



Aniello Murano

Macchine di Turing multinastro

Lezione n.4

Parole chiave:

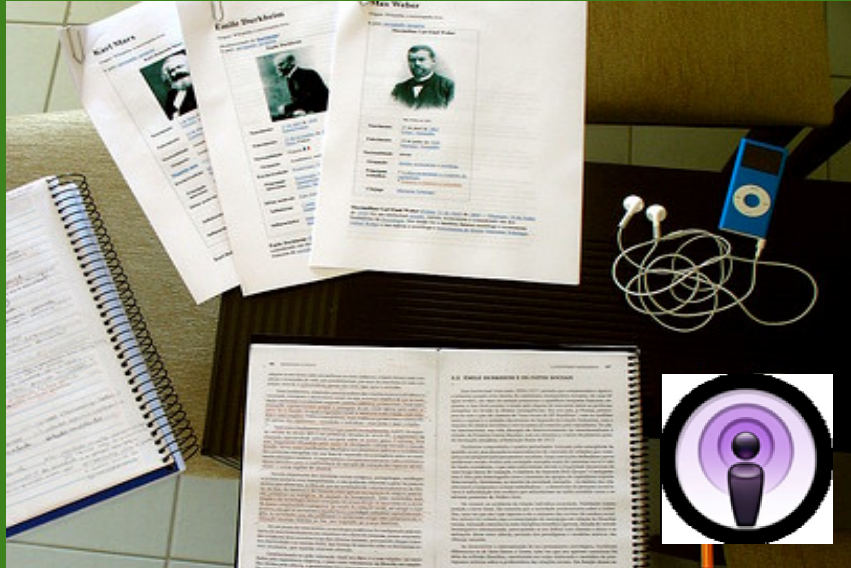
Macchina di Turing
Multinastro

Corso di Laurea:
Informatica

Codice:

Email Docente:
murano@na.infn.it

A.A. 2008-2009



Definizione delle TM multinastro

- Una macchina di Turing multinastro è paragonabile ad un ordinaria Macchina di Turing a singolo nastro ma con più nastri.
- Ogni nastro ha la sua testina per leggere e scrivere.
- Inizialmente l'input risiede sul 1° nastro e gli altri sono inizializzati con caratteri di blank.
- La funzione di transizione cambia per permettere di leggere, scrivere e muovere le testine su alcuni o tutti i nastri simultaneamente. Formalmente è descritta in questo modo:

$\delta : Q \setminus \{\text{accept, reject}\} \times \Gamma^k \rightarrow Q \times \Sigma^k \times \{L, R, S\}^k$ dove k è il numero di nastri;

- L'espressione $\delta(q_i, a_1, \dots, a_k) = (q_j, b_1, \dots, b_k, L, R, \dots, L)$ sta a significare che,
Se la macchina è nello stato q_i e le testine da 1 a k stanno leggendo i simboli $a_1 \dots a_k$, la macchina va nello stato q_j , scrive i simboli $b_1 \dots b_k$, e direziona ogni testina per muoversi a sinistra o destra, o rimanere ferma, in base a quanto specificato dalla relazione di transizione.
- Sebbene le Macchine di Turing multinastro sembrano essere più potenti delle classiche TM, possiamo facilmente dimostrare che sono equivalenti.
- Ricordiamo che due Macchine di Turing sono equivalenti se riconoscono lo stesso linguaggio.



Equivalenza tra TM multinastro e TM a singolo nastro

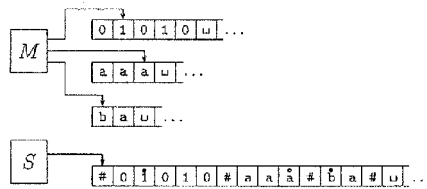
- **TEOREMA**

Per ogni Macchina di Turing multinastro esiste una macchina di Turing a singolo nastro equivalente.

- **DIMOSTRAZIONE**

Mostriamo come convertire una TM multinastro M in una TM S a singolo nastro. L'idea chiave è quella di mostrare come simulare M con S .

- Assumiamo che M abbia k nastri. Allora S simula l'effetto dei k nastri di M memorizzando il loro contenuto sul suo unico nastro. S utilizza il simbolo $\#$ come delimitatore per separare i contenuti dei diversi nastri. Inoltre, S deve tener traccia delle posizioni delle varie testine. Per fare questo, per ogni simbolo nella posizione di una testina dei k nastri, S scrive lo stesso simbolo con l'aggiunta di un punto sopra. Questo nuovo simbolo sarà poi aggiunto all'alfabeto del nastro di S . Per maggiore chiarezza di seguito è rappresentata una TM a 3 nastri e la sua corrispondente riduzione in una TM a singolo nastro:



Formalizzazione

- Di seguito è descritto il funzionamento della TM S vista nella precedente diapositiva:

$S =$ " Su input $w = w_1 \dots w_n$: $\# \overset{\cdot}{w}_1 \overset{\cdot}{w}_2 \dots \overset{\cdot}{w}_n \# \overset{\cdot}{u} \# \overset{\cdot}{u} \# \dots \#$

1. Di seguito è descritto il funzionamento della TM S vista nella precedente diapositiva:

1. S in prima istanza copia il contenuto dei k nastri della TM M sul suo nastro:

2. Per simulare un singolo movimento, S scandisce il nastro dal primo simbolo $\#$ il quale indica il limite sinistro, fino al $(k+1)$ -esimo $\#$, il quale indica il limite destro, per individuare il simbolo che rappresenta la testina virtuale. Come secondo passo S aggiorna i nastri, in base a come è definita la funzione di transizione di M .

3. Se in qualche punto S muove una delle testine virtuali a destra di un simbolo $\#$, questa azione indica che M ha mosso la testina corrispondente in una porzione del nastro dov'è presente un simbolo di blank. Così S scrive un simbolo blank su questa cella del nastro e trasla di un unità i contenuti del nastro, da questa cella fino al simbolo $\#$ più a destra. La simulazione continua poi ciclicamente.



- **COROLLARIO:**

Un linguaggio è **Turing-Riconoscibile** se e solo se esiste almeno una macchina di Turing Multinastro che lo riconosce.

- **DIMOSTRAZIONE:**

->:

Un linguaggio Turing riconoscibile è riconosciuto da una normale Macchina di Turing (a singolo nastro), la quale è un caso particolare di una Macchina di Turing multinastro.

<-:

Questo si dimostra attraverso il teorema visto nella precedente diapositiva.



- Si ricordi che una MdT che calcola una funzione (anche parziale) può essere vista come un **Trasduttore**
- Questo è ancora più evidente nel caso di una macchina di Turing a più nastri, dove un nastro può essere usato per l'input, uno per l'output ed eventualmente altri nastri possono essere usati per l'esecuzione della macchina
- **Esercizio:** Definire una macchina trasduttrice a due nastri che calcoli la funzione prodotto di due interi positivi in notazione unaria, secondo le seguenti convenzioni:
 - Sul primo nastro (nastro di input) è memorizzata la stringa $1^n \# 1^m$, dove le due sequenze non vuote di 1 rappresentano i numeri da moltiplicare in notazione unaria.
 - Quando la macchina si ferma, sul secondo nastro (nastro di output) verrà memorizzata la stringa 1^{nm} .

This document was created with Win2PDF available at <http://www.win2pdf.com>.
The unregistered version of Win2PDF is for evaluation or non-commercial use only.
This page will not be added after purchasing Win2PDF.