Capitolo 2

Dinamica del punto materiale

La dinamica del punto materiale studia il moto di punti materiali partendo dalle forze che li originano. Pertanto il problema generale della dinamica è quello di determinare la legge oraria, note le forze, la posizione e la velocità inziali, utilizzando il secondo principio di Newton, ovvero

$$\vec{F} = m\vec{a}.$$

In questa equazione il primo membro è in generale funzione del tempo, della posizione e della velocità, ovvero:

$$\vec{F}(t, \vec{x}, \vec{v}) = m\vec{a}.$$

Il punto è che non conosciamo la dipendenza esplicita dal tempo della posizione nè quella della velocità (sua derivata) che anzi è proprio quello che vogliamo determinare. In questa equazione, dunque, l'incognita non è una variabile ma una funzione, appunto $\vec{x}(t)$. Tali equazioni prendono il nome di equazioni differenziali. In esse compaiono la funzione incognita e le sue derivate (da cui il termine differenziale) fino a un certo ordine. Nel nostro caso si tratta di equazioni differenziali di secondo grado perché la derivata di ordine più alto della legge oraria è data dall'accelerazione.

Lo studio e la risoluzione di equazioni differenziali è oggetto dell'analisi e quindi esula dagli scopi di queste lezioni. Daremo indicazioni per la risoluzione delle equazioni differenziali di secondo grado più soventi nella risoluzione di problemi di dinamica.

Cerchiamo di fare una casistica dividendo i problemi in:

1. forze costanti;

2. forze dipendenti dal tempo;

3. forze dipendenti dalla posizione;
4. forze dipendenti dalla velocità.

Per semplicità assumiamo che il moto avvenga in una sola dimensione, e quindi proiettiamo su questa direzione l'equazione del moto. Nel caso di forze costanti, come per esempio quello della forza peso, si ha

$$F = mg = m\ddot{x}$$

da cui si ricava che l'accelerazione è costante e quindi il moto è rettilineo uniforme. Nel caso in cui la forza dipenda dal tempo, si ha:

$$F = f(t) = m\ddot{x}$$

che quindi fornisce l'espressione dell'accelerazione in funzione del tempo. Il problema, come nel caso di forza costante, diventa un problema di cinematica in cui, integrando nel tempo l'accelerazione, ricavo prima la velocità e poi, da una successiva integrazione, la legge oraria, note la posizione e la velocità iniziale.

Il caso di forza dipendente dalla posizione è il primo caso non banale di utilizzo del principio di Newton per determinare la legge oraria. Partiamo quindi dall'analisi della forza elastica che origina una equazione del tipo:

$$F = -kx = m\ddot{x}$$

la cui soluzione $x(t)$ deve quindi essere proporzionale alla sua derivata seconda, con coefficiente di proporzionalità negativo pari a $-k/m$. Le funzioni trigonometriche, $sen\omega t$ e $cos\omega t$ sono soluzioni di questa equazione se $\omega^2 = k/m$. Pertanto una combinazione delle due funzioni trigonometriche è la soluzione più generale che si possa scrive. In base alle formule di addizione e sottrazione per il seno,

$$sen(\omega t + \phi) = sen\omega t cos\phi + cos\omega t sen\phi$$

e quindi la funzione più generale che risolve quell'equazione può essere considerata la funzione

$$x(t) = Asen(\omega t + \phi).$$

Infatti la sua derivata seconda è

$$\ddot{x} = -A\omega^2 sen(\omega t + \phi) = -\frac{k}{m}x$$

come volevasi. La presenza di due costanti arbitrarie A e ϕ è legata all'arbitrarietà delle condizioni iniziali, $x(0)$ e $\dot{x}(0)$, che dipendono dallo specifico problema assegnato. Vediamo dunque come si determinano le costanti A e ϕ a partire dalla condizioni iniziali assegnate. Sia $x(0) = x_0$ e $\dot{x}(0) = v_0$ e quindi

$$x(0) = Asen\phi$$
$$\dot{x}(0) = A\omega cos\phi = v_0$$

da cui

$$A = \sqrt{x_0^2 + \frac{v_0^2}{\omega^2}}$$
$$\phi = arctan\frac{x_0\omega}{v_0}.$$

2.1 Moti in sistemi inerziali

1. **Un filo inestensibile passa sopra una carrucola fissata al soffitto da un'asta rigida come mostrato in figura 2.1. A un'estremità del filo è attaccato un corpo di massa $m = 40$ kg mentre all'altra estremità è applicata una forza F costante nel tempo. Le masse della carrucola, dell'asta e del filo sono trascurabili rispetto a m. Si calcolino le intensità della forza F e della reazione R nei seguenti casi:**

   a) **il corpo di massa m resta fermo;**

   b) **il corpo sale verso l'alto con velocità costante di modulo $v = 0.2$m/s;**

   c) **il corpo sale verso l'alto con accelerazione costante di modulo $a = 0.1\ g$.**

2. **Due corpi di masse $m_1 = 4$ kg e $m_2 = 2$ kg, soggetti rispettivamente alle forze esterne F_1 e F_2, di moduli $6N$ e $3N$ rispettivamente, dirette come in figura 2.2, sono collegati da un filo inestensibile di massa trascurabile. Si calcoli la tensione del filo.**

3. **Si calcoli il modulo delle accelerazioni dei corpi, le tensioni dei fili e il modulo della reazione R nei tre casi considerati in figura: si suppongano le carrucole liscie e i fili inestensibili e di masse trascurabili.**

   Scriviamo l'equazione di Newton per tutti i corpi coinvolti, proiettandola nell'unica direzione di moto, quella verticale, avendo orientato verso l'alto l'asse:

$$-m_B g + \tau = m_B a_B$$
$$-m_1 g + \tau = m_1 a_1$$
$$a_B = -a_1 = -a$$

   da cui

$$a = \frac{m_B - m_1}{m_B + m_1} g$$
$$\tau = \frac{2m_1 m_B}{m_1 + m_B} g$$
$$R = 2\tau$$

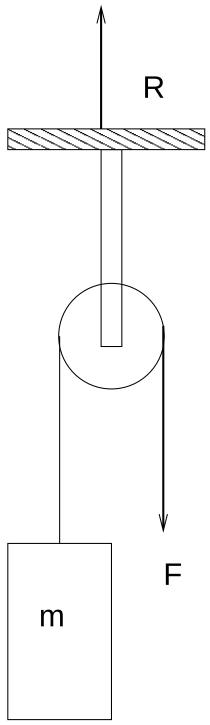

Figura 2.1: Illustrazione dell'esercizio 1.

Figura 2.2: Illustrazione dell'esercizio 2.

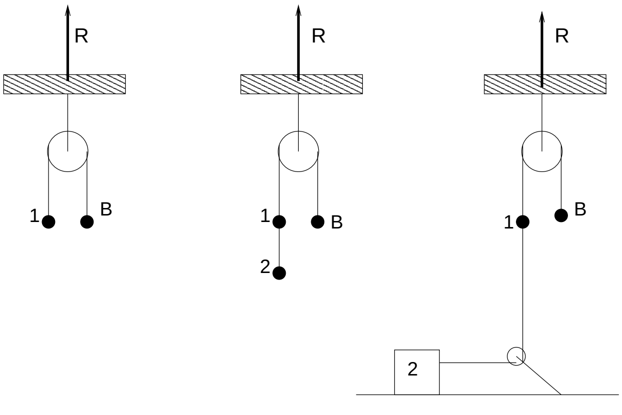

Figura 2.3: Illustrazione dell'esercizio 3. $m_B > m_1 + m_2$ in tutti e tre i casi.

Analogamente nel secondo caso:

$$
\begin{aligned}
&-m_B g + \tau_1 + m_B a_B \\
&-m_1 g + \tau_1 - \tau_2 = m_1 a_1 \\
&-m_2 g + \tau_2 = m_2 a_2 \\
&a_1 = a_2 = a = -a_B
\end{aligned}
$$

da cui

$$
\begin{aligned}
&a = \frac{m_B - m_1 - m_2}{m_1 + m_2 + m_B} g \\
&\tau_1 = \frac{2m_B(m_1 + m_2)}{m_1 + m_2 + m_B} g \\
&\tau_2 = \frac{2m_2 m_B}{m_1 + m_2 + m_B} g \\
&R = 2\tau_1
\end{aligned}
$$

Infine nel terzo caso

$$
\begin{aligned}
&-m_B g + \tau_1 = m_B a_B \\
&-m_1 g + \tau_1 - \tau_2 = m_1 a_1 \\
&\tau_2 = m_2 a_2 \\
&a_1 = a_2 = a = -a_B
\end{aligned}
$$

da cui si ha:

$$
\begin{aligned}
&a = \frac{m_B - m_1}{m_1 + m_2 + m_B} g \\
&\tau_2 = m_2 a \\
&\tau_1 = \frac{m_B(m_2 + 2m_1)}{m_1 + m_2 + m_B} g \\
&R = 2\tau_1
\end{aligned}
$$

4. **Sia dato il sistema in figura 2.4. Supponendo che le carrucole e le funi abbiano masse trascurabili, che le funi siano inestensibili e che il piano sia liscio, si determini l'accelerazione del corpo 3 e la tensione della fune che lega i corpi 1 e 2.**

5. **Un cubetto assimilabile ad un punto materiale di massa m = 0.14 kg è appoggiato su un pavimento orizzontale. In un certo istante il punto si trova a contatto con l'estremo libero di una molla di costante elastica k = 0.8 N/m che ha l'altro estremo fissato in modo che l'asse della molla sia orizzontale. Nell'istante considerato la molla non è deformata e il punto ha una velocità $v_0 = 65$ cm/s diretta come l'asse della molla e con verso tale da portare il punto a comprimere la molla. Calcolare il massimo valore dell'accorciamento della molla durante il moto, assumendo che non ci sia attrito sul pavimento.**

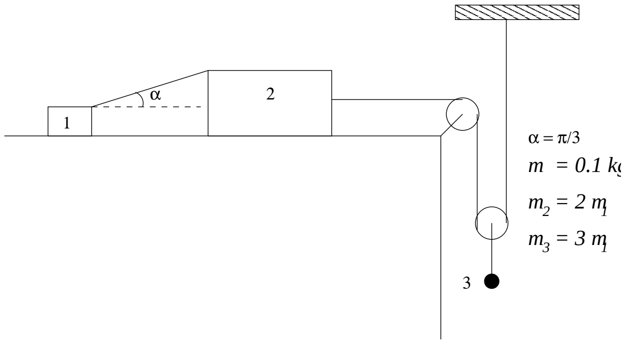

Figura 2.4: Illustrazione dell'esercizio 4.

6. **Si consideri lo stesso cubetto e molla dell'esercizio 5 nel caso in cui c'è attruto tra la base del cubetto e il pavimento. Se si lascia il cubetto in quiete appoggiato alla molla compressa e se l'accorciamento iniziale della molla è** L **= 30 cm, il cubetto inizia a muoversi (sia assuma il coefficiente di attrito statico uguale a quello dinamico,** $\mu = 0.04$**). Calcolare lo spostamento complessivo del cubetto.**

   Questo esercizio ci dà lo spunto per vedere come si risolve l'equazione $F = ma$ nel caso in cui, oltre alla forza elastica, c'è anche una forza costante, visto che c'è attrito dinamico lungo il piano di moto. La forza di attrito statico massima è in modulo $mg\mu$ e quindi, data l'accorciamento L della molla, non è in grado di tener fermo il punto che quindi inizia a muoversi. A questo punto la forza di attrito è di tipo dinamico e l'equazione della dinamca è:

   $$-kx - mg\mu = m\ddot{x}$$
   $$\ddot{x} = -\frac{k}{m}\left(x + \frac{mg\mu}{k}\right)$$

   da cui effettuando il cambio di variabile $z = x + mg\mu/k$ si ha l'equazione che sappiamo risolvere: $m\ddot{z} = -kz$ la cui soluzione è $z(t) = Asen\omega t + \phi$ da cui

   $$x(t) = z(t) - \frac{mg\mu}{k} = Asen\omega t + \phi - \frac{mg\mu}{k}.$$

   Per ricavare i valori di A e ϕ imponiamo le condizioni iniziali: $x(0)$ = -L e $v(0)$ = 0 da cui

   $$x(t) = \left(\frac{mg\mu}{k} - L\right) cos\omega t - \frac{mg\mu}{k}.$$

   Il cubetto risente della forza elastica fino a quando l'elongazione non si annulla. A quel punto avverte solo la resistenza della forza di attrito. Dobbiamo quindi valutare con che velocità arriva nella posizione di elongazione nulla della molla, ovvero $v(t^*)$ se $x(t^*) = 0$. L'equazione $x = 0$ fornisce:

$$cos\omega t^* = \frac{mg\mu}{mg\mu - kL}$$

$$v(t^*) = \omega \frac{kL - mg\mu}{k} sen\omega t^* = \frac{\omega}{k}\sqrt{k^2L^2 - 2mg\mu kL}.$$

A questo punto il moto è uniformemente decelerato con accelerazione $a = -g\mu$ e la relazione tra spazio percorso e velocità, come ricavato in cinematica è, $v^2 = v_0^2 + 2ax$. Imponendo che la velocità si annulli, ricaviamo lo spazio percorso:

$$x = \frac{v_0^2}{2g\mu} = \frac{kL}{2mg\mu}\left(L - 2\frac{mg\mu}{k}\right)$$

da cui lo spazio totale è $x + L = \dfrac{kL^2}{2mg\mu} = 65.6$ cm.

7. **Un mattone è appoggiato con attrito su una scanalatura rettilinea, inclinata di un angolo $\alpha = 35°$ rispetto all'orizzontale, raccordata in basso con un pavimento orizzontale che presenta, rispetto al mattone, lo stesso tipo di attrito della scanalatura, con coefficiente $\mu = 0.4$. Il raccordo, di lunghezza trascurabile, è arrotondato e si consideri l'attrito statico uguale a quello dinamico. Nell'istante iniziale il mattone viene abbandonato in quiete sulla scanalatura, ad un'altezza $h = 3$ m dal pavimento e comincia a muoversi. Calcolare il massimo valore del modulo della velocità e la lunghezza complessiva del percorso compiuto.**

8. **Un cubetto pesante, assimilabile ad un punto materiale, si muove strisciando con attrito lungo una guida rettilinea inclinata di un angolo $\alpha = 15°$ rispetto all'orizzontale. Nell'istante iniziale la velocità ha modulo $v = 4.5$ m/s e si annulla dopo aver percorso un tratto in saluto da lunghezza $l = 1.7$ m. Calcolare il coefficiente di attrito dinamico.**

9. **Dato il sistema in figura 2.5, determinare l'accelerazione con la quale si muovono i corpi di massa $m_1 = 0.2$ kg e $m_2 = 0.15$ kg e le tensioni dei fili. I corpi scivolano con coefficiente di attrito $\mu_1 = 0.01$ e $\mu_2 = 0.02$, mentre l'inclinazione dei due piani è $\alpha = \pi/6$ e $\beta = \pi/3$.**

10. **Una cassa di massa $m = 10$ kg si muove sopra una superficie orizzontale scabra e all'istante $t = 0$ il modulo della sua velocità è $v_0 = 3$ m/s; il coefficiente di attrito dinamico tra la cassa e la superficie è $\mu_d = 0.2$. La cassa è soggetta, oltre che al suo peso e alla reazione della superficie, ad una forza verticale f che la spinge contro la superficie. Si calcoli lo spazio d percorso dalla cassa prima di arrestarsi nei due casi seguenti:**

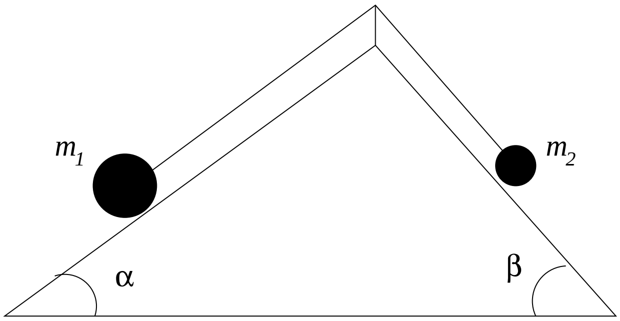

Figura 2.5: Illustrazione dell'esercizio 9.

- **l'intensità f cresce linearmente col tempo, cioè $f = bt$ dove $b =$ 100 N/s;**
- **l'intensità f cresce linearmente con lo spazio percorso a partire dall'istante iniziale, cioè $f = cx$ dove $c = 12.5$ N/m.**

Nel primo caso la reazione vincolare è $R = mg + bt$ e quindi la forza è

$$F = -\mu_d R = -\mu_d(mg + bt)$$

da cui si ricava, dividendo per la massa l'accelerazione in funzione del tempo. Integrando l'accelerazione con la condizione che la velocità iniziale sia v_0 e la posizione iniziale sia $x(0) = 0$ si ha:

$$v(t) = v_0 - \mu_d gt - \mu_d \frac{b}{m} t$$

$$x(t) = v_0 t - \frac{1}{2} g \mu_d t^2 - \frac{b\mu_d}{6m} t^3. \tag{2.1}$$

Calcoliamo l'istante t^* in cui la velocià si annulla:

$$t^* = -\frac{mg}{b} + \sqrt{\left(\frac{mg}{b}\right)^2 + \frac{2mv_0}{b\mu_d}}$$

che sostituito nell'Eq. 2.1 fornisce lo spazio totale percorso $x(t^*) = 1.69$ m.

Nel secondo caso l'equazione della dinamica è:

$$m\ddot{x} = -\mu_d(mg + cx) = -\mu_d c \left[x + \frac{mg}{c}\right]$$

da cui definendo la variabile $z = x + mg/c$ si ha:

$$m\ddot{z} = -\mu_d cz$$

la cui soluzione è quella di un moto armonico. Pertanto

$$x(t) = z - \frac{mg}{c} = Asen(\omega t + \phi) - \frac{mg}{c}$$

dove le costanti A e ϕ si ottengono dalle condizioni iniziali, $v(0) = v_0$ e $x(0) = 0$:

$$A = \sqrt{\left(\frac{mg}{c}\right)^2 + \left(\frac{v_0}{\omega}\right)^2}$$

$$\phi = arctan\frac{mg\omega}{v_0 c}.$$

La condizione che si fermi viene da $v(t^*) = 0$, da cui $sen(\omega t^* + \phi) = 1$ e quindi

$$x(t^*) = A - \frac{mg}{c} = \sqrt{\left(\frac{mg}{c}\right)^2 + \left(\frac{v_0}{\omega}\right)^2} - \frac{mg}{c} = 2.03\,\text{m}.$$

11. **Un blocco di massa $m = 1$ kg si muove con velocità $v = 10$ m/s su un piano orizzontale liscio. Dall'istante $t_0 = 0$ in poi il blocco si viene a trovare su un altro blocco di massa $M = 10$ kg, inizialmente fermo, che a sua volta può scorrere su un piano orizzontale liscio. Tra i due blocchi c'è attrito e il coefficiente di attrito dinamico fra le superfici è $\mu_d = 0.1$. Il blocco di massa M ha una lunghezza sufficientemente grande da contenere tutto il moto di m. Determinare:**

    ffl **la velocità comune dei due blocchi dopo che la loro velocità relativa si è annullata;**

    ffl **la lunghezza percorso dal blocco di massa m sul blocco M prima di fermarsi;**

    ffl **il tempo necessario perché questo accada.**

12. **Un alpinista di massa m = 80 kg, assicurato a una corda di lunghezza l_0 = 4 m, cade liberamente lungo la verticale da una quota h = 2 m sopra il punto in cui la corda è ancorata a una parete rocciosa. Considerando la corda come una molla di costante elastica $k = 4.9 \times 10^3$ N/m, si calcoli di quanto si allunga la corda mentre arresta la caduta dell'alpinista, la forza massima che la corda esercita sull'alpinista e l'intervallo di tempo tra l'entrata in tensione della corda e l'arresto dell'alpinista.**

    L'alpinista, assimilabile ad un punto materiale, cade liberamente fino a quando la corda non si srotola completamente, ovvero per un tratto pari a $l_0 + h$ e quindi, acquista la velocità di modulo $v_0 = \sqrt{2g(l_0 + h)}$. A questo punto la corda entra in tensione comportandosi come una molla. L'equazione della dinamica, avendo orientato il sistema di riferimento verso l'alto e presa l'origine nel punto in cui la corda entra in tensione, è:

$$m\ddot{x} = -kx - mg = -k\left(x + \frac{mg}{k}\right)$$

ovvero ponendo $z = x + mg/k$ si ha $m\ddot{z} = -kz$ che ha come soluzione $z(t) = Asen(\omega t + \phi)$ e quindi

$$x(t) = Asen(\omega t + \phi) - \frac{mg}{k}$$

che deve soddisfare alle condizioni iniziali $x(0) = 0$ e $v(0) = -v_0$ e quindi

$$tg\phi = -\frac{mg\omega}{v_0 k}$$

$$A = -\sqrt{\left(\frac{mg}{k}\right)^2 + \frac{v_0^2}{\omega^2}}$$

pertanto il punto più basso raggiunto dall'alpinista, che coincide con il punto in cui viene arrestata la sua discesa, si ha quando il seno vale 1 ovvero quando

$$\omega t^* + \phi = \pi/2$$

e quindi $t^* = 0.21$ s. In questo istante la coordinata x vale $x(t^*) = A - mg/k = -1.56$ m, il che indica un allungamento di 1.56 m della corda. In tale punto la forza esercitata è massima essendo massima l'elongazione e vale in modulo $k|x(t^*)| = 7.64 \times 10^3$ N.

13. **Un blocco di massa M_1 = 10 kg è fermo, appoggiato su un piano orizzontale con coefficiente di attrito statico μ_s = 0.8. Un blocco di massa m_2 = 1 kg va incontro ad m_1 muovendosi con coefficiente di attrito dinamico μ_d = 0.2. Fra i due blocchi è interposta una molla di massa trascurabile, lunghezza a riposo l_0 = 1 m e costante elastica k = 100 N/m. All'istante t = 0 la distanza fra i due blocchi è pari a l_0 e il blocco m_2 si muove con velocità v_0. Determinare il massimo valore di v_0 per cui m_1 resta fermo e a che distanza da m_1.**

    Il blocco m_1 rimane fermo a causa dell'attrito fino a quando la forza esterna non raggiunge la forza di attrito statico massima, ovvero $\mu_s m_1 g$. La forza esterna è quella elastica dovuta alla compressione della molla e quindi affinché rimanga fermo la compressione non deve superare il valore $\bar{x} = \mu_s m_1 g/k$.

Ci aspettiamo che la compressione della molla sia una funzione crescente della velocitá iniziale di v_0 e quindi alla compressione massima corrisponderà la velocità v_0 massima. Ricaviamo dunque la compressione della molla in funzione della velocità iniziale. L'equazione del moto di m_2 è

$$-kx_2 - \mu_d m_2 g = m_2 \ddot{x}_2$$

da cui $x_2(t) = -\mu_d m_2 g/k + Asen\omega t + \phi$. Imponendo le condizioni iniziali, $x_2(0) = 0$ e $v_2(0) = v_0$ si ha:

$$tg\phi = \frac{\mu_d m_2 g \omega}{v_0 k}$$

$$A = \sqrt{\left(\frac{\mu_d m_2 g}{k}\right)^2 + \frac{v_0^2}{\omega^2}}$$

da cui l'accorciamento massimo è $\bar{x} = x_2(max) = -\mu_d m_2 g/k + A$. Utilizzando la relazione ricavata sopra, $\bar{x} = \mu_s m_1 g/k$, si ha

$$\frac{\mu_s m_1 g}{k} = A - \frac{\mu_d m_2 g}{k}$$

da cui

$$\sqrt{\left(\frac{\mu_d m_2 g}{k}\right)^2 + \frac{m_2 v_0^2}{k}} = \frac{\mu_s m_1 g}{k} + \frac{\mu_d m_2 g}{k}$$

che quadrata fornisce la massima velocità:

$$m_2 \frac{v_0^2}{k} = \left(\frac{\mu_s m_1 g}{k}\right)^2 + 2 m_1 m_2 \mu_s \mu_d \frac{g^2}{k^2}$$

da cui

$$v_0^2 = \frac{m_1 \mu_s g^2}{k} \left[\frac{m_1}{m_2}\mu_s + 2\mu_d\right]$$

ovvero $v_0 = 8$ m/s. Assumendo questa come velocità iniziale lo spazio percorso $\bar{x}$ da x_2 è

$$x_2(max) = -\mu_d m_2 g/k + A = 0.781\,\mathrm{m}$$

e quindi la distanza tra i due blocchi è $d = l_0 - x_2(max) = 21.9$ cm. Il tempo impiegato è tale che il seno sia 1 ovvero

$$\omega t^* + \phi = \pi/2 \rightarrow t^* = 0.15\,\mathrm{s}.$$

14. **Due blocchi di massa m_1 = 2 kg e m_2 = 3 kg sono disposti come in figura 2.6. Tra il blocco m_1 e la parete l'attrito è trascurabile così come tra i due blocchi. C'è invece attrito tra il blocco m_2 e il pavimento in modo da assicurare l'equilibrio del sistema: il valore μ_s del coefficiente di attrito statico è quello minimo affinché si realizzi l'equilibrio. Calcolare tale valore. Inoltre, in queste condizioni, si applica su m_2 una forza costante di modulo F = 10 N diretta orizzontalmente verso sinistra. Calcolare la reazione vincolare esercitata dalla parete sul blocco m_1 e la forza di attrito statico ($\alpha = \pi/6$).**

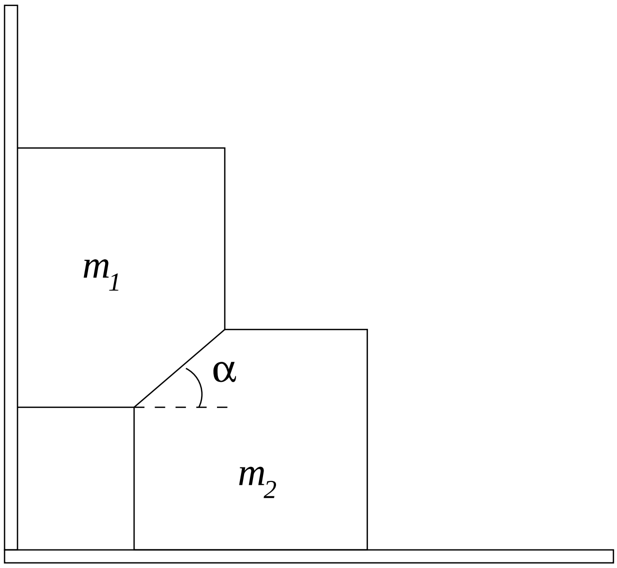

Figura 2.6: Illustrazione dell'esercizio 14.

2.2 Sistemi non inerziali

Come visto nel primo capitolo, la relazione tra l'accelerazione $\vec{a}$ in un sistema inerziale e quella $\vec{a}'$ in un sistema non inerziale è:

$$\vec{a} = \vec{a}' + \vec{a}_{tr} + \vec{a}_{Co}$$

$$\vec{a}_{tr} = \vec{A}_0 + \frac{d\vec{\omega}}{dt} \wedge \vec{r}' + \vec{\omega} \wedge (\vec{\omega} \wedge \vec{r}')$$

e

$$\vec{a}_{Co} = 2\vec{\omega} \wedge \vec{v}'$$

come visto nell'equazione 1.18.

Dal principio $\vec{F} = m\vec{a}$, si ha

$$m\vec{a}' = m\vec{a} - m(\vec{a}_{tr} + \vec{a}_{Co}) = \vec{F} + \vec{F}_{fitt}$$

dove, aggiungendo il termine $\vec{F}_{fitt}$ di forze fittizie a quelle reali $\vec{F}$, possiamo continuare a scrivere il principio di Newton anche nei sistemi non inerziali.

15. **Un'automobile percorre in pianura una curva ad angolo retto di forma circolare lunga 150 m mentre il tachimetro segna costantemente** 72 **km/h. Il guidatore percepisce una forza centrifuga. Calcolare il valore di questa forza centrifuga esprimendola in termini della sua forza peso.**

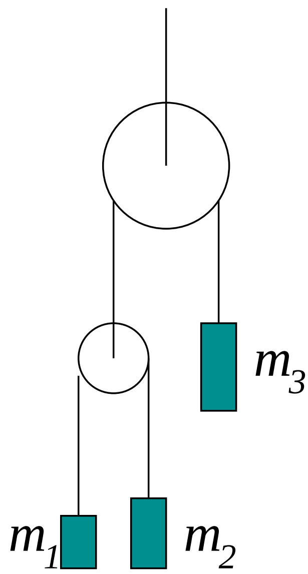

Figura 2.7: Illustrazione dell'esercizio 17.

16. **Un disco di grammofono (chiamato "long playing") gira in un piano orizzontale alla velocità angolare costante di 33 giri al minuto. Si osserva che, disponendo sul disco una monetina ad una distanza dall'asse di rotazione inferiore ai 10 cm essa vi rimane attaccata ruotando solidalmente al disco. Calcolare il coefficiente di attrito statico.**

Sul punto agisce la forza peso equilibrata dalla reazione vincolare del disco e, se ci si mette nel sistema che ruota solidalmente al disco, dobbiamo considerare la forza fittizia che in questo caso è

$$\vec{F}_{fitt} = -m\vec{\omega}\wedge(\vec{\omega}\wedge\vec{r}') = m\omega^2\vec{r}$$

da cui l'equazione della statica è

$$m\omega^2 r_0 = \mu_s mg$$

avendo scritto la forza di attrito massimo che corrisponde a r_0 = 10 cm. Pertanto

$$\mu_s = \frac{\omega^2}{g} r_0 = 0.12$$

dove abbiamo usato la relazione $\omega = 2\pi\nu$.

17. **Nel sistema di pulegge in figura 2.7 i valori delle masse sono $m_1 = 0.1$ kg, $m_2 = 0.2$ kg e $m_3 = 0.3$ kg. Trascurando l'attrito, le masse delle pulegge e delle funi calcolare l'accelerazione di m_3.**