di Meccanica Statistica”

Luca Peliti

22 Novembre 2010

Sono grato in particolare a Giuseppe Gaeta, e inoltre a Jefferson Arenzon, Loris Cangemi, Jean-Baptiste Fournier, Silvio Franz, Alberto Imparato, Andrea Longobardo, Mauro Sellitto, e ad altri che non mi ricordo, per avermi segnalato questi errori ed avermi suggerito miglioramenti dell’esposizione.

### Capitolo Secondo

1. **Pag. 43, riga 5 dal basso.** Inserire il seguente testo:

Si può mostrare allora che l’equilibrio termodinamico in queste condizioni è determinato dal seguente principio variazionale:

L’energia libera di Helmholtz assume all’equilibrio il valore minimo fra tutti gli stati che hanno la stessa temperatura  $T$ .

Per dimostrare questo principio variazionale, indichiamo con  $X$  le variabili estensive libere di variare fra gli stati virtuali, e calcoliamo la differenza di energia libera fra lo stato di equilibrio identificato da  $(T, X_{\text{eq}})$  (e dalle altre variabili estensive tenute fisse, che sottintendiamo) e un qualunque altro stato alla stessa temperatura  $(T, X)$ . Si ha

$$\Delta F = E(S(T, X), X) - E(S(T, X_{\text{eq}}), X_{\text{eq}}) - T(S(T, X) - S(T, X_{\text{eq}})).$$

Aggiungiamo e sottraiamo  $E(S(T, X_{\text{eq}}), X)$ . Otteniamo

$$\begin{aligned} \Delta F = & [E(S(T, X), X) - E(S(T, X_{\text{eq}}), X)] \\ & + [E(S(T, X_{\text{eq}}), X) - E(S(T, X_{\text{eq}}), X_{\text{eq}})] \\ & - T(S(T, X) - S(T, X_{\text{eq}})). \end{aligned}$$

Il secondo termine fra parentesi quadre è positivo o nullo per il principio variazionale dell'energia interna. Quanto al primo, dato che

$$T = \left. \frac{\partial E}{\partial S} \right)_X,$$

e tenendo conto della concavità di  $E$ , otteniamo

$$E(S(T, X), X) - E(S(T, X_{\text{eq}}), X) \geq T(S(T, X) - S(T, X_{\text{eq}})).$$

Quindi

$$\Delta F \geq 0,$$

come volevamo dimostrare.

Le prime righe del paragrafo seguente devono essere sostituite da

Consideriamo adesso più in generale la trasformata di Legendre dell'energia interna  $E$  rispetto alla variabile intensiva  $f_i$  (vedi l'appendice A):

2. **Pag. 49, ultima riga, eq. (2.94).** L'equazione corretta è

$$\left. \frac{\partial S}{\partial p} \right)_T = - \left. \frac{\partial V}{\partial T} \right)_p; \quad \left. \frac{\partial T}{\partial p} \right)_s = \left. \frac{\partial V}{\partial S} \right)_p.$$

3. **Pag. 61, riga 16.** Invece di  $pT^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$  leggere  $pT^{\frac{\gamma}{1-\gamma}}$ .

4. **Pag. 61, riga 2 dal basso.** L'equazione corretta è la seguente:

$$\left. \frac{\partial T}{\partial z} \right)_S = - \frac{m_{\text{mol}} g}{k_B} (1 - \gamma^{-1}).$$

5. **Pag. 62, riga 8 dal basso.** Invece di “cinetico” leggere “stechiometrico”.

## Capitolo Terzo

1. Pag. 80, riga 13, eq. (3.14). L'equazione corretta è

$$S(E) = k_B \ln \int_{E-\Delta E}^E dE' e^{S(E')/k_B}.$$

2. Pag. 90, riga 6 dal basso, eq. (3.47). L'equazione corretta è

$$S = Nk_B \ln \left\{ \left( \frac{eV}{N} \right) \left[ \frac{2\pi me}{h^2} \left( \frac{2E}{3N} \right) \right]^{3/2} \right\}.$$

3. Pag. 95, Paragrafo 3.12. Deve essere sostituito dal testo seguente:

### 3.12 Ensemble canonico

Il caso di gran lunga più importante è quello in cui la variabile intensiva che vogliamo introdurre è la temperatura, e quella estensiva è l'energia interna. In questo caso, supponiamo di mettere in contatto il sistema a cui siamo interessati, che indicheremo con S e chiameremo “sistema”, con un sistema molto più grande, che indicheremo con R e chiameremo “riserva”. Sistema e riserva possono scambiarsi liberamente energia. All'equilibrio, essi avranno la stessa temperatura: tuttavia, poiché la riserva è molto più grande del sistema, possiamo supporre che la sua temperatura non vari, indipendentemente dalla quantità di energia scambiata con il sistema. In questo modo abbiamo imposto al sistema un valore fissato della temperatura. Vogliamo essere messi in grado di calcolare i valori medi di qualunque osservabile  $A$  relativa al solo sistema S. Per farlo, osserviamo che lo stato del sistema globale ( $S \cup R$ ) è definito dalla coppia  $(x_S, x_R)$ , dove  $x_S$  è il punto rappresentativo del sistema e  $x_R$  quello della riserva. Quindi applicando la regola derivata nel capitolo precedente, otteniamo:

$$a^* = \frac{1}{|\Gamma|} \int_{\Gamma} dx_S dx_R A(x_S). \quad (3.66)$$

La regione  $\Gamma$  è definita dal valore  $E$  dell'energia interna totale, e dai valori delle altre variabili estensive che non specificheremo. Riscriviamo l'integrale come segue:

$$\langle A \rangle = \frac{1}{|\Gamma|} \int dx_S dx_R A(x_S) \delta(H^{(S)}(x_S) + H^{(R)}(x_R) - E). \quad (3.67)$$

Questo integrale può essere riarrangiato nella maniera seguente:

$$\langle A \rangle = \frac{1}{|\Gamma|} \int dx_S A(x_S) \times \int dx_R \delta(H^{(R)}(x_R) - (E - H^{(S)}(x_S))). \quad (3.68)$$

L'integrale in  $dx_R$  che appare in questa equazione è il volume dello spazio delle fasi accessibile alla riserva quando la sua energia interna assume il valore  $E - H^{(S)}$ . Questa quantità può essere messa in relazione con l'entropia:

$$\int dx_R \delta(H^{(R)}(x_R) - (E - H^{(S)}(x_S))) \simeq \exp\left[\frac{1}{k_B} S^{(R)}(E - H^{(S)}(x_S))\right]. \quad (3.69)$$

Ricordandoci che il sistema è molto più piccolo della riserva, possiamo sviluppare l'esponente in serie di Taylor:

$$\exp\left[\frac{1}{k_B} S^{(R)}(E - H^{(S)}(x_S))\right] \simeq \exp\left[\frac{1}{k_B} S^{(R)}(E)\right] \exp\left[-\frac{1}{k_B} \left.\frac{\partial S^{(R)}}{\partial E}\right|_E H^{(S)}(x_S)\right]. \quad (3.70)$$

Notiamo a questo punto che  $\partial S^{(R)}/\partial E^{(R)} = 1/T$ , e che nelle nostre ipotesi questa quantità è fissata. Possiamo quindi scrivere:

$$\langle A \rangle = \frac{1}{Z} \int dx_S A(x_S) \exp\left(-\frac{H^{(S)}(x_S)}{k_B T}\right). \quad (3.71)$$

La costante di normalizzazione  $Z$  è chiamata **funzione di partizione** e vale:

$$Z = \int dx_S \exp\left(-\frac{H^{(S)}(x_S)}{k_B T}\right). \quad (3.72)$$

Vediamo che adesso possiamo integrare liberamente su tutto lo spazio delle fasi del sistema, ma che le diverse

regioni dello spazio delle fasi vengono pesate proporzionalmente al fattore

$$\exp\left(-\frac{H^{(S)}(x_S)}{k_B T}\right), \quad (3.73)$$

che è chiamato **fattore di Boltzmann**. Possiamo interpretare questo fattore come densità di probabilità di un certo punto nello spazio delle fasi. Abbiamo così definito una nuova distribuzione di probabilità, cioè un nuovo ensemble, che è chiamato **ensemble canonico**. Affinché questi risultati siano compatibili con quelli che abbiamo ottenuto con l'ensemble microcanonico, è necessario che il contributo alla media di  $A$  provenga dalla regione dello spazio delle fasi in cui l'energia interna del sistema assume il valore di equilibrio. Per mostrare che le cose stanno così, riarrangiamo l'integrale secondo i valori dell'energia interna. Tralascieremo d'ora in poi gli indici  $S$ , perché considereremo esplicitamente solo il sistema. Otteniamo dunque:

$$\langle A \rangle = \frac{1}{Z} \int dE \int dx \delta(H(x) - E) A(x) \exp\left(-\frac{E}{k_B T}\right). \quad (3.74)$$

L'integrale in  $x$  è proporzionale al valore medio microcanonico di  $A$ , che indicheremo con  $a^*(E)$ , nello stato in cui l'energia interna ha il valore  $E$ . Il fattore di proporzionalità è il volume corrispondente dello spazio delle fasi, che possiamo esprimere mediante l'entropia. Quindi questo integrale può essere scritto:

$$\langle A \rangle = \frac{1}{Z} \int dE' a^*(E') \exp\left(-\frac{E' - TS(E')}{k_B T}\right). \quad (3.75)$$

Poiché  $a^*(E)$  varia lentamente, l'integrale è determinato dal comportamento dell'esponenziale, in cui compaiono le funzioni estensive  $E'$  e  $S$ . Calcolandolo mediante il metodo del punto di sella (vedi app. B), ci accorgiamo che esso è dominato dalla regione in cui  $E' \simeq E^*$ , dove  $E^*$  è l'estremale di  $E - TS(E)$  e quindi soddisfa:

$$\left. \frac{\partial S}{\partial E} \right|_{E^*} = \frac{1}{T}. \quad (3.76)$$

Possiamo così identificare  $E^*$  con il valor medio termodinamico dell'energia, cioè con l'energia interna. Il contributo degli altri valori di  $E$  cala rapidamente a zero non appena  $E' - E^*$  diventa dell'ordine di  $N^{1/2}$ . Considerando l'integrale che definisce la funzione di partizione abbiamo

$$Z \simeq \exp\left(-\frac{E^* - TS(E^*)}{k_B T}\right) = \exp\left(-\frac{F}{k_B T}\right). \quad (3.77)$$

Essa è quindi collegata all'energia libera di Helmholtz, espressa nelle relative variabili naturali. Quindi la conoscenza della funzione di partizione ci permette di ricavare la termodinamica.

4. **Pag. 100, riga 3 dal basso, eq. (3.93).** L'equazione corretta è

$$\begin{aligned} \langle A \rangle &= \frac{1}{|\Gamma|} \int_{\Gamma} dx_R dx_S A(x_S) \\ &= \frac{1}{|\Gamma|} \int dx_S A(x_S) \int dx_R \delta \left[ X_i^{(R)}(x_R) - \left( X_i - X_i^{(S)}(x_S) \right) \right] \\ &= \frac{1}{|\Gamma|} \int dx_S A(x_S) \exp \left[ \frac{1}{k_B} S^{(R)} \left( X_i - X_i^{(S)}(x_S) \right) \right] \\ &\simeq \frac{1}{Z} \int dx_S A(x_S) \exp \left( -\frac{1}{k_B} \frac{\partial S^{(R)}}{\partial X_i} X_i^{(S)}(x_S) \right) \\ &= \frac{1}{Z} \int dx_S A(x_S) \exp \left( \frac{f_i X_i(x_S)}{k_B T} \right), \end{aligned}$$

5. **Pag. 102, seconda riga dal basso, eq. (3.100).** L'espressione corretta è

$$= \prod_{i=1}^N \left[ \sum_{\sigma_i} \exp \left( \frac{1}{k_B T} \sum_{i=1}^N \mu h \sigma_i \right) \right] = [e^{\mu h / k_B T} + e^{-\mu h / k_B T}]^N$$

Cioè non sono presenti le parentesi graffe nell'indice della sommatoria.

6. **Pag.104, eq.(3.109)** L'espressione corretta è

$$\begin{aligned} \langle H^2 \rangle - \langle H \rangle^2 &= - \left( \frac{\partial E}{\partial \beta} \right)_{p/k_B T} = k_B T^2 \left[ \left( \frac{\partial E}{\partial T} \right)_p + \left( \frac{\partial E}{\partial p} \right)_T \left( \frac{\partial p}{\partial T} \right)_{p/k_B T} \right] \\ &= k_B T^2 \left[ \left( \frac{\partial E}{\partial T} \right)_V - \frac{1}{T} \left( \frac{\partial E}{\partial V} \right)_T^2 \left( \frac{\partial V}{\partial p} \right)_T \right] \geq k_B T^2 C_V; \end{aligned}$$

Aggiungere dopo l'equazione [3.110] il seguente testo:

Per ottenere l'espressione nella seconda riga, si può tenere conto del fatto che, nell'ensemble  $p$ - $T$ , le fluttuazioni dell'energia interna sono indotte anche dalle fluttuazioni di volume. Quindi una piccola fluttuazione  $\delta V$  di volume provoca una corrispondente fluttuazione  $\partial E/\partial V)_T \delta V$  dell'energia. Di conseguenza il primo termine dell'espressione [3.109] corrisponde alle fluttuazioni di  $H$  a volume costante, e il secondo termine corrisponde al contributo delle fluttuazioni di volume, cioè a  $\partial E/\partial V)_T^2 (\langle V^2 \rangle - \langle V \rangle^2)$ , come si può vedere confrontando con la [3.110].

Aggiungere inoltre

---

**Esercizio 3.1** Utilizzando le relazioni di Maxwell e l'espressione  $p = -\partial F/\partial V)_T$  della pressione, mostrare che il terzo e quarto membro della [3.109] sono identicamente uguali.

---

7. **pag.106, eq.(3.123)**. L'equazione corretta è

$$E = - \frac{\partial \ln Z}{\partial \left( \frac{1}{k_B T} \right)} \Bigg|_{\frac{\mu}{k_B T}} ;$$

8. **pag.108, eq.(3.135)**. L'equazione corretta è

$$\ln p_\nu = \frac{f X_\nu}{k_B T} - \ln Z = \frac{1}{k_B T} (f X_\nu - TS - f \langle X \rangle).$$

9. **pag.109, eq.(3.136)**. L'equazione corretta è

$$\langle \ln p_\nu \rangle = \sum_\nu p_\nu \ln p_\nu = \frac{1}{k_B T} (f \langle X \rangle - TS - f \langle X \rangle) = -\frac{S}{k_B}.$$

## Capitolo Quarto

1. **Pag. 116, riga 7, eq. (4.11).** L'equazione corretta è

$$\begin{aligned}\zeta &= \exp\left(-\frac{\hbar\omega_0}{2k_B T}\right) \sum_{n=0}^{\infty} \left[\exp\left(-\frac{\hbar\omega_0}{k_B T}\right)\right]^n \\ &= \exp\left(-\frac{\hbar\omega_0}{2k_B T}\right) \left[1 - \exp\left(-\frac{\hbar\omega_0}{k_B T}\right)\right]^{-1}.\end{aligned}$$

2. **Pag. 118, riga 10, eq. (4.15).** L'equazione corretta è

$$Z = \prod_{\{\mathbf{k}, \alpha\}} \sum_{n(\mathbf{k}, \alpha)} \exp\left\{-(k_B T)^{-1} \sum_{\mathbf{k}, \alpha} \left[n(\mathbf{k}, \alpha) + \frac{1}{2}\right] \hbar\omega(\mathbf{k}, \alpha)\right\}.$$

3. **Pag. 118, riga 15, eq. (4.16).** L'equazione corretta è

$$\ln Z = \sum_{\mathbf{k}, \alpha} \left\{ -\frac{\hbar\omega}{2k_B T} - \ln \left[ 1 - \exp\left(-\frac{\hbar\omega}{k_B T}\right) \right] \right\}.$$

4. **Pag. 118, riga 18, eq. (4.17).** L'equazione corretta è

$$\ln Z = \int_0^{\infty} d\omega \sum_{\mathbf{k}, \alpha} \delta(\omega - \omega(\mathbf{k}, \alpha)) \left\{ -\frac{\hbar\omega}{2k_B T} - \ln \left[ 1 - \exp\left(-\frac{\hbar\omega}{k_B T}\right) \right] \right\}.$$

5. **Pag. 118, riga 5 dal basso, eq. (4.19).** L'equazione corretta è

$$\ln Z = \frac{V}{(\pi c)^3} \int_0^{\infty} d\omega \omega^2 \left\{ -\frac{\hbar\omega}{2k_B T} - \ln \left[ 1 - \exp\left(-\frac{\hbar\omega}{k_B T}\right) \right] \right\}.$$

6. **Pag. 144, riga 9 dal basso.** La riga corretta è

funzione di partizione canonica per delle particelle indipendenti:

7. **Pag. 138, riga 12.** Prima del paragrafo 4.4 (Condensazione di Einstein) introdurre il seguente sottoparagrafo

### 4.3.3 Derivazione variazionale delle statistiche di Fermi e Bose

*Statistica di Fermi.* Supponiamo di avere un sistema di  $N$  fermioni, ognuno dei quali può trovarsi in uno stato di singola particella  $i$  cui è associata l'energia  $\epsilon_i$ . Vogliamo valutare il valor medio  $n_i$  del numero d'occupazione dello stato  $i$ . Sebbene questo problema possa essere più facilmente risolto nell'*ensemble* gran canonico, è istruttivo ottenerlo sfruttando il principio variazionale degli ensemble generalizzati. In questo caso, lo stato del sistema è univocamente definito dall'insieme  $\{i_1, \dots, i_N\}$  degli stati occupati. Poiché la probabilità d'occupazione dipende alla fine solo dall'energia  $\epsilon_i$  dello stato, raggruppiamo gli stati di singola particella in gruppi tali che il numero di stati  $G_j$  che si trovano nello stesso gruppo  $j$  sia grande, il numero di particelle  $N_j$  che si trovano nel gruppo  $j$  sia parimenti grande, ma che l'energia di tutti gli stati che appartengono al gruppo  $j$  sia praticamente uguale. Quindi l'ensemble è ben definito quando siano noti, per ciascun gruppo  $j$ , il numero di stati  $G_j$ , l'energia corrispondente  $\epsilon_j$ , e il numero medio d'occupazione  $n_j = N_j/G_j$ . Fissato  $N_j$ , il numero di modi in cui possiamo distribuire le particelle all'interno del gruppo  $j$  è chiaramente dato da  $G_j!/N_j!(G_j - N_j)!$ , che corrisponde al numero di modi in cui è possibile scegliere gli  $N_j$  stati occupati fra i  $G_j$  possibili. Il logaritmo di questa quantità è dato da

$$s_j = -G_j [\ln n_j + \ln(1 - n_j)],$$

come si ottiene applicando la formula di Stirling. L'entropia di Shannon associata alla distribuzione  $\{n_j\}$  è data da

$$\mathcal{S} = \sum_j s_j = -k_B \sum_j G_j [\ln n_j + \ln(1 - n_j)].$$

Vogliamo cercare il massimo di questa espressione rispetto a  $n_j$ , con le condizioni

$$\sum_j N_j = \sum_j G_j n_j = N; \quad \sum_j G_j \epsilon_j n_j = E.$$

Introducendo i moltiplicatori di Lagrange  $\alpha$  e  $\beta$  otteniamo l'equazione

$$\ln \frac{n_j}{1 - n_j} = \alpha - \beta \epsilon_j,$$

che ammette come soluzione

$$n_j = \frac{1}{e^{-\alpha + \beta \epsilon_j} + 1}.$$

Questa è la distribuzione di Fermi, espressa in funzione dei parametri  $\alpha = \mu/k_B T$  e  $\beta = 1/k_B T$ .

*Statistica di Bose.* Consideriamo adesso un sistema di  $N$  bosoni, e procediamo di nuovo al raggruppamento degli stati di singola particella. In questo caso il numero di modi in cui è possibile disporre le  $N_j$  particelle nei  $G_j$  stati è dato dal numero di modi in cui gli  $N_j$  stati possono essere scelti *con ripetizione*. Questo numero può essere valutato considerando che esso è uguale al numero di modi di ripartire  $N_j$  biglie identiche in  $G_j$  scatole. Indichiamo una disposizione di questo tipo nel modo seguente:

$$|\bullet\bullet|\bullet||\bullet\bullet\bullet| \quad \text{etc.},$$

dove le barre verticali delimitano successivamente la prima, la seconda,  $\dots$ , la  $n$ -esima scatola e i puntini rappresentano le biglie. Abbiamo in totale  $N_j$  palline e  $G_j + 1$  barre, ma la posizione della prima e dell'ultima barra sono fissate rispettivamente all'inizio e alla fine della sequenza. Quindi il numero di disposizioni è pari al numero di modi in cui possiamo porre le  $N_j$  palline fra  $N_j + G_j - 1$  posizioni possibili. Questo numero è pari a  $(N_j + G_j - 1)!/N_j!(G_j - 1)!$  e il suo logaritmo è dato da

$$s_j = -G_j [(1 + n_j) \ln(1 + n_j) - n_j \ln n_j],$$

dove  $n_j = N_j/G_j$  è il numero d'occupazione medio. L'entropia di Shannon associata a questa distribuzione è quindi

$$\mathcal{S} = \sum_j s_j = -k_B \sum_j G_j [(1 + n_j) \ln(1 + n_j) - n_j \ln n_j].$$

Ottimizzando questa espressione con i soliti vincoli otteniamo

$$n_j = \frac{1}{e^{-\alpha + \beta \epsilon_j} - 1}.$$

Interpretando  $\alpha$  e  $\beta$  come sopra otteniamo la distribuzione di Bose

$$n_j = \frac{1}{e^{(\epsilon_j - \mu)/k_B T} - 1},$$

dove si è supposto che

$$\mu \leq \min_j \epsilon_j,$$

perché le  $n_j$  non siano negative.

8. **Pag. 135, equazione [4.92]** L'equazione corretta è

$$N = 2V \int_0^\infty d\epsilon \frac{d\Phi}{d\epsilon} f_+(\epsilon - \mu) = 2V [\Phi f_+(\epsilon - \mu)]_0^\infty - 2V \int_0^\infty d\epsilon \Phi(\epsilon) f'_+(\epsilon - \mu).$$

9. **Pag.139, eq.[4.111]** L'equazione corretta è

$$T < T_0 = \frac{h^2}{2\pi m k_B} \left( \frac{\rho}{(2s+1)\phi_{d/2}(1)} \right)^{2/d}.$$

## Capitolo Quinto

1. **Pag.175, equazione (5.65).** L'equazione corretta è

$$Z(K) = (\cosh K)^{2N} \sum_{\sigma} \prod_{\langle ij \rangle} (1 + \sigma_i \sigma_j \tanh K).$$

2. **Pag.175, equazione (5.66).** L'equazione corretta è

$$Z(K) = (\cosh K)^{2N} \sum_{\sigma} \sum_{\mathcal{G}} t^{|\mathcal{G}|} \prod_i \sigma_i^{n_i}.$$

3. **Pag.175, riga 17 ed equazione (5.67).** nella frase “si avrà un contributo pari a” l'espressione corretta è  $(\cosh K)^{2N} t^{|\mathcal{G}|}$ . L'equazione corretta è

$$Z(K) = 2^N (\cosh K)^{2N} \sum_{\mathcal{G}} t^{|\mathcal{G}|}.$$

4. **Pag.176, eq.(5.71).** L'espressione corretta è

$$Z(K') = e^{2NK'} \frac{1}{2^N} \frac{1}{(\cosh K)^N} Z(K) = \frac{1}{(\sinh 2K)^N} Z(K).$$

5. **Pag.177, quarta riga del paragrafo 5.12.** Invece di “La presentiamo chiaramente” leggere “Chiaramente, la presenteremo”.
6. **Pag.181, quinta riga dopo l'equazione (5.87).** Inserire il seguente testo:

Si può dimostrare questa relazione ponendo

$$\langle e^f \rangle = e^{\langle f \rangle} \langle e^{f - \langle f \rangle} \rangle,$$

e sfruttando la nota disuguaglianza (equivalente a  $x \geq \ln(1+x)$ )

$$e^x \geq 1 + x.$$

Si ottiene così

$$\langle e^f \rangle \geq e^{\langle f \rangle} \langle 1 + (1 + f - \langle f \rangle) \rangle = e^{\langle f \rangle}.$$

Modificare le tre righe successive come segue:

Consideriamo per esempio una variabile  $x$  che può assumere soltanto due valori:  $x_1$  con probabilità  $p$  e  $x_2$  con probabilità  $(1-p)$ . Al variare di  $p$  tra 0 e 1,  $\langle x \rangle$  può assumere un qualunque valore compreso fra  $x_1$  e  $x_2$ , e  $e^{\langle x \rangle}$  sarà il valore della corrispondente ordinata nel grafico di  $\exp(x)$  (vedi figura). D'altra parte, il valore di  $\langle e^x \rangle$  sarà il valore della corrispondente ordinata nel grafico della funzione lineare  $pe^{x_1} + (1-p)e^{x_2}$ . Poiché la funzione esponenziale è concava, il grafico di questa funzione si trova sempre al disopra del grafico di  $\exp(x)$  nell'intervallo  $(x_1, x_2)$ .

7. **Pag.182, eq.(5.96).** L'equazione corretta è la seguente:

$$m\zeta J + h = k_B T \tanh^{-1} m,$$

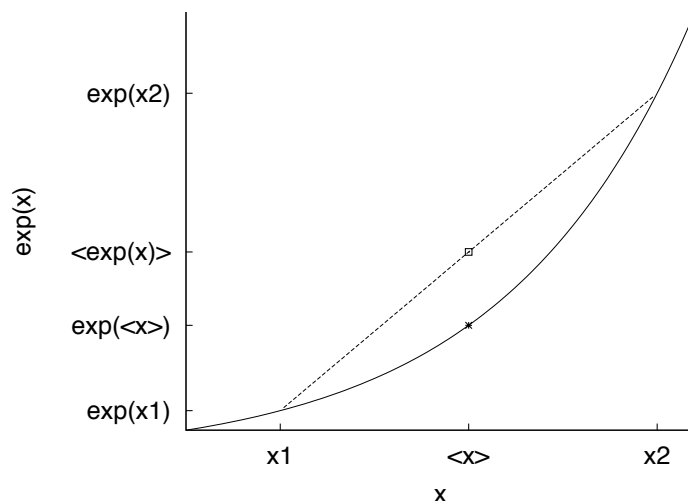


Figura 1: Concavità della funzione esponenziale. Il grafico di  $\langle e^x \rangle$  si trova sempre al disopra del grafico di  $e^{\langle x \rangle}$  quando  $x$  può assumere uno fra due valori.

8. **Pag.191, eq.(5.145).** Il numero dell'equazione deve essere portato alla riga seguente. Di conseguenza le equazioni dalla (5.146) alla (5.193) vengono rinumerate sottraendo 1 al loro numero: (5.146)  $\rightarrow$  (5.145) ecc.
9. **Pag.192, eq.(5.148), prima riga.** Il segno dell'ultimo membro è sbagliato. La sua espressione corretta è

$$k_B T^2 \left. \frac{\partial E}{\partial T} \right|_V .$$

10. **Pag. 195, prima riga.** Correggere "l'espressione [5.156]" in "l'espressione [5.155]".
11. **Pag.195, 10 riga.** Correggere "formula [5.156]" in "formula [5.155]".

## Capitolo Sesto

1. **Pag.201, nota *in limine*.** La citazione deve essere attribuita a J. A. Wheeler.

2. **Pag.204, riga 8 dal basso.** Sostituire “la trasformazione in linea di principio” con “la trasformazione è in linea di principio”.
3. **Pag.205, righe 11 e 12 dal basso.** Sostituire “spin indice pari” con “spin di indice pari”.
4. **Pag.210, riga 8.** Sostituire il paragrafo “Per migliorare la nostra approssimazione... a quella dovuta a  $K'$  e  $K_1$ ” con

Per migliorare la nostra approssimazione dobbiamo tenere conto in qualche modo anche delle altre interazioni. Tuttavia non siamo in grado di iterare la trasformazione se nella nostra hamiltoniana compaiono altre interazioni, come quelle a secondi vicini. Quindi dobbiamo trovare una maniera di proiettare la trasformazione [6.35-37] sull'asse delle interazioni a primi vicini, in modo da tenere conto almeno in parte dell'effetto delle altre interazioni. Non c'è una maniera sistematica di farlo, e il procedimento sarà convalidato dai risultati che troveremo. Una scelta che si è rivelata accettabile è quella di trascurare l'interazione a quattro corpi e di scegliere il coefficiente dell'interazione a primi vicini in modo che l'energia dello stato fondamentale sia uguale a quella dovuta a  $K'$  e  $K_1$ :

5. **Pag.212, riga 8.** Sostituire “quantità che esce più direttamente dal calcolo.” con “quantità che si ottiene più direttamente dal calcolo.”
6. **Pag.212, eq.[6.52].** L'equazione corretta è

$$-\mathcal{H}\{\phi_i\} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!} K_{\{i_1, \dots, i_n\}}^{(n)} \phi_{i_1} \cdots \phi_{i_n}.$$

7. **Pag.214, riga 17.** In effetti, se avessimo scelto un altro valore di  $\zeta$  non avremmo ottenuto un punto fisso nello spazio delle hamiltoniane che stiamo considerando.
8. **Pag.221, riga 10 dal basso.** Sostituire il paragrafo “Riscaldando i campi  $\phi_{\mathbf{k}}$  di un fattore  $1/\sqrt{N}$ , questa espressione si può riscrivere come” con il seguente testo:

Il valore delle componenti di Fourier  $\phi_{\mathbf{k}}$  dipende dal numero  $N$  di spin che compongono il sistema, come si vede dalla [6.91]. Per poter passare al limite termodinamico, è opportuno ridefinirle in modo da rendere il loro valore indipendente da  $N$ , cosa che si ottiene riscalandole di un fattore  $1/\sqrt{N}$ . L'espressione che precede assume allora la forma

9. **Pag.222, eq.[6.105].** L'espressione corretta è

$$\mathcal{H} = \frac{1}{2} \int_{|\mathbf{k}| < \pi/b} \Delta(\mathbf{k}) \phi_{-\mathbf{k}} \cdot \phi_{\mathbf{k}}.$$

La riga seguente deve essere soppressa.

10. **Pag.227, riga 6 dal basso.** Sostituire la frase “ottenere la formula di ricorrenza all'ordine seguente in  $u$ .” con “valutare le trasformazioni [6.133-135] e in particolare il valore di  $u'$  all'ordine successivo in  $u$ .”
11. **Pag.227, riga 5 dal basso.** Sostituire la frase “Se otterremo un'espressione della forma” con “Otterremo così un'espressione della forma”. Dopo la formula [6.136] la frase “possiamo aspettarci di determinare il punto fisso  $u^*$  nella forma” va sostituita con “che implica l'esistenza di un punto fisso  $u^*$  dato da”
12. **Pag.229, ultima riga, eq.(6.141).** L'espressione corretta è

$$u' = b^{-3d} \zeta^4 \left[ u - 4(n+8)u^2 \int_{\mathbf{q}}^> G^2(\mathbf{q}) \right].$$

13. **Pag.231, riga 1.** La frase “in questo caso... con  $u^* > 0$ .” va sostituita con

in questo caso il punto fisso gaussiano diventa instabile,  
ed appare un nuovo punto fisso stabile con  $u^* > 0$ .

14. **Pag.234, riga 7.** Alla frase “Supponiamo che  $\dots \alpha = 1, \dots, m$ ” aggiungere “e  $\Delta_\alpha = 0$  per  $\alpha = m+1, \dots, n$ .”
15. **Pag.235, riga 9.** La frase “Teniamo presente che  $b = e^\ell$ .” va sostituita con “Ricordiamo che fattore  $b$  di riscaldamento delle lunghezze è dato da  $b = e^\ell$ .”

16. **Pag.242, riga 6 dal basso.** Nella frase “è stabile per  $n < n_c = 4 + O(\epsilon)$ , mentre vale il contrario per  $n > n_c$ .” bisogna invertire il segno delle diseguaglianze.

## Capitolo Settimo

**Paragrafi 7.1 e 7.2.** Risulta più conveniente definire l'integrale sulle configurazioni  $\Omega_N[v]$  in modo che abbia le dimensioni  $L^{dN}$ , dove  $d$  è la dimensionalità dello spazio. Questo implica un certo numero di modifiche che sono riportate nel seguito.

1. **Pag.251, eq.(7.4).** L'ultimo membro ha per espressione

$$\frac{1}{N!} \lambda^{-3N} \Omega_N[v].$$

2. **Pag.252, eq.(7.6).** L'equazione corretta è

$$\Omega_N[v] = \int \prod_{i=1}^N d^3 \mathbf{r}_i \exp \left\{ -\frac{1}{k_B T} \left[ \sum_{i=1}^N v(\mathbf{r}_i) + U(\{\mathbf{r}\}) \right] \right\}.$$

3. **Pag.255, eq.(7.14).** L'espressione corretta è

$$\rho^{(1)}(x) = [\Omega_N[v]]^{-1} N \int \prod_{i=2}^N d^3 \mathbf{r}_i \exp \left\{ -\frac{1}{k_B T} \left[ \sum_{i=1}^N v(\mathbf{r}_i) + U(\{\mathbf{r}\}) \right] \right\},$$

4. **Pag.255, eq.(7.16).** L'espressione corretta è

$$\begin{aligned} \rho^{(\ell)}(\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_\ell) &= [\Omega_N[v]]^{-1} N(N-1) \cdots (N-\ell+1) \int \prod_{i=\ell+1}^N d^3 \mathbf{r}_i \\ &\quad \times \exp \left\{ -\frac{1}{k_B T} \left[ \sum_{i=1}^N v(\mathbf{r}_i) + U(\{\mathbf{r}\}) \right] \right\}, \end{aligned}$$

5. **Pag.255, eq.(7.17).** L'equazione corretta è

$$\rho^{(\ell)}(\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_\ell) = (-k_B T)^\ell [\Omega_N[v]]^{-1} \frac{\delta^\ell \Omega_N[v]}{\delta v(\mathbf{x}_1) \cdots \delta v(\mathbf{x}_\ell)}.$$

6. **Pag.256, quinta riga.** La frase fra parentesi deve essere soppressa.

7. **Pag.257, eq.(7.23).** L'equazione corretta è

$$\begin{aligned}\Omega_N &= \int_0^L dr_{11} \int_0^L dr_{12} \cdots \int_0^L dr_{N3} \exp \left\{ -\frac{1}{k_B T} U(\{\mathbf{r}\}) \right\} \\ &= V^N \int_0^1 d\xi_{11} \cdots \int_0^1 d\xi_{N3} \exp \left\{ -\frac{1}{k_B T} U(\{L\xi\}) \right\},\end{aligned}$$

8. **Pag.257, eq.(7.24).** L'equazione corretta è

$$L \frac{\partial \ln \Omega_N}{\partial L} = 3N - \frac{V^N}{k_B T} [\Omega_N]^{-1} \int_0^1 d\xi_{11} \cdots \int_0^1 d\xi_{N3} L \frac{\partial U(\{L\xi\})}{\partial L} \exp \left\{ -\frac{1}{k_B T} U(\{L\xi\}) \right\}.$$

9. **Pag.257, eq.(7.26), ultima riga.** L'espressione corretta è

$$= 3N - \frac{V}{2k_B T} \rho^2 \int_0^\infty d^3 \mathbf{r} r \frac{\partial u}{\partial r} g(r).$$

10. **Pag.258, Esercizio 7.1.** Manca il segno di vettore alla variabile d'integrazione.

## Capitolo Ottavo

1. **Pag.309, eq.(8.67).** L'espressione corretta è

$$m_{\text{RMS}}^2 = L^{-d+\gamma/\nu} \hat{\chi} \left( \frac{L}{\xi} \right) = L^{-2\beta/\nu} \hat{\chi} (L|T - T_C|^\nu).$$

La frase “dove  $Q(x)$  è una funzione di scala e abbiamo sfruttato...”, deve essere sostituita da “dove abbiamo sfruttato...”.

2. **Pag.309, riga dopo l'eq.(8.68).** L'ultima espressione deve essere corretta in  $m_{\text{RMS}}^2 L^{2\beta/\nu}$ .

3. **Pag.310, figura 8.1.** Le espressioni “slope” all'interno della figura debbono essere sostituite con “pendenza”.

4. **Pag. 313, riga 19.** Sostituire le due occorrenze di “otto” con “quattro”.

## Capitolo Nono

N:B. I primi tre paragrafi del capitolo dovrebbero essere sostituiti dalla nuova versione (disponibile online). Tuttavia è possibile applicare intanto le correzioni qui riportate.

1. **Pag. 319, riga 7, paragrafo 9.3.** Deve essere sostituito dal seguente testo:

### 9.3 Equazione di Fokker-Planck

Consideriamo adesso l'evoluzione della nostra particella browniana su una scala di tempi molto maggiore di  $\tau_{\text{relax}}$ . Per fissare le idee, consideriamo dapprima il moto in una dimensione, che indicheremo con  $x$ . In un intervallo di tempo  $\delta t$ , la particella subisce uno spostamento aleatorio  $\delta x$ , di media nulla e di varianza pari a  $2D\delta t$ . Supponiamo che a un certo istante  $t$  la probabilità di trovare la particella fra  $x$  e  $x + dx$  sia data da  $\rho(x, t) dx$ . Vogliamo sapere come evolve la densità di probabilità  $\rho(x, t)$  con il passare del tempo, a causa del moto browniano.

Per il principio delle probabilità totali, la probabilità  $\rho(x, t + \delta t) dx$  che la particella si trovi, all'istante  $t + \delta t$ , fra  $x$  e  $x + dx$ , è data dalla somma su tutti gli intervalli  $[x', x' + dx']$  della probabilità  $\rho(x', t) dx'$  che essa si trovasse entro quell'intervallino all'istante  $t$ , per la probabilità condizionata  $\mathcal{P}(x, t + \delta t | x', t) dx$  che essa si trovi nell'intervallino  $[x, x + dx]$  all'istante  $t + \delta t$ , dato che si trovasse in  $x'$  all'istante  $t$ .

Per i risultati del paragrafo precedente,  $\mathcal{P}(x, t + \delta t | x', t)$  è una gaussiana centrata in  $x'$ , con varianza pari a  $2D\delta t$ , indipendente da  $x'$ :

$$\mathcal{P}(x, t + \delta t | x', t) = (4\pi D \delta t)^{-1/2} \exp \left[ -\frac{(x - x')^2}{4D \delta t} \right]. \quad (9.19)$$

Otteniamo così

$$\rho(x, t + \delta t) = (4\pi D \delta t)^{-1/2} \int dx' \exp \left[ -\frac{(x - x')^2}{4D \delta t} \right] \rho(x', t). \quad (9.20)$$

Per  $\delta t$  piccoli, anche  $\Delta x = x - x'$  sarà piccolo. Possiamo quindi sviluppare  $\rho(x', t)$  in serie di Taylor rispetto a  $\Delta x$  attorno a  $x' = x$ , ottenendo

$$\rho(x, t + \delta t) = \left\langle \rho(x, t) - \Delta x \left. \frac{\partial \rho}{\partial x'} \right|_{x'=x} + \frac{1}{2} \Delta x^2 \left. \frac{\partial^2 \rho}{(\partial x')^2} \right|_{x'=x} + \dots \right\rangle, \quad (9.21)$$

dove la media è valutata rispetto alla distribuzione gaussiana (9.19). Calcolando la media otteniamo

$$\rho(x, t + \delta t) = \rho(x, t) + D \delta t \frac{\partial^2 \rho}{\partial x^2}.$$

Dividendo per  $\delta t$  e passando al limite per  $\delta t \rightarrow 0$ , otteniamo l'equazione soddisfatta da  $\rho(x, t)$ :

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho(x, t) = D \frac{\partial^2}{\partial x^2} \rho(x, t).$$

Tenendo presente che le tre componenti dello spostamento sono indipendenti, e che quindi, per  $i \neq j$ , si ha

$$\langle (x_i - x'_i) (x_j - x'_j) \rangle = 0, \quad (9.22)$$

è facile vedere che la corrispondente equazione per la densità di probabilità  $\rho(\mathbf{r}, t)$  nello spazio è data da

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho(\mathbf{r}, t) = D \nabla^2 \rho(\mathbf{r}, t). \quad (9.23)$$

Essa ha la forma dell'equazione del calore, e in questo contesto è chiamata **equazione di diffusione**.

Per considerare l'effetto dell'applicazione di una forza sul movimento della particella browniana, è conveniente procedere in maniera leggermente differente. In effetti, in questo caso, la media degli spostamenti  $\Delta x = x - x'$  dipende dal punto di partenza  $x'$ . Nella derivazione che segue, terremo anche conto della possibilità che la varianza di  $\Delta x$  possa dipendere da  $x'$ , anche se questa situazione non si verifica per la particella browniana. Torniamo quindi a

considerare il moto in una dimensione, e supponiamo che sulla particella venga esercitata una forza  $F(x)$ , generata da un potenziale  $U(x)$ :

$$F(x) = -\frac{dU}{dx}. \quad (9.24)$$

Quindi il valor medio dello spostamento  $\delta x = x - x'$  nell'intervallo di tempo  $\delta t$  non sarà nullo in generale. In assenza della forza aleatoria, la particella raggiungerebbe presto (su tempi dell'ordine di  $\tau_{\text{relax}}$ ) un regime in cui è animata dalla velocità limite  $v_{\text{lim}} = F/\lambda$ . (Stiamo implicitamente supponendo che  $F$  non vari troppo rapidamente su distanze pari a  $v_{\text{lim}}\tau_{\text{relax}}$ , cioè la distanza tipicamente percorsa in un tempo  $\tau_{\text{relax}}$ .) Nelle nostre ipotesi abbiamo dunque, per  $\tau_{\text{relax}} \ll \delta t$ , e purché  $\delta t$  non sia troppo lungo,

$$\langle \delta x \rangle = v_{\text{lim}} \delta t = \frac{F(x')}{\lambda} \delta t + O(\delta t^2); \quad (9.25)$$

$$\langle \delta x^2 \rangle = 2D \delta t + O(\delta t^2). \quad (9.26)$$

Dal confronto fra queste espressioni vediamo che, perché si possa trascurare  $\langle \delta x \rangle^2$  rispetto a  $\langle \delta x^2 \rangle$ , si deve supporre  $\delta t \ll D/v_{\text{lim}}^2$ . I momenti ulteriori di  $\Delta x$  sono di ordine superiore in  $\delta t$  e possono essere trascurati.

Introduciamo adesso una funzione  $f(x)$  arbitraria e consideriamo l'evoluzione nel tempo del suo valor medio

$$\langle f \rangle_t = \int dx f(x) \rho(x, t).$$

Si ha ovviamente

$$\frac{d\langle f \rangle_t}{dt} = \int dx f(x) \frac{\partial}{\partial t} \rho(x, t). \quad (9.27)$$

Valutiamo  $\langle f \rangle_{t+\delta t}$ :

$$\langle f \rangle_{t+\delta t} = \int dx f(x) \int dx' \mathcal{P}(x, t + \delta t | x', t) \rho(x', t).$$

Introduciamo  $\Delta x = x - x'$  e scriviamo questa espressione nella forma

$$\langle f \rangle_{t+\delta t} = \int dx' \int d\Delta x f(x' + \Delta x) \mathcal{P}(x, t + \delta t | x', t) \rho(x', t).$$

Fissato  $x'$ , possiamo sviluppare  $f(x' + \Delta x)$  in serie di Taylor di  $\Delta x$ , ottenendo

$$\begin{aligned} \langle f \rangle_{t+\delta t} &= \int dx' \int d\Delta x \left( f(x') + \Delta x f'(x') + \frac{1}{2} (\Delta x)^2 f''(x') + \dots \right) \\ &\quad \times \mathcal{P}(x, t + \delta t | x', t) \rho(x', t). \end{aligned}$$

Integrando su  $\Delta x$ , sempre a  $x'$  fissato, otteniamo

$$\langle f \rangle_{t+\delta t} = \int dx' \left( f(x') + \langle \Delta x \rangle_{x'} f'(x') + \frac{1}{2} \langle (\Delta x)^2 \rangle_{x'} f''(x') + \dots \right) \rho(x', t),$$

dove abbiamo definito

$$\begin{aligned} \langle \Delta x \rangle_{x'} &= \int d\Delta x \Delta x \mathcal{P}(x' + \Delta x, t + \delta t | x', t); \\ \langle (\Delta x)^2 \rangle_{x'} &= \int d\Delta x (\Delta x)^2 \mathcal{P}(x' + \Delta x, t + \delta t | x', t). \end{aligned}$$

Integrando per parti rispetto a  $x'$  otteniamo

$$\begin{aligned} \langle f \rangle_{t+\delta t} &= \int dx' f(x') \left[ \rho(x', t) - \frac{\partial}{\partial x'} (\langle \Delta x \rangle_{x'} \rho(x', t)) \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{(\partial x')^2} (\langle (\Delta x)^2 \rangle_{x'} \rho(x', t)) + \dots \right]. \end{aligned}$$

Sostituendo a  $\langle \Delta x \rangle_{x'}$  e a  $\langle (\Delta x)^2 \rangle_{x'}$  le loro espressioni date da (9.25,9.26) otteniamo, a meno di potenze ulteriori di  $\delta t$ ,

$$\begin{aligned} \langle f \rangle_{t+\delta t} &= \int dx' f(x') \left[ \rho(x', t) - \delta t \frac{\partial}{\partial x'} \left( \left( -\frac{F}{\lambda} \right) \rho(x', t) \right) \right. \\ &\quad \left. + \delta t \frac{\partial^2}{(\partial x')^2} (D\rho(x', t)) \right]. \end{aligned}$$

Confrontando con la (9.27), poiché la funzione  $f(x)$  è arbitraria, otteniamo

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho(x, t) = -\frac{\partial}{\partial x} \left[ \left( \frac{F}{\lambda} \right) \rho(x, t) - \frac{\partial}{\partial x} (D \rho(x, t)) \right]. \quad (9.28)$$

Questa equazione è detta **equazione di Fokker-Planck**. È facile ottenerne la forma valida per tre dimensioni:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\nabla \cdot \left[ \frac{\mathbf{F}}{\lambda \rho} - \nabla (D \rho) \right]. \quad (9.29)$$

Vediamo che l'equazione ha la forma di un'equazione di continuità per  $\rho(\mathbf{r}, t)$ :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\nabla \cdot \mathbf{j}, \quad (9.30)$$

dove la corrente di probabilità  $\mathbf{j}$  è espressa da

$$\mathbf{j} = \frac{\mathbf{F}}{\lambda} \rho - \nabla (D \rho). \quad (9.31)$$

All'equilibrio termodinamico, non solo la  $\rho(\mathbf{r}, t)$  deve essere indipendente dal tempo, ma anche la corrente  $\mathbf{j}$  deve annullarsi. Questa condizione corrisponde, nel nostro contesto, al **principio del bilancio dettagliato** che avevamo discusso nel capitolo sulla simulazione numerica. Ricordando che  $\mathbf{F} = -\nabla U$ , otteniamo così

$$\nabla \rho_{\text{eq}} = \frac{1}{D \lambda} \mathbf{F} \rho_{\text{eq}} = -\frac{D}{\lambda} (\nabla U) \rho_{\text{eq}}. \quad (9.32)$$

Ricordando che per la relazione di Einstein si ha  $D = k_B T / \lambda$ , otteniamo

$$\rho_{\text{eq}}(\mathbf{r}) \propto \exp \left( -\frac{U(\mathbf{r})}{k_B T} \right), \quad (9.33)$$

in accordo con la distribuzione di Boltzmann.

Notiamo che la corrente di probabilità  $\mathbf{j}$  è costituita da due termini:

- (a) La corrente  $\mathbf{j}_1 = \rho \nabla U / \lambda$ , dovuta a  $\langle \delta \mathbf{r} \rangle$ , e quindi detta **corrente sistematica**: essa è presente anche in assenza di fluttazioni.
- (b) La corrente  $\mathbf{j}_2 = -D \nabla \rho$ , dovuta al moto browniano. Essa è presente a causa delle fluttuazioni ( $D \propto k_B T$ ) ed è chiamata **corrente di diffusione**.

Il principio del bilancio dettagliato impone che all'equilibrio i due termini si cancellino.

2. **Pag.323, eq.(9.43)**. L'espressione corretta è

$$\tilde{C}(\mathbf{k}, \omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} dt e^{-i\omega t} C(\mathbf{k}, t) = C(\mathbf{k}, 0) \frac{2\Omega(\mathbf{k})}{\omega^2 + (\Omega(\mathbf{k}))^2}.$$

3. **Pag.324, eq.(9.50)**. L'espressione corretta è

$$\tilde{C}(\mathbf{k}, \omega) = \frac{2\bar{\rho} D k^2}{\omega^2 + (D k^2)^2}.$$

4. **Pag.336, eq.(9.119)**. L'espressione corretta è

$$h_\ell(t) = \lambda \delta_{\ell j} \theta(-t) e^{\epsilon t}.$$

Nella riga seguente, dopo “dove  $\epsilon$  è un numero positivo molto piccolo”, aggiungere “e  $|\lambda| \ll 1$ .”

5. **Pag.336, eq.(9.120)**. L'espressione corretta è

$$\langle X_i \rangle_t = -\frac{\lambda}{k_B T} \int_{-\infty}^0 dt' \frac{d}{dt'} \langle X_i(t) X_j(t') \rangle e^{\epsilon t'}.$$

6. **Pag.336, eq.(9.121)**. L'espressione corretta è

$$\begin{aligned} \langle X_i \rangle_t &= \frac{\lambda}{k_B T} \int_{-\infty}^0 dt' \frac{d}{dt'} \langle X_i(t) X_j(t') \rangle e^{\epsilon t'} = \frac{\lambda}{k_B T} \left[ \left[ \langle X_i(t) X_j(t') \rangle e^{\epsilon t'} \right]_{-\infty}^0 + \right. \\ &\quad \left. + \epsilon \int_{-\infty}^0 dt' \langle X_i(t) X_j(t') \rangle e^{\epsilon t'} \right] = \frac{\lambda}{k_B T} \langle X_i(t) X_j(0) \rangle + O(\epsilon). \end{aligned}$$

## Capitolo Decimo

1. **Pag.385, eq.(10.134).** L'equazione corretta è

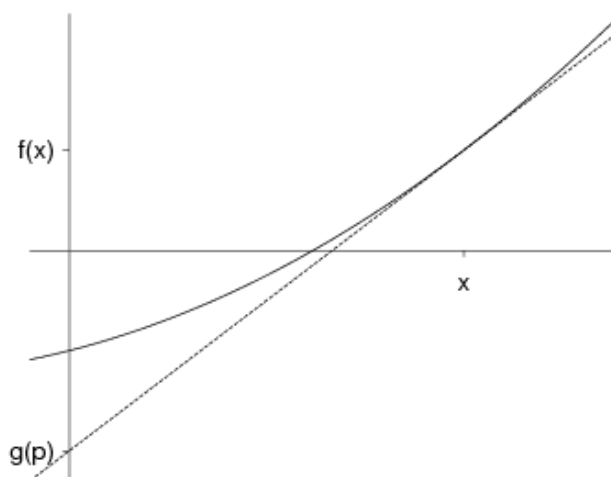
$$\Phi(E) = \int_{-\infty}^E dE' \mathcal{P}(E').$$

2. **Pag.385, eq.(10.135).** L'equazione corretta è

$$\mathcal{P}_M(E^*) = M\mathcal{P}(E^*) [1 - \Phi(E^*)]^{M-1} = -\frac{d}{dE^*} [1 - \Phi(E^*)]^M.$$

## Appendice A

1. **Pag.404, terza riga dal basso.** La frase “Supponiamo...” deve essere corretta in “Supponiamo che la  $f(x, \xi)$  sia concava.”
2. **Pag.405, terza riga dall'alto.** La frase “Questa proprietà...” deve essere corretta in “Questa proprietà segue facilmente dal fatto che, poiché la  $f$  è concava, essa si trova sempre al di sopra della tangente.”
3. **Pag.405.** Inserire la seguente figura:



**Didascalia:** Definizione geometrica della trasformata di Legendre  $g(p) = f(x(p)) - px(p)$  come intercetta della tangente in  $(x, f(x))$  al grafico di  $f(x)$ . Per una funzione  $f(x)$  concava, la curva si trova sempre al disopra della tangente, il che corrisponde al principio variazionale  $g(p) \leq f(x) - xp, \forall x$ .

## Appendice B

1. **Pag.410, riga 10 dal basso.** La frase “questa proprietà... regione” deve essere corretta in “questa proprietà può essere estesa da questa regione”.
2. **Pag.411, riga 13 dall’alto.** Correggere

$$\left(\frac{1 - \delta R}{R}\right)^N$$

in

$$\left(1 - \frac{\delta R}{R}\right)^N$$

## Appendice D

1. **Pag.423, riga 11.** L’ultima occorrenza di  $W$  deve essere con carattere sans serif:  $W$ .