

Istituzioni di Fisica della Materia

Alcuni esercizi preparatori alla prima prova intercorso - argomento "Oscillazioni"

Lorenzo Marrucci, 12/4/2002

- 1) Un oscillatore armonico smorzato è costituito da un corpo di massa $m = 2$ kg attaccato ad una molla di costante elastica $K = 800$ N/m. Trascurando l'attrito, calcolate l'ampiezza delle oscillazioni per un'energia totale $E = 100$ J (a). Supponendo ora che sul corpo agisca una forza d'attrito di tipo viscoso $F = -bv$, calcolate il coefficiente b sapendo che per ogni oscillazione l'energia (media) del sistema si riduce del 2% (b). Calcolate la frequenza naturale di oscillazione del corpo (tenendo anche conto della forza viscosa) (c). Calcolate la frequenza dove si trova il picco di risonanza (cioè il massimo) quando l'oscillatore è forzato da una forza oscillante in modo armonico (d).
- 2) Un oscillatore smorzato perde il 2% della propria energia durante ogni ciclo. (a) Quanti cicli trascorrono prima che sia dissipata la metà dell'energia iniziale? Come mai questa risposta non dipende dal valore dell'energia iniziale? (b) Se la frequenza naturale di oscillazione del sistema è 100 Hz, quanto vale la larghezza (a metà dell'altezza del picco) della curva di risonanza che si ha in condizioni di oscillazioni forzate?
- 3) Trovate la legge oraria asintotica (a regime) $x(t)$ di un oscillatore smorzato con frequenza naturale $\omega_0 = 1$ kHz e coefficiente di dissipazione $\gamma = 10$ s⁻¹, soggetto ad una forzante data dalla risultante di due forze agenti simultaneamente $F_1(t)$ e $F_2(t)$ entrambe oscillanti secondo le leggi seguenti:

$$F_1(t) = A \cos(2\omega_0 t) \quad , \quad F_2(t) = A \sin(3\omega_0 t)$$

dove $A=10$ N (per la massa usate $m=10$ kg) (a). Calcolate la massima distanza dal centro delle oscillazioni che si raggiunge durante il moto $|x_{\max}|$ (b). Discutete se il moto $x(t)$ è periodico oppure no. Se il moto è periodico, quanto vale il periodo?

- 4) Quanto vale la massima accelerazione raggiunta da un oscillatore armonico di energia $E = 10$ J, massa $m = 2$ kg, costante elastica $K = 100$ N/m? E la massima velocità?
- 5) Sia dato un corpo di massa $m = 1$ kg che si muove sotto l'effetto di una forza la cui energia potenziale è $U = -A \exp(-bx^2)$, dove $A = 100$ J e $b = 5$ m⁻². Determinare il punto di equilibrio del corpo (a), il periodo delle piccole oscillazioni attorno a questo punto di equilibrio (b), l'ampiezza delle oscillazioni (non piccole) di energia totale $E = -50$ J (c). Sono possibili anche oscillazioni con energia totale positiva? Discutere le ragioni della vostra risposta. Provate a stimare l'errore che si commette nel considerare le oscillazioni come piccole (e quindi armoniche) al variare dell'ampiezza, e quindi a individuare una ampiezza massima per la quale l'approssimazione è applicabile (per esempio con una accuratezza dell'1/1000) [quest'ultima domanda è più avanzata e potrebbe entrare nel compito solo per determinare la differenza tra un voto comunque alto e il massimo possibile].