

ESERCIZI DI OTTICA GEOMETRICA

Prima di ogni argomento sono raccolte alcune formule utili, e non banali, per lo svolgimento degli esercizi. Si presuppongono lo studio e la comprensione teorica delle stesse.

Fra i numerosi testi di consultazione e di riferimento (anche per gli esercizi), si consigliano:

L. Merola: Esperimentazioni di Fisica – Ottica, Liguori

F. Catalano, Elementi di ottica generale, Zanichelli

J.R.Meyer-Arendt, Introduzione all'ottica classica e moderna, Zanichelli

Lunghezza d'onda. Indice di rifrazione. Leggi della riflessione e della rifrazione.

λ_0 : lunghezza d'onda nel vuoto

λ_i : lunghezza d'onda nel mezzo "i"

n_i : indice di rifrazione del mezzo "i"

n_{ij} : indice di rifrazione relativo del mezzo "i" rispetto al mezzo "j"

s_i : percorso della luce in un mezzo omogeneo "i"

L : cammino ottico

$$\lambda_i = \frac{\lambda_0}{n_i}; \quad L = \sum_i n_i s_i;$$

$$n(\lambda) = A + \frac{B}{\lambda^2} + \frac{C}{\lambda^4} \approx A + \frac{B}{\lambda^2} \quad (\text{formula empirica di Cauchy})$$

$$\frac{\sin i}{\sin r} = n_{21} = \frac{n_2}{n_1} \quad (\text{legge di Snell - Cartesio})$$

Esercizio n.1

Un'onda luminosa di lunghezza d'onda 400 nm percorre nel vuoto una distanza $d = 1$ m.

a. Quante lunghezze d'onda sono comprese nel tratto percorso?

b. Se la stessa distanza fosse percorsa in un mezzo di indice $n = 1,5$, quante lunghezze d'onda sarebbero comprese in questo mezzo?

RISP: $N_0 = 25 \cdot 10^5$; $N = 37,5 \cdot 10^5$

[Esercizio n.2](#)

Un'onda monocromatica di lunghezza d'onda λ_0 percorre la distanza di 2 metri in un mezzo trasparente di indice $n = 1,5$. Successivamente percorre nella stessa direzione un tratto d in un altro mezzo di indice $n = 2$. Quale deve essere la lunghezza del tratto d affinché il numero di lunghezze d'onda sia uguale nei due mezzi?

RISP: $d = 1,5 \text{ m}$

[Esercizio n.3](#)

Il vetro crown al borosilicato (Tabella 1.1) presenta un indice di rifrazione $n_1 = 1,50883$ alla lunghezza d'onda $\lambda_1 = 656,3 \text{ nm}$ e un indice $n_2 = 1,51690$ alla lunghezza d'onda $\lambda_2 = 486,1 \text{ nm}$. Calcolare i valori delle costanti A e B per tale sostanza.

RISP: $A = 1,49903; B = 4224,27 \text{ nm}^2$

[Esercizio n.4](#)

Uno strato di olio minerale ($n = 1,47$) galleggia su uno strato d'acqua ($n = 1,33$) profondo $h = 10 \text{ cm}$ in un recipiente. Se la luce impiega lo stesso tempo ad attraversare ortogonalmente i due strati, determinare la profondità dello strato d'olio.

RISP: $h' = 9,047 \text{ cm}$

[Esercizio n.5](#)

La luce passa dal vetro all'aria con un angolo di incidenza di 40° . Qual'è l'angolo di rifrazione se l'indice di rifrazione del vetro è $1,5$?

RISP: 74°

[Esercizio n.7](#)

Una lastra di vetro, spesso $2,4 \text{ cm}$ e di indice di rifrazione $1,5$, è posta su di un foglio di carta da giornale. A che distanza dalla superficie superiore della lastra appare la stampa ad un osservatore che guardi dall'alto verso la superficie del vetro?

RISP: $1,6 \text{ cm}$

[Esercizio n.6](#)

Un raggio di luce, che si propaga in acqua, incontra una lastra di vetro crown ad un'angolo di 45° . Qual'è l'angolo di rifrazione nel vetro?

RISP: 38°

[Esercizio n.8](#)

Un pezzo di vetro con superficie piana ha un indice di rifrazione di $1,6$ in aria. Della luce entra dalla superficie ad un angolo di 30° rispetto alla normale. (a) Qual'è l'angolo di rifrazione? (b) Se il pezzo di vetro fosse immerso in acqua quale sarebbe l'angolo di rifrazione?

RISP: (a) $18,2^\circ$; (b) $24,6^\circ$

Esercizio n.9

Trovare l'angolo di riflessione interna totale per la luce che passi dal vetro di indice di rifrazione di 1,5 ad: (a) aria, (b) acqua, e (c) olio di indice di rifrazione 1,49.

RISP: (a) 42° ; (b) 62° ; (c) 83°

Specchi

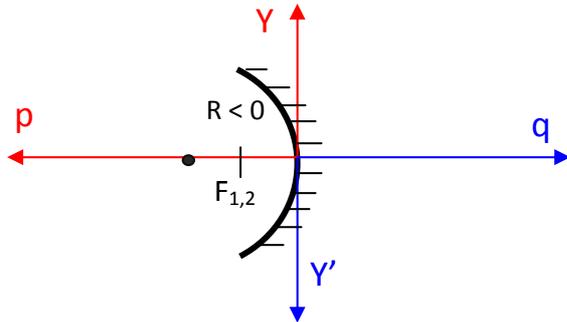
R : raggio di curvatura della superficie

f_1, f_2 : prima e seconda distanza focale

p, q : distanze dell'oggetto e dell'immagine dal vertice dello specchio

Y, Y' : dimensioni trasversali dell'oggetto e dell'immagine

G_y : ingrandimento lineare trasversale



$$\frac{1}{p} - \frac{1}{q} = -\frac{2}{R}; \quad \frac{f_1}{p} + \frac{f_2}{q} = 1; \quad (\text{eq. dei punti coniugati})$$

$$f_2 = \frac{R}{2}; \quad f_1 = -\frac{R}{2}$$

$$G_y \equiv \frac{Y'}{Y} = -\frac{q}{p}$$

Esercizio n.10

Una persona di altezza h è posta davanti a uno specchio piano perpendicolare al pavimento. Quale deve essere la minima altezza dello specchio affinché la persona possa vedere per intero la sua immagine?

RISP: $h/2$

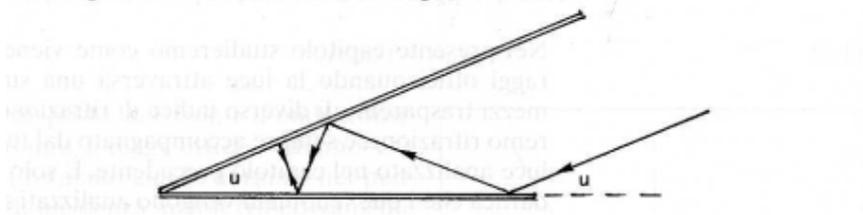
Esercizio n.11

Una sorgente puntiforme si trova a una distanza di 1 m da uno specchio piano. Un raggio ottico incide sullo specchio con un angolo di 60° e viene intercettato su uno schermo distante 5 m dallo specchio. Determinare il cammino ottico del raggio dalla sorgente allo schermo.

RISP: 12 m

Esercizio n.12

Due specchi piani sono inclinati tra loro di un angolo \hat{u} . Un raggio di luce incide su uno dei due specchi con direzione parallela all'altro e dopo quattro riflessioni ripercorre esattamente il suo cammino ottico. Calcolare l'angolo di inclinazione dei due specchi.



RISP: $\hat{u} = 22,5^\circ$

Esercizio n.13

Una freccia di altezza $y = 10$ cm è posta alla distanza di 3 m da uno specchio concavo di raggio $r = 1$ m. Costruire graficamente l'immagine. Determinare per via analitica la distanza immagine, l'ingrandimento, l'altezza dell'immagine.

RISP: $q = -60$ cm; $G = 0.2$; $y' = 2$ cm

Esercizio n.14

Una freccia di altezza $y = 30$ cm è posta davanti a uno specchio convesso di raggio $r = -80$ cm, alla distanza di 200 cm. Costruire graficamente l'immagine. Per via analitica calcolare la distanza immagine, l'ingrandimento, l'altezza dell'immagine.

RISP: $q = 33$ cm; $G = -1/6$; $y' = -5$ cm

Esercizio n.15

Una freccia di altezza y è posta davanti a uno specchio di potenza K . A quale distanza s si dovrà porre la freccia se si vuole ottenere un ingrandimento G ? Fare un esempio pratico per $K = 4$ D e $G = 3$.

RISP: $p = -(1+G)/KG$; $p = 33$ cm

Esercizio n.16

Un oggetto è posto davanti a uno specchio concavo di potenza $0,5$ D alla distanza di 6 m. Determinare l'ingrandimento G dell'immagine.

RISP: $G = 1/2$

Esercizio n.17

Un oggetto è posto a 60 cm da uno specchio sferico. Lo specchio ne forma un'immagine virtuale ad una distanza di 15 cm. Determinare il raggio di curvatura ed il tipo dello specchio, e l'ingrandimento.

RISP: $R=40\text{cm}$; $G=-1/4$

Esercizio n.18

Un dentista tiene uno specchio concavo di 4 cm di raggio di curvatura ad 1,5 cm di distanza da una otturazione di un dente. Qual'è l'ingrandimento dell'immagine dell'otturazione ?

RISP: $q= 60\text{cm}$; $G=-4$

Esercizio n.19

Uno specchio concavo ed uno specchio convesso, ognuno con un raggio di curvatura di 10 cm, sono affacciati l'uno all'altro ad una distanza di 20 cm l'uno dall'altro. A metà strada tra di essi è posto un oggetto alto 3 cm. Trovare la posizione e le dimensioni dell'immagine finale formata per riflessione, *prima* sullo specchio convesso e dopo sullo specchio concavo.

RISP: $q''= 6.37\text{ cm}$; $y''= - 0,273\text{ cm}$

Diottri

n : indice di rifrazione del primo mezzo

n' : indice di rifrazione del secondo mezzo

R : raggio di curvatura della superficie sferica

f_1, f_2 : prima e seconda distanza focale

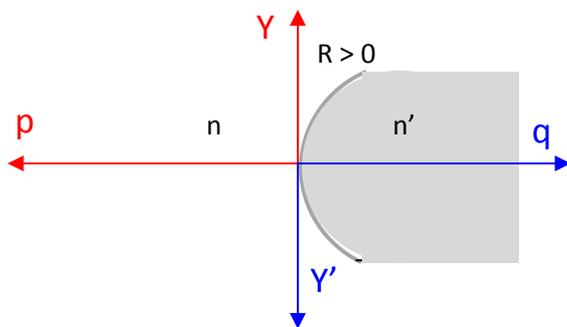
p, q : distanze dell'oggetto e dell'immagine dal vertice del diottro

Y, Y' : dimensioni trasversali dell'oggetto e dell'immagine

G_y : ingrandimento lineare trasversale

x, x' : coordinate di Newton (distanze dell'oggetto e dell'immagine rispetto al primo e al secondo fuoco)

P : potere rifrattivo del diottro



$$\frac{n}{p} + \frac{n'}{q} = \frac{n' - n}{R}; \quad \frac{f_1}{p} + \frac{f_2}{q} = 1; \quad f_1 f_2 = x x' \quad (\text{eq. dei punti coniugati})$$

$$f_1 = \frac{n R}{n' - n}; \quad f_2 = \frac{n' R}{n' - n}$$

$$P \equiv \frac{n' - n}{R}$$

$$G_y \equiv \frac{Y'}{Y} = \frac{f_1}{p - f_1} = \frac{q - f_2}{f_2} = \frac{n q}{n' p}$$

Esercizio n.20

Una sbarra di vetro di indice $\frac{3}{2}$ è immersa in acqua di indice $\frac{4}{3}$. Una sua estremità è levigata in forma di superficie sferica convessa di raggio di 1 cm. Un oggetto alto 2 cm è posto in acqua e sull'asse alla distanza di 10 cm dal vertice. Calcolare: a. la distanza focale primaria e secondaria; b. il potere della superficie; c. la distanza immagine; d. le dimensioni dell'immagine.

RISP: $f_1 = 8$ cm; $f_2 = 9$ cm; $P = 16,7$ diottrie; $q = 45$ cm; $Y = 8$ cm

Esercizio n.21

Una sorgente puntiforme si trova alla distanza di 16 cm da un diottro convesso di raggio $R = +2$ cm sull'asse ottico. Il primo mezzo ha indice $n = 1$ mentre il secondo mezzo ha indice $n' = 1,5$. Calcolare la distanza immagine. Dopo aver risolto il problema analiticamente, tracciare un raggio ottico uscente dalla sorgente puntiforme e inclinato rispetto all'asse ottico di un angolo $u = 15^\circ$. Dopo aver misurato i e r applicare la legge di Snell e confrontare il risultato ottenuto con il valore precedente.

RISP: $q = 8$ cm

Esercizio n.22

Un diottro convesso separa l'aria da un mezzo di indice 1,5. Esso forma di un oggetto un'immagine virtuale posta a $-186,43$ cm dal vertice, con un ingrandimento laterale di 2,07. Determinare la distanza dell'oggetto dal vertice e il raggio del diottro.

RISP: $p = 60$ cm; $R = 58$ cm

Lente sottile immersa nello stesso mezzo

n' : indice di rifrazione della lente

n : indice di rifrazione del mezzo in cui è immersa la lente

R_1, R_2 : raggi di curvatura della prima e della seconda superficie

F_1, F_2 : primo e secondo fuoco

$f_1, f_2 = f$: prima e seconda distanza focale (in questo caso numericamente sono uguali):

distanze del primo e del secondo fuoco rispetto al primo e al secondo punto principale

p, q : distanze dell'oggetto e dell'immagine dal centro della lente

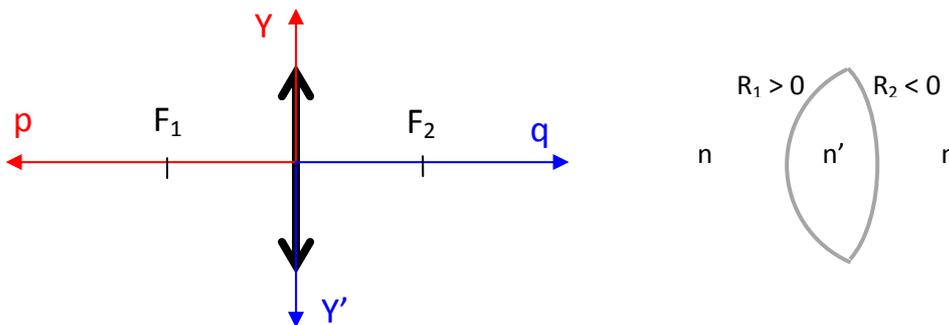
Y, Y' : dimensioni trasversali dell'oggetto e dell'immagine

G_y : ingrandimento lineare trasversale

x, x' : coordinate di Newton (distanze dell'oggetto e dell'immagine rispetto al primo e al secondo fuoco)

P_1, P_2 : poteri rifrattivi del primo e del secondo diotetro

P : potere della lente



$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{n' - n}{n} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right); \quad \frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}; \quad f^2 = x x' \quad (\text{eq. dei punti coniugati})$$

$$P = \frac{n' - n}{R_1} + \frac{n - n'}{R_2} \equiv P_1 + P_2$$

$$G_y \equiv \frac{Y'}{Y} = \frac{f}{p - f} = \frac{q - f}{f} = \frac{q}{p}$$

Esercizio n.23

Un oggetto alto 5 cm è posto davanti a una lente sottile di focale 10 cm, alla distanza di 60 cm. Determinare: a. il potere della lente; b. la distanza immagine; c. l'ingrandimento trasversale; d. l'altezza dell'immagine.

RISP: $P = 10$ diottrie; $q = 12$ cm; $G_y = 0,2$; $Y' = 1$ cm

[Esercizio n.24](#)

Una lente sottile ha indice di rifrazione 1,5 e raggi di curvatura $R_1 = +10$ cm e $R_2 = -20$ cm. Calcolare il potere della lente in aria e in acqua.

RISP: P(in aria) = 7,5 diottrie; P(in acqua) = 1,92 diottrie

[Esercizio n.25](#)

Una lente sottile positiva ha potere +5 D, indice di rifrazione 1,5 ed è equiconvessa. Calcolare il raggio di curvatura.

RISP: R = 20 cm

[Esercizio n.26](#)

Una lente sottile positiva di indice 1,5 ha un potere in aria di 20 D. Qual è il suo potere in acqua?

RISP: P(in acqua) = 5,11 diottrie

[Esercizio n.27](#)

Una lente di indice n' quando è immersa in aria ha un potere φ_1 mentre quando è immersa in un liquido trasparente di indice incognito n ha un potere φ_2 . Qual è l'indice di rifrazione del liquido? Fare un esempio per $n' = 1,5$; $\varphi_1 = +5$ D; $\varphi_2 = 1$ D.

RISP: $n = 1,36$

[Esercizio n.28](#)

Una lente sottile negativa equiconcava ha potere -10 D e raggio 12 cm (in valore assoluto). Determinare il suo indice di rifrazione.

RISP: $n = 1,6$

[Esercizio n.29](#)

Un oggetto è posto a una distanza $x = 3$ cm dal primo fuoco di una lente sottile positiva. L'immagine si forma a una distanza $x' = 12$ cm dal secondo fuoco. Calcolare la distanza focale della lente.

RISP: $f = 6$ cm

[Esercizio n.30](#)

Un oggetto alto 5 cm è posto davanti a una lente di focale $f = +20$ cm. L'immagine si forma alla distanza $x' = 4$ cm dal secondo fuoco. Determinare la distanza dell'oggetto dalla lente e l'ingrandimento trasversale. Si vuole poi ottenere una nuova immagine di altezza $y' = 2$ cm spostando la lente verso l'oggetto. Calcolare in questo caso la nuova distanza tra lente e oggetto.

RISP: $p = 120$ cm; $p' = 70$ cm

[Esercizio n.31](#)

Con una lente di focale f si vuole ottenere un ingrandimento m di un oggetto. Quanto deve valere la distanza L tra l'oggetto e la sua immagine?

RISP: $L = f(1+Gy)^2/Gy$

[Esercizio n.32](#)

Una sorgente puntiforme è posta alla distanza di 25 cm da una lente di focale +10 cm. Si consideri il fascio luminoso di ampiezza $2u = 20^\circ$. Quanto vale l'ampiezza $2u'$ del fascio rifratto?

RISP: $2 u' = 30,2^\circ$

Lente spessa immersa in aria

n : indice di rifrazione della lente

R_1, R_2 : raggi di curvatura della prima e della seconda superficie

t : spessore della lente spessa

O, O' : primo e secondo punto principale

F_1, F_2 : primo e secondo fuoco

V_1, V_2 : vertici della prima e della seconda superficie

p, q : distanze dell'oggetto e dell'immagine dal primo e dal secondo punto principale

$f_1, f_2 = f$: prima e seconda distanza focale (in questo caso numericamente sono uguali):

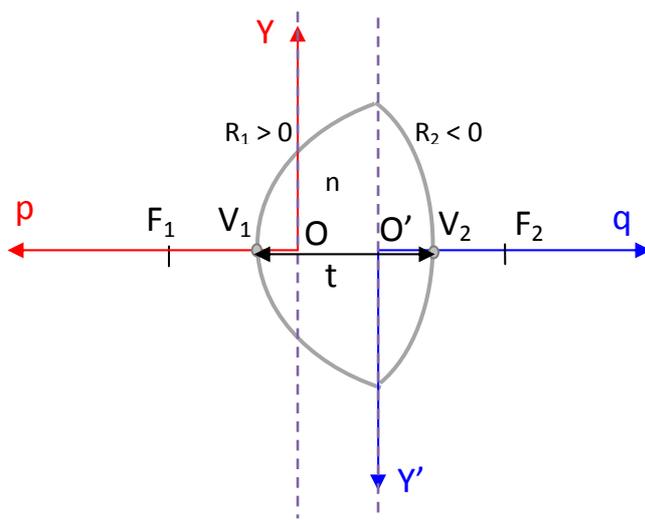
distanze del primo e del secondo fuoco rispetto al primo e al secondo punto principale

P_1, P_2 : poteri rifrattivi del primo e del secondo diottro

P : potere della lente spessa

$f_a = \overline{V_1 F_1}, f_p = \overline{V_2 F_2}$: distanza focale frontale anteriore e posteriore: distanze rispetto ai vertici della prima e della seconda superficie

P_a, P_p : potere frontale anteriore ($= 1/f_a$) e posteriore ($= 1/f_p$)



$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f} = (n-1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) + \frac{t(n-1)^2}{n R_1 R_2} \quad (\text{eq. dei punti coniugati})$$

$$\frac{f_1}{p} + \frac{f_2}{q} = 1 \quad (\text{eq. dei punti coniugati, formula di Huygens})$$

$$P = P_1 + P_2 - \frac{t P_1 P_2}{n} \quad (\text{formula di Gullstrand})$$

$$P_1 = \frac{n-1}{R_1}; \quad P_2 = \frac{1-n}{R_2}$$

$$\overline{O'V_2} = \frac{t P_1}{n P}; \quad \overline{OV_1} = \frac{t P_2}{n P}$$

$$f_p \equiv \overline{V_2F_2} = \frac{1 - t \frac{P_1}{n}}{P}; \quad f_a \equiv \overline{V_1F_1} = \frac{1 - t \frac{P_2}{n}}{P}; \quad P_p \equiv \frac{1}{f_p}; \quad P_a \equiv \frac{1}{f_a}$$

Esercizio n.33

Una lente spessa ha un indice di rifrazione $n = 1,8$, spessore $t = 3,6$ cm, raggi $R_1 = +4$ cm e $R_2 = -4$ cm. Determinare il potere effettivo e il potere frontale posteriore. Rappresentare graficamente la lente, localizzando la posizione dei fuochi e dei piani principali.

RISP:

$P = 32$ diottrie; $P_p = 53,3$ diottrie,

VF (dist. vertici-fuochi) = 1,87 cm; OF (dist. piani princ.-fuochi) = 3,12 cm

Esercizio n.34

Una lente spessa ha i seguenti parametri: $R_1 = -8$ cm; $R_2 = -4$ cm; $t = 3,23$ cm; $n = 1,615$. Determinare il potere effettivo, il potere frontale posteriore; localizzare graficamente la posizione dei fuochi e dei piani principali.

RISP:

$P = 10,05$ diottrie; $P_p = 8,7$ diottrie;

V_2F_2 (dist. vertice posteriore-secondo fuoco) = 11,5 cm;

V_1F_1 (dist. vertice anteriore-primo fuoco) = 6,9 cm;

OV_1 (dist. primo punto princ. – vertice anteriore) = 3,1 cm (O a sinistra di V_1);

$O'V_2$ (dist. secondo punto princ. – vertice posteriore) = -1,5 cm (O' a destra di V_2)

Esercizio n.35

Una lente spessa piano-convessa ha indice di rifrazione 1,70, spessore 3 cm e raggio -10 cm. La faccia piana è rivolta alla radiazione incidente. Un oggetto P è posto alla distanza di 0,5 m dal vertice anteriore. Determinare la posizione dell'immagine P' calcolata dal vertice posteriore.

RISP: q (dist. vertice posteriore - immagine) = 19,7 cm

Lente spessa immersa in due mezzi diversi

n : indice di rifrazione della lente

n_1 : indice di rifrazione del mezzo a sinistra della lente

n_2 : indice di rifrazione del mezzo a destra della lente

f_1, f_2 : prima e seconda distanza focale (in questo caso numericamente diverse):

distanze del primo e del secondo fuoco rispetto al primo e al secondo punto principale

P_1, P_2 : poteri rifrattivi del primo e del secondo diotetro

P : potere della lente spessa

P_a, P_p : potere frontale anteriore e posteriore

$$\frac{f_1}{p} + \frac{f_2}{q} = 1 \quad (\text{eq. dei punti coniugati, formula di Huygens})$$

$$P = P_1 + P_2 - \frac{t P_1 P_2}{n} \quad (\text{formula di Gullstrand})$$

$$P = \frac{n_2}{f_2} = \frac{n_1}{f_1}$$

$$P_1 = \frac{n - n_1}{R_1}; \quad P_2 = \frac{n_2 - n}{R_2}$$

$$\overline{OV_2} = n_2 \frac{t P_1}{n P}; \quad \overline{OV_1} = n_1 \frac{t P_2}{n P}$$

$$P_p = \frac{P}{n_2 \left(1 - t \frac{P_1}{n}\right)}; \quad P_a = \frac{P}{n_1 \left(1 - t \frac{P_2}{n}\right)}$$

Sistemi di due lenti sottili in aria

V_1, V_2 : centri della prima e della seconda lente

t : distanza tra le due lenti

f_1, f_2 : distanze focali della prima e della seconda lente

P_1, P_2 : poteri della prima e della seconda lente

$f_a = \overline{V_1F_1}$, $f_p = \overline{V_2F_2}$: distanza focale frontale anteriore e posteriore: distanze del primo e del secondo fuoco rispetto ai centri della prima e della seconda lente

f : distanza focale del sistema (in questo caso la prima e la seconda distanza focale del sistema sono numericamente uguali)

P : potere complessivo del sistema

P_a, P_p : potere frontale anteriore ($= 1/f_a$) e posteriore ($= 1/f_p$)

$$f = \frac{f_1 f_2}{f_1 + f_2 - t}; \quad P \equiv \frac{1}{f}$$

$$\overline{O'V_2} = \frac{t P_1}{P} = \frac{t f}{f_1}; \quad \overline{OV_1} = \frac{t P_2}{P} = \frac{t f}{f_2}; \quad \overline{OO'} = \frac{t^2}{t - (f_1 + f_2)}$$

$$f_p \equiv \overline{V_2F_2} = \frac{1 - t P_1}{P} = \frac{f_2(f_1 - t)}{f_1 + f_2 - t}; \quad f_a \equiv \overline{V_1F_1} = \frac{1 - t P_2}{P} = \frac{f_1(f_2 - t)}{f_1 + f_2 - t};$$

$$P_p \equiv \frac{1}{f_p}; \quad P_a \equiv \frac{1}{f_a}$$

Esercizio n.36

Studiare graficamente e analiticamente il sistema costituito dalle due lenti di cui si danno i seguenti parametri: $f_1 = +40$ cm; $f_2 = -40$ cm; $t = 20$ cm; $n = 1$.

RISP:

$P = 1,25$ diottrie; f (dist. focale) = 80 cm;

$\overline{V_1F_1}$ (dist. vertice anteriore-primo fuoco) = 40 cm;

$\overline{V_2F_2}$ (dist. vertice posteriore-secondo fuoco) = 11,5 cm;

$\overline{OV_1}$ (dist. primo punto princ. – vertice anteriore) = -40 cm (O a sinistra di V_1);

$\overline{O'V_2}$ (dist. secondo punto princ. – vertice posteriore) = 40 cm (O' a sinistra di V_2)

Esercizio n.37

Un sistema di due lenti è così costituito: $f_1 = +40$ cm; $f_2 = +60$ cm; $t = 20$ cm; $n = 1$. Si vuole che l'immagine di un oggetto si formi alla distanza di 45 cm dalla seconda lente. A quale distanza bisogna mettere l'oggetto dalla prima lente?

RISP: p^* (dist. oggetto-prima lente) = 50 cm

[Esercizio n.38](#)

Nell'oculare di Ramsden due lenti piano-convexe di uguale distanza focale f sono poste a distanza $t = \frac{2}{3}f$. A quale distanza dalla prima lente si dovrà porre un oggetto (l'immagine fornita da un obiettivo) affinché l'immagine finale prodotta dall'oculare si formi all'infinito?

RISP: $p \cdot (\text{dist. oggetto-prima lente}) = f/4$

[Esercizio n.39](#)

L'oculare di Huygens è un sistema costituito da una *lente di campo* (quella più vicina all'obiettivo) piano-convessa e di focale $3f$ e una lente piano-convessa detta *lente dell'occhio* (più vicina all'occhio osservatore) di focale f . La distanza fra le due lenti è $t = 2f$. Un fascio di raggi convergenti sul primo piano focale del sistema emerge come fascio parallelo. Determinare la distanza tra detto piano focale e la lente dell'occhio.

RISP: dist. primo fuoco- lente dell'occhio = $f/2$ a sinistra della lente

[Esercizio n.40](#)

Si studi analiticamente e graficamente il sistema:

$$f_1 = -10 \text{ cm}; f_2 = -20 \text{ cm}; t = 5 \text{ cm}; n = 1.$$

RISP:

$P = -17,5$ diottrie; f (dist. focale) = $-5,7$ cm;

V_1F_1 (dist. vertice anteriore-primo fuoco) = $-7,1$ cm;

V_2F_2 (dist. vertice posteriore-secondo fuoco) = $-8,6$ cm;

OV_1 (dist. primo punto princ. – vertice anteriore) = $1,4$ cm (O a destra di V_1);

$O'V_2$ (dist. secondo punto princ. – vertice posteriore) = $2,8$ cm (O' a sinistra di V_2)

[Esercizio n.41](#)

Due lenti sottili di egual potere $\varphi_1 = \varphi_2 = 3 \text{ D}$ sono poste a una distanza t tale che il potere del sistema sia $\frac{\varphi_1}{2}$. Determinare il valore di t .

RISP: $t = 50$ cm

[Esercizio n.42](#)

Un sistema telescopico galileiano è costituito da un obiettivo sottile di potenza 2 D e da un oculare sottile piano-concavo di indice $1,68$. L'ingombro del sistema è di 30 cm. Determinare il raggio di curvatura della faccia sferica dell'oculare.

RISP: R (lente oculare) = $13,6$ cm

Esercizio n.43

Si vuole realizzare un sistema telescopico kepleriano costituito da un obiettivo piano-convesso di indice 1,6, spessore 5 mm, raggio anteriore 171 mm e da un oculare sottile di potere 2,5 D. Calcolare l'ingombro del sistema.

RISP: t (ingombro sistema, incluso spessore della lente) = 687 mm

Esercizio n.44

Un sistema telescopico kepleriano è così costituito:

- obiettivo: lente piano-convessa di spessore 3 mm, indice di rifrazione 1,5, raggio di curvatura 58,82 mm;
- oculare: lente equiconvessa di spessore 3 mm, indice di rifrazione 1,6, potere di una faccia +3 D.

Determinare l'ingombro del sistema.

RISP: t (ingombro sistema, incluso spessore della lente) = 288 mm

Aberrazioni ottiche

Diottro sferico

n : indice di rifrazione del primo mezzo

n' : indice di rifrazione del secondo mezzo

R : raggio di curvatura della superficie sferica

f_h : seconda distanza focale per raggi paralleli all'asse e ad un'altezza h rispetto ad esso

f' : seconda distanza focale per raggi parassiali (approssimazione di Gauss)

$$\frac{1}{f_h} = \frac{1}{f'} + k h^2 \quad (\text{dove } k = \frac{n^2}{2 f' R^2 n'^2})$$

$$ASL (\text{aberrazione sferica longitudinale}) = f' - f_h$$

Lente sottile in aria

n : indice di rifrazione della lente

R_1 : raggio di curvatura della prima superficie

P_1 : potere diottrico della prima superficie

R_2 : raggio di curvatura della seconda superficie

P_2 : potere diottrico della seconda superficie

p : coordinata dell'oggetto sull'asse ottico

q : coordinata "gaussiana" dell'immagine

P_h : potere della lente per fasci ad altezza h rispetto all'asse

P_0 : potere "gaussiano" (per raggi parassiali) della lente

f : distanza focale "gaussiana"

$$P_h = P_0 + k h^2 P_0^3$$

$$(\text{dove } k = \frac{1}{8 n (n-1)} \left[\frac{n+2}{n-1} X^2 + 4(n-1) X Y + (3n+2)(n-1) Y^2 + \frac{n^3}{n-1} \right])$$

$$Y \equiv \frac{p-q}{p+q} \quad (\text{fattore o parametro di posizione})$$

$$X \equiv \frac{R_2 + R_1}{R_2 - R_1} \quad (\text{fattore o parametro di forma})$$

$$p = \frac{2f}{1-Y}; \quad q = \frac{2f}{1+Y}; \quad R_1 = \frac{2f(n-1)}{X+1}; \quad R_2 = \frac{2f(n-1)}{X-1} \quad (\text{ sistema di Coddington})$$

Valore del fattore di forma che minimizza l'aberrazione sferica longitudinale:

$$X_{ast}^* = \frac{2(n^2 - 1)Y}{n + 2}$$

Valore del fattore di forma che minimizza il coma:

$$X_c^* = \frac{(2n + 1)(n - 1)Y}{n + 1}$$

Equazione di secondo grado di Tschernig per trovare i valori di P_1 che minimizzano l'astigmatismo, fissato il potere totale P_T :

$$(n + 2)P_1^2 - [2K(n^2 - 1) + (n + 2)P_T]P_1 + n[P_T + K(n - 1)]^2 = 0 \quad (\text{dove } K = 40 \text{ diottrie})$$

(valore maggiore: soluzione di Wollaston, valore minore: soluzione di Ostwald)

Esercizio n.45

Un diottro sferico di raggio $R = 4$ cm ha indice $n = 1,60$. Calcolare l'aberrazione sferica longitudinale per luce incidente parallela a un'altezza $h = 1$ cm dall'asse.

RISP:

$$ASL = 1,29 \text{ mm}$$

Esercizio n.46

Un diottro sferico ha raggio $R = 5$ cm e indice $n = 1,5$. Un raggio ottico parallelo all'asse viene rifratto a una distanza $s' = 14,7$ cm dal vertice. Determinare a quale altezza rispetto all'asse il raggio incide sul diottro.

RISP:

$$h = 1,51 \text{ cm}$$

Esercizio n.47

Si vuole progettare una lente sottile in vetro flint di indice 1,75 in modo che abbia una distanza focale parassiale $f = +5$ cm. Determinare i raggi di curvatura che rendono minima l'aberrazione sferica per l'osservazione di un oggetto posto alla distanza di 30 cm dalla lente.

RISP:

$$R_1 = 4,33 \text{ cm}; \quad R_2 = -28,13 \text{ cm}$$

[Esercizio n.48](#)

Una lente sottile biconcava di focale $f = -5$ cm ha indice $n = 1,7$. Determinare i raggi di curvatura della lente se deve avere aberrazione minima per l'osservazione di un oggetto all'infinito.

RISP:

$$R_1 = -3,46 \text{ cm}; R_2 = -324 \text{ cm}$$

[Esercizio n.49](#)

Una lente sottile biconvessa di distanza focale $f = +20$ cm e di indice 1,55 deve avere aberrazione sferica minima per un oggetto posto sul primo fuoco. Calcolare i raggi della lente.

RISP:

$$R_1 = 104,8 \text{ cm}; R_2 = -12,3 \text{ cm}$$

[Esercizio n.50](#)

Una lente di indice 1,5 e di distanza focale +10 cm deve essere corretta da coma per l'osservazione di un oggetto all'infinito. Determinare il fattore di forma e i raggi della lente.

RISP:

$$X^* (\text{coma}) = 0,8; R_1 = 5,55 \text{ cm}; R_2 = -50 \text{ cm}$$

[Esercizio n.51](#)

Una lente sottile biconvessa di indice 1,7 deve essere corretta da coma per l'osservazione di un oggetto posto alla distanza di 15 cm dalla lente. L'immagine deve formarsi alla distanza di 80 cm, dietro la lente. Determinare il fattore di forma e i raggi di curvatura.

RISP:

$$X^* (\text{coma}) = -0,78; R_1 = 80,57 \text{ cm}; R_2 = -9,93 \text{ cm}$$

[Esercizio n.52](#)

Una lente oftalmica menisco negativa deve avere un potere di -4 D e un indice di rifrazione di 1,5. Determinare per via analitica i raggi della lente corretta da astigmatismo, secondo Ostwald.

RISP:

$$R_1 = 8,54 \text{ cm}; R_2 = 5,07 \text{ cm}$$

Punti aplanatici di una superficie sferica

n : indice di rifrazione della sfera

R : valore assoluto del raggio di curvatura della superficie sferica

Distanze dei punti aplanatici (oggetto immagine corretti per ASL e coma) dalla superficie sferica:

$$p = \frac{n+1}{n} R; \quad q = (n+1) R$$

Esercizio n.53

Due punti aplanatici di una superficie sferica distano tra loro 5 cm. Calcolare il raggio di curvatura della sfera sapendo che il suo indice di rifrazione è $n = 1,5$.

RISP:

$R = 6 \text{ cm}$

Esercizio n.54

Due punti aplanatici di una superficie sferica di raggio 8 cm distano tra loro 5 cm. Calcolare l'indice di rifrazione.

RISP:

$n = 1,36$

Doppietto acromatico cementato in aria

$n_{D,F,C}$: indice di rifrazione della prima lente rispetto alla riga gialla (D) del sodio (589,3 nm), blu (F) e rossa (C) dello spettro di Fraunhofer

$n'_{D,F,C}$: indice di rifrazione della seconda lente rispetto alla riga gialla (D) del sodio (589,3 nm), blu (F) e rossa (C) dello spettro di Fraunhofer

R_1 : raggio di curvatura della prima superficie della prima lente

R_2 : raggio di curvatura della seconda superficie della prima lente

R_1' : raggio di curvatura della prima superficie della seconda lente ($= R_2$)

R_2' : raggio di curvatura della seconda superficie della seconda lente

$(P_0)_D$: potere totale del doppietto relativo alla luce gialla del sodio (riga D)

P_D : potere della prima lente del doppietto relativo alla luce gialla del sodio (riga D)

P_D' : potere della seconda lente del doppietto relativo alla luce gialla del sodio (riga D)

Valori dei poteri diottrici delle lenti che minimizzano l'aberrazione cromatica longitudinale

$$P_D = (P_0)_D \frac{\omega'}{\omega' - \omega}; \quad P'_D = (P_0)_D \frac{\omega}{\omega - \omega'}$$

dove

$$\omega \equiv \frac{n_F - n_C}{n_D - 1} \quad \text{potere dispersivo della prima lente : reciproco del numero di Abbe}$$

$$\omega' \equiv \frac{n'_F - n'_C}{n'_D - 1} \quad \text{potere dispersivo della seconda lente: : reciproco del numero di Abbe}$$

Esercizio n.55

Si vuole realizzare un doppietto acromatico cementato con vetri aventi le seguenti caratteristiche: $\omega = 0,0273$; $n_D = 1,617$; $\omega' = 0,0167$; $n'_D = 1,541$. Calcolare i raggi del doppietto sapendo che esso deve avere un potere di 8 D e la faccia esterna piana. Disegnare il doppietto e verificare che la somma dei poteri delle due lenti componenti sia uguale al potere totale del doppietto.

RISP:

$$R_1 = \text{infinito}; \quad R_2 = R'_1 = 4,89 \text{ cm}; \quad R'_2 = -5,64 \text{ cm}; \quad P_1 = 12,6 \text{ D}; \quad P_2 = 20,6 \text{ D}$$

Esercizio n.56

Progettare un doppietto acromatico cementato di potere 10 D con faccia esterna piana, costituito da lenti aventi le seguenti caratteristiche: $\omega = 0,0170$; $n_D = 1,523$; $\omega' = 0,0273$; $n'_D = 1,617$. Disegnare il doppietto e verificare che la somma dei poteri delle due lenti componenti sia uguale al potere totale del doppietto.

RISP:

$$R_1 = \text{infinito}; \quad R_2 = R'_1 = -1,97 \text{ cm}; \quad R'_2 = -4,18 \text{ cm}; \quad P_1 = 26,5 \text{ D}; \quad P_2 = -16,5 \text{ D}$$

Doppietto acromatico separato in aria

f_1 : distanza focale della prima lente

f_2 : distanza focale della seconda lente

Valore della distanza "t" tra due lenti che minimizza l'aberrazione cromatica longitudinale

$$t = \frac{f_1 + f_2}{2}$$

[Esercizio n.57](#)

Si vuole realizzare un doppietto acromatico usando due lenti dello stesso indice di rifrazione separate tra loro da una certa distanza t . Se una delle due lenti ha potere $8,33\text{ D}$ e il sistema deve avere potere totale $12,5\text{ D}$, calcolare il potere della seconda lente e la distanza t .

RISP:

$$P_2 = 16,7\text{ D}; t = 9\text{ cm}$$

[Esercizio n.58](#)

Con due lenti dello stesso potere e dello stesso indice di rifrazione si vuole realizzare un doppietto acromatico di potere totale 10 D . Determinare il potere di ciascuna lente e la loro distanza.

RISP:

$$P_1 = P_2 = 10\text{ D}; t = 10\text{ cm}$$

[Esercizio n.59](#)

Un doppietto acromatico è costituito da due lenti separate da una distanza di 12 cm . Se una delle due lenti ha un potere di 5 D , calcolare il potere della seconda e il potere del sistema.

RISP:

$$P_2 = 25\text{ D}; P_t = 15\text{ D}$$