Istituzioni di Fisica della Materia

Alcuni esercizi preparatori alla seconda prova intercorso - Lorenzo Marrucci, 22/5/2003
(modificato dagli esercizi predisposti per il 2002)

1) Determinate una formula che fornisca tutte le possibili lunghezze d'onda di assorbimento o emissione per un elettrone confinato in una buca di potenziale quadrata infinita. Se la larghezza della buca è L=3Å, calcolate in particolare il valore delle 4 lunghezze d'onda più grandi dello spettro.

2) Nella stessa buca dell'esercizio precedente, determinate i punti in cui è più probabile trovare l'elettrone se esso occupa lo stato stazionario n=2, quanto vale la probabilità di trovare l'elettrone in un intervallo di larghezza pari a $\Delta x=L/10$ posizionato al centro della buca. Quanto vale la probabilità di trovare l'elettrone in un intervallo di uguale larghezza posizionato in uno dei punti di massima probabilità trovati precedentemente. Infine, quanto vale il valore medio $\langle x \rangle$ della posizione dell'elettrone.

3) Calcolate come varia nel tempo la distribuzione di probabilità per la posizione di un elettrone che si trovi in una buca di potenziale quadrata infinita di larghezza L e che a t=0 si trova in uno stato quantistico descritto dalla funzione d'onda $\psi=(\psi_1+\psi_2)/\sqrt{2}$, dove ψ_1 e ψ_2 sono i primi due stati stazionari del sistema corrispondenti alle energie più basse E_1 e E_2. Rispondete alle seguenti domande: (a) il sistema è periodico? (b) Se sì, quale è la frequenza di oscillazione? (c) Che relazione c'è fra questa frequenza di oscillazione della densità di probabilità e le frequenze E_1/h e E_2/h? (d) Che relazione c'è con la frequenza della radiazione elettromagnetica emessa nella transizione quantistica $2\rightarrow1$?

4) Un elettrone si trova in una buca di potenziale quadrata infinita, nello stato n=1. Al tempo t=0, le due barriere di potenziale che definiscono la buca vengono rimosse istantaneamente. La funzione d'onda non ha il tempo di cambiare, per cui resta approssimativamente la stessa, ma si ritrova in un potenziale U=0, corrispondente alla particella libera. (a) Determinate la distribuzione di probabilità per una misura della quantità di moto p della particella. (suggerimento: per allegerire i calcoli, conviene considerare la buca come posizionata tra x=-L/2 e x=L/2, invece che tra 0 e L)

5) Un elettrone si trova in una buca di potenziale quadrata infinita di larghezza L. Supponiamo che inzialmente, al tempo t=0, la sua $\psi(x)=0$ per $L/2<x<L$ e $\psi(x)$=costante per $0<x<L/2$. Determinate l'espressione della $\psi(x,t)$ come serie armonica [Nota bene: si tratta di una funzione non periodica tra 0 ed L; per ricondursi alla serie di Fourier di una funzione periodica conviene utilizzare la funzione ausiliaria $\psi'(x)$ definita nell'intervallo "raddoppiato" $[-L,L]$, e definita come segue: $\psi'(x) = \psi(x)$ per $0<x<L$ e $\psi'(x) = -\psi(-x)$ per $-L<x<0$; sviluppando questa $\psi'(x)$ in serie di Fourier secondo le formule riportate nel paragrafo 2.4 si ottiene uno sviluppo della $\psi(x)$ equivalente a quello negli stati stazionari, cioè nelle funzioni $\sin(n\pi x/L)$]. Si può dimostrare che il modulo quadro dei coefficienti c_n dello sviluppo di ψ come combinazione lineare delle autofunzioni dell'energia $\phi_n(x)$, purché le ϕ_n siano normalizzate, forniscono le probabilità che una misura di energia dia il valore corrispondente E_n. Sfruttando questo fatto, calcolate le probabilità associate a ciascun valore dell'energia.

6) Parlate del principio di indeterminazione di Heisenbergh (mezza pagina).

7) Descrivete il fenomeno dell'onda evanescente: quando si verifica e cosa implica di strano, confrontando il comportamento quantistico con quello classico (mezza pagina).

8) Introducete le due equazioni di Schroedinger, spiegando che informazioni forniscono sul sistema fisico (mezza pagina).