

Luigi Enrico Casano

I RIVELATORI DI RADIAZIONI

Dispense di **Fisica Applicata** per il V° anno del corso sperimentale in
FISICA AMBIENTALE E SANITARIA PER L'EUROPA (F.A.S.E.)
edite a cura del docente e dell'ITIS "H. Hertz" di Roma

V^a Edizione - A.S. 2004- 05

A quelli arrivati e a quelli
che stanno per arrivare

R. Kipling

I RIVELATORI DI RADIAZIONI

	Indice	pag.	3
Cap. 1	Principi di rivelazione delle radiazioni	pag.	5
	- Indice	pag.	
1.1	- La rivelazione	pag.	
1.2	- Spettri di ampiezza degli impulsi	pag.	
1.3	- Curve di conteggio e pianerottoli	pag.	
1.4	- Risoluzione energetica	pag.	
1.5	- Efficienza del rivelatore	pag.	
1.6	- Tempo morto	pag.	
Cap. 2	Statistica dei conteggi ed errori	pag.	23
	- Indice	pag.	
	- Introduzione	pag.	
2.1	- Media e deviazione standard	pag.	
2.2	- Errori sistematici	pag.	
2.3	- Istogrammi e distribuzioni	pag.	
2.4	- Distribuzione limite	pag.	
2.5	- La distribuzione normale	pag.	
2.6	- La distribuzione di Poisson	pag.	
2.7	- Test del χ^2 (chi quadro)	pag.	
2.8	- Reiezione di dati e confidenza	pag.	
2.9	- Media pesata	pag.	
2.10	- Modelli matematici. Minimi quadrati	pag.	
2.11	- Ottimizzazione delle misure di conteggio	pag.	
APPENDICE 2A1	- Integrale normale degli errori	pag.	
APPENDICE 2A2	- Percentuale di probabilità $P(\text{entro } t\sigma)$ in funzione di t	pag.	
APPENDICE 2B1	- Normalizzazione della funzione di Gauss	pag.	
APPENDICE 2B2	- Calcolo del valore medio \bar{x} di una distribuzione normale	pag.	
APPENDICE 2C	- Minimizzazione della somma dei quadrati degli errori	pag.	
Cap. 3	I rivelatori a scintillazione	pag.	55
	- Indice	pag.	
	- Introduzione	pag.	
3.1	- Scintillatori inorganici	pag.	
3.2	- Scintillatori organici	pag.	
3.3	- Risposta degli scintillatori organici	pag.	
3.4	- Raccolta di luce	pag.	
3.5	- Analisi della forma dell'impulso	pag.	
3.6	- Spettrometria γ	pag.	
3.7	- Processi dovuti alla radiazione γ e risposta del rivelatore	pag.	
3.8	- Spettrometria β con gli scintillatori	pag.	
APPENDICE 3A	- Elementi caratteristici di uno spettro γ	pag.	
APPENDICE 3B	- Possibile procedura da per un campionamento eseguito con rivelatori di NaI(Tl)	pag.	

Cap. 4	I rivelatori a riempimento di gas	pag.	81
	- Indice	pag.	
	- Introduzione	pag.	
4.1	- Processi di ionizzazione nei gas	pag.	
4.2	- Regimi di funzionamento	pag.	
4.3	- Le camere a ionizzazione	pag.	
4.4	- Misure di dose con le camere a ionizzazione	pag.	
4.5	- Applicazioni delle camere a ionizzazione a corrente continua	pag.	
4.6	- Contatori proporzionali	pag.	
4.7	- Contatori Geiger- MÜller portatili	pag.	
4.8	- Funzionamento a impulsi	pag.	
Cap. 5	I rivelatori a semiconduttore	pag.	105
	- Indice	pag.	
	- Introduzione	pag.	
5.1	- Principi fisici dei semiconduttori	pag.	
5.2	- Semiconduttori a giunzione np	pag.	
5.4	- Caratteristiche di rivelazione di un semiconduttore	pag.	
5.6	- Rivelatori di germanio	pag.	
5.7	- Spettroscopia gamma con rivelatori di germanio	pag.	
Cap. 6	I rivelatori per la dosimetria personale	pag.	117
	- Indice	pag.	
	- Introduzione	pag.	
6.1	- Dosimetri a film sottile (film- badge)	pag.	
6.2	- Dosimetri a termoluminescenza (TLD)	pag.	
Cap. 8	La radiazione di fondo e le schermature	pag.	125
	- Indice	pag.	
	- Introduzione	pag.	
8.1	- Le sorgenti della radiazione di fondo	pag.	
8.2	- La radiazione di fondo nella spettrometria gamma	pag.	
8.3	- La radiazione di fondo in altri rivelatori	pag.	
8.4	- Materiali per le schermature	pag.	
8.5	- Metodi attivi per la riduzione del fondo	pag.	
Cap. 9	Cenni di elettronica	pag.	135
9.1	- Terminologia e definizioni	pag.	
9.2	- Lo standard NIM	pag.	
9.3	- Le linee di trasmissione	pag.	
9.4	- Elettronica di base per l'analisi dell'impulso	pag.	

Cap. 1 - Principi di rivelazione delle radiazioni

1.1 - La rivelazione.....	6
1.2 - Spettri di ampiezza degli impulsi.....	8
1.3 - Curve di conteggio e pianerottoli.....	10
1.4 – Caratteristiche di un rivelatore	12
Linearità	12
Risoluzione energetica	12
Risoluzione temporale.....	14
1.5 - Efficienza del rivelatore.....	14
1.6 - Tempo morto.....	17

1.1 - La rivelazione

Un sistema di rivelazione è costituito dal rivelatore vero e proprio e dall'elettronica ad esso connessa. Il rivelatore fornisce un segnale elettrico all'elettronica, che lo tratta (amplifica, discrimina, ecc.) a seconda del tipo di segnale o del tipo di misura che si vuole effettuare.

In base al tipo di interazione utilizzata per la rivelazione, i rivelatori si possono dividere in tre gruppi principali:

- 1) rivelatori che utilizzano eccitazione e dissociazione molecolare, dando origine a luminescenza (ad es. gli scintillatori);
- 2) rivelatori che utilizzano la ionizzazione dei gas da parte di particelle cariche o la ionizzazione secondaria prodotta da neutroni o da radiazione elettromagnetica (ad es. le camere proporzionali);
- 3) rivelatori che utilizzano la formazione di coppie elettrone-lacuna nei materiali semiconduttori (ad es. i rivelatori a stato solido).

Il segnale fornito dal sistema di rivelazione può essere a sua volta:

- a) analogico: il segnale è una successione continua e casuale di impulsi, in parte o del tutto sovrapposti, con caratteristiche (ampiezza, tempo di salita, ecc.) diverse (es.: camera di ionizzazione a corrente);
- b) digitale: ogni segnale è distinto in tempo dal successivo e presenta caratteristiche ben definite (es.: il contatore Geiger-Muller).

Modo di funzionamento ad impulsi

Il principale funzionamento dei rivelatori di radiazioni è ad impulsi (Fig. 1.2), dove R è la resistenza di ingresso del circuito e C la capacità equivalente dovuta al rivelatore, ai cavi e ad eventuali preamplificatori). In questo caso il segnale si presenta come una tensione $V(t)$ variabile nel tempo.

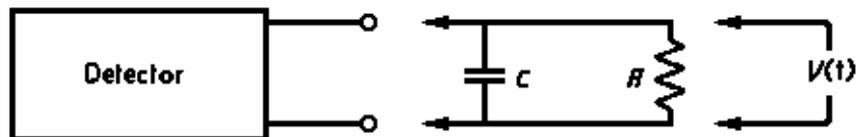


Fig. 1.2 - Schema di un rivelatore funzionante ad impulsi.

In questo caso si può operare in due diverse condizioni, a seconda del valore della costante di tempo $\tau = RC$ del circuito equivalente:

Caso I: piccola RC ($\tau \ll t_c$)

La costante di tempo τ del circuito è piccola rispetto al tempo di raccolta t_c della carica. Il segnale di tensione $V(t)$ prodotto presenta un andamento

quasi identico a quello della dipendenza temporale della corrente $i(t)$ prodotta dentro il rivelatore (Fig. 1.3b).

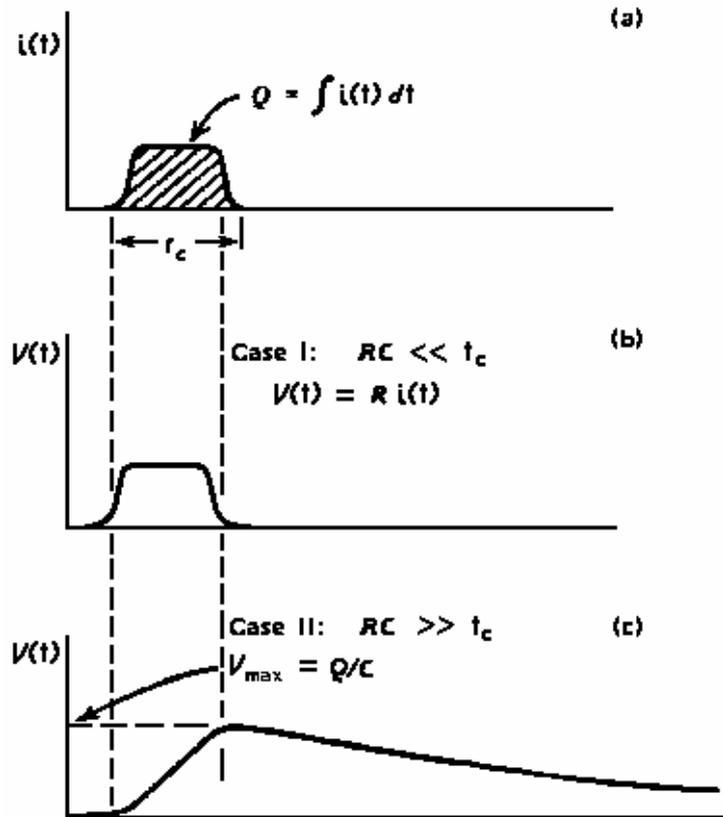


Fig. 1.3 - Segnale di tensione prodotto da un rivelatore funzionante a impulsi di corrente (a):
 b) piccola RC ($\tau \ll t_c$);
 c) grande RC ($\tau \gg t_c$).

Caso II: grande RC ($\tau \gg t_c$, ma anche τ minore del tempo medio fra due impulsi consecutivi a causa del [tempo morto](#) (attacca all' 1.6).

È il modo di operare più comune. Una piccolissima corrente fluisce nella resistenza di carico durante il tempo di raccolta della carica da parte della capacità che, scaricandosi successivamente sulla resistenza, riporta la tensione a zero (Fig. 1.3c).

È da notare che la condizione $\tau \gg t_c$ deve essere ottemperata insieme a quella dettata dal [tempo morto](#) (attacca all' 1.6) del sistema di rivelazione, per cui τ deve essere anche minore del tempo medio fra due impulsi consecutivi.

Questo ultimo caso è il più usato ed è opportuno trarre alcune conclusioni di ordine generale. In queste condizioni si ha che il tempo di salita del segnale, affinché raggiunga il suo massimo valore, è determinato solo dal tempo di

raccolta della carica nel rivelatore stesso e non dalle caratteristiche del circuito esterno o di carico, mentre il tempo di discesa per riportare la tensione a zero dipende solo dalla costante di tempo RC del circuito equivalente. Inoltre la tensione V_{\max} è determinata dal rapporto fra la carica totale Q , raccolta all'interno del rivelatore, e la capacità C del circuito equivalente di carico, che è normalmente fissata:

$$1.1) \quad V_{\max} = \frac{Q}{C}$$

L'uscita di un rivelatore operante a impulsi integrati è una serie di segnali individuali, rappresentante ciascuno l'interazione di un singolo quanto entro il rivelatore. La frequenza degli impulsi corrisponde, quindi, alla frequenza delle interazioni. Inoltre, l'ampiezza del segnale è proporzionale alla quantità di carica generata. Se questa è a sua volta proporzionale all'energia depositata (come spesso accade), si ottiene che la distribuzione dell'ampiezza degli impulsi riflette la corrispondente distribuzione in energia della radiazione incidente. Per ottenere ciò, è ovviamente necessario che C rimanga costante (formula 1.1).

1.2 - Spettri di ampiezza degli impulsi

Operando nel regime a impulsi, notiamo che, se osserviamo un gran numero di impulsi, la loro ampiezza non è sempre la stessa, sia perché varia l'energia della radiazione, sia per le fluttuazioni della risposta del rivelatore a una radiazione monoenergetica. Comunemente l'ampiezza degli impulsi viene rappresentata tramite una distribuzione differenziale (Fig. 1.4a).

In ascissa si riporta su scala lineare l'ampiezza dell'impulso da zero al valore più alto (in Volt), in ordinata il numero dN degli impulsi osservati, la cui ampiezza è compresa nell'intervallo dH . Il numero totale di impulsi N_0 si ottiene sommando gli n_i impulsi per canale i -esimo su tutti i K canali:

$$n. \text{ impulsi} = \sum_1^K n_i$$

Passando al continuo, N_0 è dato dall'area sotto l'intero spettro (Fig. 1.4a) e cioè dall'integrale

$$1.2) \quad N_0 = \int_0^{\infty} \frac{dN}{dH} dH$$

Il numero di impulsi con ampiezza compresa fra H_1 e H_2 (Fig. 1.4a) è dato da

$$1.3) \quad n. \text{ impulsi} = \int_{H_1}^{H_2} \frac{dN}{dH} dH$$

In tale spettro punti come H_3 indicano valori di ampiezza degli impulsi intorno ai quali si misurano pochi eventi; punti come H_4 viceversa, indicano valori di ampiezza con un gran numero di impulsi; infine, punti come H_5 indicano la massima ampiezza degli impulsi osservati, oltre cui la distribuzione è zero.

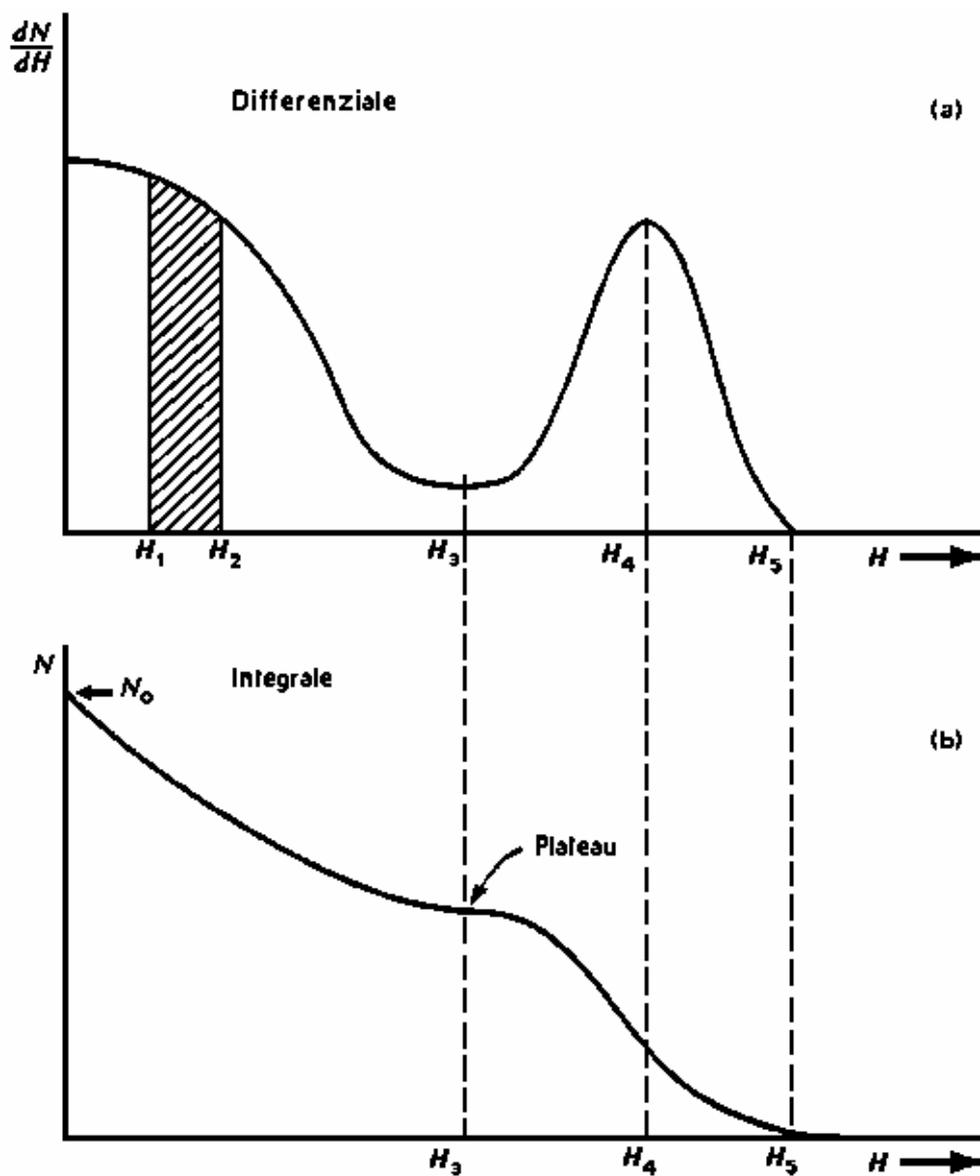


Fig. 1.4 - Spettri di ampiezza degli impulsi: a) spettro differenziale; b) spettro integrale.

Una rappresentazione meno usuale è data dalla distribuzione integrale degli impulsi (Fig. 1.4b). Il significato dell'ordinata è, ora, quello di rappresentare il numero di impulsi la cui ampiezza è maggiore di un dato valore H , riportato in ascissa.

Le due distribuzioni forniscono le stesse informazioni e sono dipendenti l'una dall'altra. In corrispondenza dei picchi come H_4 nella distribuzione differenziale, si hanno punti di flesso a tangente molto inclinata nella distribuzione integrale. D'altra parte, se appaiono minimi come H_3 nello spettro differenziale, si osservano punti di flesso a tangente quasi orizzontale nella distribuzione integrale.

Si utilizza prevalentemente lo spettro differenziale.

1.3 - Curve di conteggio e pianerottoli

Se si lavora in un regime a impulsi, si presenta normalmente il caso in cui, inviando i segnali a un sistema di conteggio con un fissato livello di discriminazione H_d , questi sono registrati solo se superano in ampiezza il valore H_d . A volte è possibile variare H_d per ricavare informazioni sull'ampiezza degli impulsi.

Se, per esempio, si varia il livello H_d fra 0 e H_5 come in Fig. 1.4, si ottiene una serie di misure che è proprio la determinazione sperimentale della distribuzione integrale (Fig. 1.4b).

Un problema, che si presenta spesso nelle misure di conteggio, è la determinazione di un punto di lavoro, che garantisca la massima stabilità per lunghi periodi di tempo. In effetti sono prevedibili, per esempio, piccole derive della soglia di discriminazione H_d : se si fa coincidere H_d con un livello come H_3 (valle nei conteggi differenziali), si garantisce che eventuali variazioni abbiano ripercussioni trascurabili sul numero totale di impulsi registrati.

I pianerottoli (plateaux)

Queste regioni di minima pendenza sulla curva integrale sono chiamate pianerottoli (*plateaux*) e sono zone di lavoro con minima sensibilità alle derive del livello di discriminazione.

Possiamo determinare i pianerottoli dei conteggi anche in altro modo. Per ogni rivelatore si possono cambiare l'amplificazione o il guadagno, variando il fattore di amplificazione di un eventuale amplificatore lineare (posto fra il rivelatore e il circuito di conteggio), o, più direttamente, variando la tensione di alimentazione del rivelatore medesimo. In Fig. 1.5 sono riportate le distribuzioni differenziali per tre differenti valori del guadagno G (definito come rapporto fra le ampiezze del segnale dopo e prima che siano stati variati determinati

parametri quali l'amplificazione o la tensione di alimentazione). La massima ampiezza degli impulsi sarà differente nei tre casi, ma l'area sotto la curva resta costante.

Con $G = 1$ non si registrano conteggi; con $G = 2$ se ne registrano pochi, mentre con $G = 3$ il loro numero aumenterà molto. È evidente come, variando G , siamo in grado di ottenere una curva di conteggio che rappresenta il numero di impulsi di ampiezza maggiore di H_d in funzione di G . Su questa curva si presenteranno dei pianerottoli in corrispondenza dei valori di guadagno tali che il livello di discriminazione coincide con un minimo nella [distribuzione differenziale](#). Tale valore viene quindi assunto come punto di lavoro, come nel caso dei Geiger-Muller o dei contatori a scintillazione, nei quali il guadagno viene variato in maniera opportuna cambiando la tensione di alimentazione del rivelatore.

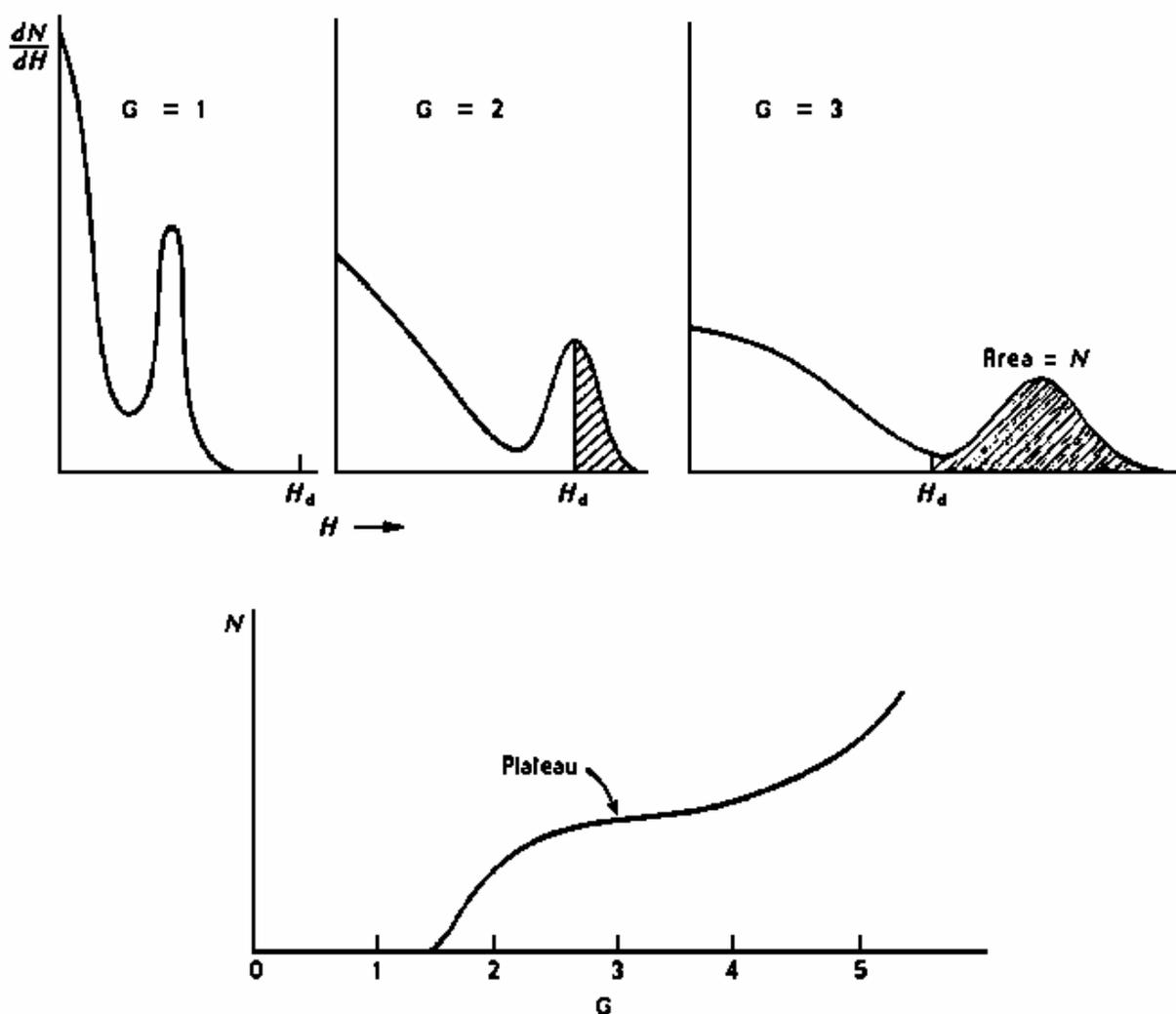


Fig. 1.5 - Distribuzioni differenziali per differenti valori del guadagno G :
a) $G = 1$; b) $G = 2$; c) $G = 3$ e relativa curva di conteggio.

1.4 – Caratteristiche di un rivelatore

Linearità

È la principale qualità di un rivelatore di particelle e consiste nella proprietà di dare una risposta direttamente correlata all'energia della particella o della radiazione incidente.

In altre parole, se il rivelatore fornisce una risposta A per una particella di energia 5 keV , se attraversato da una particella di energia 10 keV deve fornire una risposta $2A$.

La risposta A potrà essere un lampo di luce per i rivelatori a scintillazione, una quantità di carica Q per un rivelatore a gas e così via, a seconda del metodo di rivelazione utilizzato.

Risoluzione energetica

In molte applicazioni è fondamentale misurare la distribuzione energetica della radiazione incidente ed è utile anticipare alcune definizioni.

Un'importante caratteristica del rivelatore si ricava dalla sua risposta a una sorgente monoenergetica. La Fig. 1.6 mostra la cosiddetta **funzione di risposta** del rivelatore all'energia usata nella misura. La curva segnata come **buona risoluzione** mostra una possibile distribuzione attorno a un'ampiezza media dell'impulso H_0 mentre la seconda curva, indicata come **cattiva risoluzione** mostra la risposta di un rivelatore di qualità inferiore.

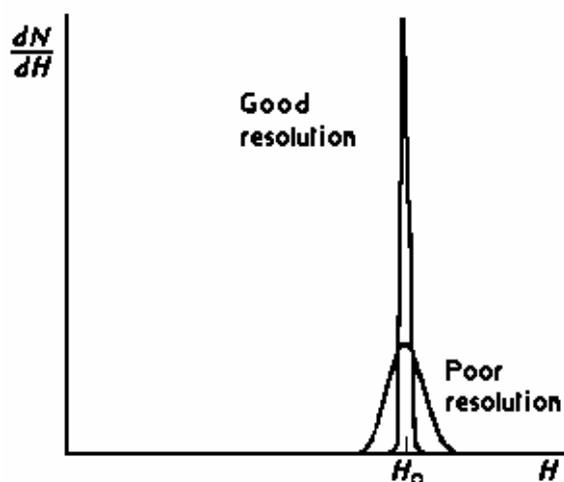


Fig. 1.6 - Funzione di risposta del rivelatore nel caso di buona risoluzione e cattiva risoluzione.

Infatti, sebbene entrambe le distribuzioni siano centrate attorno a H_0 , la larghezza della seconda è molto maggiore. Ciò sta ad indicare che si è avuta una maggiore quantità di fluttuazioni nella registrazione degli impulsi, mentre l'energia depositata nel rivelatore era sempre la stessa. L'abilità dello sperimentatore risiede nella capacità di rendere minima questa larghezza.

La definizione di risoluzione energetica è illustrata in Fig. 1.7, nell'ipotesi di una distribuzione ottenuta con una sorgente monoenergetica

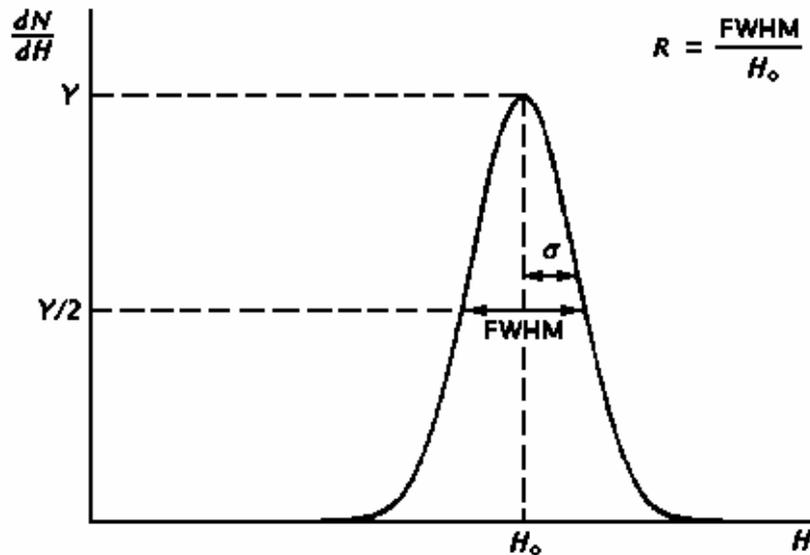


Fig. 1.7 - Risoluzione energetica per una sorgente monocromatica.

La larghezza totale a mezza altezza ($FWHM = Full Width at Half Maximum$) del picco divisa per il valore centrale del picco H_0 fornisce:

$$1.4) \quad R = \frac{FWHM}{H_0}$$

che è una grandezza adimensionale, normalmente espressa in percentuale. I diodi a semiconduttore per la spettroscopia α possono raggiungere una risoluzione inferiore al 1%, mentre gli scintillatori usati per la spettroscopia γ hanno normalmente una risoluzione del 5÷10%. È chiaro che migliore è la risoluzione, più facile è distinguere due radiazioni, le cui energie siano molto vicine. È buona regola considerare risolte, cioè distinte, due energie che siano separate da più di una $FWHM$ del rivelatore.

Le cause delle fluttuazioni nella risposta di un rivelatore possono essere le derive delle caratteristiche operative dell'apparato nel corso delle misure o i **rumori casuali** (*noise*) della strumentazione o le fluttuazioni statistiche.

Il disturbo statistico è intrinseco, in quanto i portatori di carica nei rivelatori sono entità discrete (coppie di ioni, elettroni, ecc.), soggetti a fluttuazioni anche a parità di energia depositata. Può essere effettuata una stima della fluttuazione intrinseca, assumendo che la formazione di ciascun portatore di carica sia un processo **poissoniano** (attacca al 2.6). Sotto questa ipotesi, se in media viene generato un numero totale N di portatori di carica, la deviazione standard caratteristica del processo è \sqrt{N} e la risoluzione limite, dovuta solo ad effetti statistici sul numero dei portatori di carica, sarà:

$$1.6) \quad R_l^P = \frac{2.35}{\sqrt{N}}$$

È da notare che R_l^P dipende solo dal numero N dei portatori di carica e che dalla 1.6) risulta una risoluzione $<1\%$ per $N > 55000$. Pertanto un rivelatore ideale deve generare il più gran numero possibile di portatori di carica per ogni evento, così da ridurre la risoluzione al minimo possibile, come avviene nel caso dei semiconduttori.

Risoluzione temporale

È così definito il tempo proprio di un rivelatore, ossia il tempo necessario perché il fenomeno, utilizzato ai fini della rivelazione, sia innescato, si sviluppi ed abbia termine, lasciando il materiale nelle condizioni iniziali e quindi pronto per una nuova rivelazione.

Per esempio, per i rivelatori a scintillazione la vita media tipica per ogni stato eccitato di **fluorescenza** è dell'ordine di 10^{-7} s.

Per le camere a ionizzazione, invece, la risoluzione temporale è dell'ordine di 10^{-3} s.

1.5 - Efficienza del rivelatore

Per tutte le radiazioni primarie cariche (α , β , ecc.), che interagiscono nel volume attivo del rivelatore, la ionizzazione o eccitazione avviene immediatamente all'ingresso della particella nella zona attiva. Di conseguenza sarebbe idealmente facile preparare un rivelatore tale che, effettuato un percorso sufficiente a produrre un segnale superiore al rumore, ogni α o β venisse rivelata. In queste condizioni si potrebbe dire che il rivelatore ha una efficienza del 100%. Per le radiazioni neutre, invece, questa situazione ideale è impossibile da realizzare e in generale l'efficienza è minore del 100%.

Normalmente, se poniamo una sorgente di radiazioni di fronte ad un rivelatore, possiamo definire due tipi di efficienza:

- **l'efficienza assoluta** ε_a , che dipende sia dalle proprietà del rivelatore che dalla geometria della misura (distanza sorgente-rivelatore, ecc), ed è data da

$$1.9) \quad \varepsilon_a = \frac{n. \text{ di quanti registrati}}{n. \text{ di quanti emessi dalla sorgente}}$$

- **l'efficienza intrinseca** ε_i , che dipende dal materiale del rivelatore, dall'energia della radiazione incidente, dallo spessore del rivelatore nella direzione di incidenza della radiazione, ed è definita come

$$1.10) \quad \varepsilon_i = \frac{n. \text{ di quanti registrati}}{n. \text{ di quanti incidenti sul rivelatore}}$$

Per una sorgente **isotropa** le due efficienze sono legate dalla relazione:

$$1.11) \quad \varepsilon_i = \varepsilon_a \frac{4\pi}{\Omega}$$

dove Ω è l'**angolo solido** (Attacca a due pagine dopo) sotteso dal rivelatore.

L'**angolo solido** è definito dall'integrale esteso alla superficie dA del rivelatore rivolta verso la sorgente:

$$1.12) \quad \Omega = \int_A \frac{\cos \alpha}{r^2} dA$$

dove r è la distanza tra la sorgente S e l'elemento di superficie dA e α l'angolo fra la normale ad essa e la direzione della sorgente (Fig. 1.8).

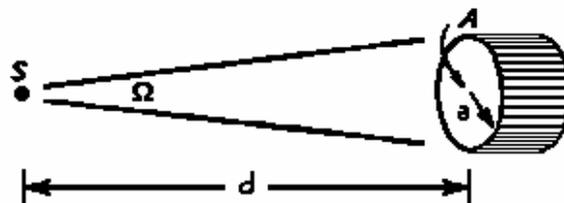


Fig. 1.8 - Angolo solido Ω per un rivelatore cilindrico di raggio a posto a distanza d da una sorgente puntiforme S .

Nel caso frequente che S sia puntiforme e isotropa, posta a distanza d sull'asse di un rivelatore cilindrico di raggio a , l'angolo solido è dato da

$$1.13) \quad \Omega = 2\pi \left(1 - \frac{d}{\sqrt{a^2 + d^2}} \right)$$

che, nel caso in cui $d \gg a$, si riduce alla

$$1.14) \quad \Omega \cong \frac{A}{d^2} = \pi \frac{a^2}{d^2}$$

Esistono, poi, le efficienze che dipendono dalla natura dell'evento rivelato. Se si accettano tutti gli impulsi provenienti dal rivelatore, per quanto bassi essi siano, allora è possibile parlare di **efficienza totale**. Considerando un'ipotetica distribuzione differenziale (Fig. 1.9), l'intera area sotto lo spettro è una misura di tutti gli impulsi, contati senza tenere conto della loro ampiezza e, in definitiva, costituisce una misura dell'efficienza totale.

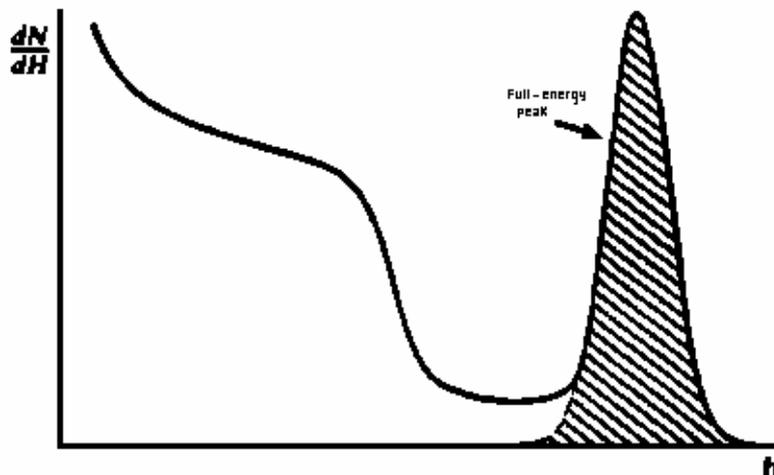


Fig. 1.9 - Distribuzione differenziale: l'area tratteggiata rappresenta i conteggi sotto il picco.

L'efficienza di picco ε_p , invece, assume che siano contate solo le interazioni che depositano tutta l'energia della radiazione incidente. In una distribuzione differenziale questi eventi sono evidenziati da un picco, che appare alla fine dello spettro (Fig. 1.9). Il rapporto **r picco su totale**, che spesso si trova tabulato, è dato da:

$$1.15) \quad r = \frac{\varepsilon_p}{\varepsilon_t}$$

che è dato dal rapporto fra il numero di conteggi sotto il picco e il numero di conteggi totali contenuti dall'intero spettro. Esso è preferibile all'efficienza totale perché indipendente dalle condizioni sperimentali (diffusioni spurie su oggetti circostanti, rumori, ecc.) e soprattutto da eventuali piedistalli (soglie *hardware*).

Per completezza d'informazione, l'efficienza del rivelatore deve essere specificata tenendo presente entrambi i criteri. In tal caso si parla, per esempio, di **efficienza intrinseca di picco** ϵ_{ip} . Nota questa e contato il numero N di eventi sotto il picco, il numero S di quanti emessi dalla sorgente è dato da

$$S = N \frac{4\pi}{e_{ip}\Omega}$$

nell'ipotesi che la sorgente sia isotropa e che non vi sia assorbimento fra essa e il rivelatore.

Un rivelatore, di cui sia nota l'efficienza, può essere utilizzato per la misura dell'attività assoluta di una sorgente radioattiva.

1.6 - *Tempo morto*

In quasi tutti i sistemi di rivelazione esiste un minimo intervallo di tempo, che deve intercorrere fra due eventi successivi affinché siano visti come eventi separati. Questo minimo intervallo è detto **tempo morto** e può dipendere dal rivelatore vero e proprio o dall'elettronica ad esso associata. Per la casualità dei decadimenti radioattivi, esiste quindi la probabilità che qualche evento buono venga perso se capita troppo vicino al precedente. Queste perdite dovute al tempo morto diventano più elevate al crescere della frequenza di conteggio e devono essere corrette.

Modelli di comportamento del tempo morto.

Per le caratteristiche di comportamento rispetto al tempo morto i sistemi di rivelazione si possono suddividere in due categorie profondamente differenti: a risposta paralizzabile e non paralizzabile.

Le caratteristiche di entrambi i modelli sono riassunte in [Fig. 1.10](#). Al centro sono rappresentati gli eventi casualmente spazati sull'asse dei tempi. In basso è riportato il comportamento del tempo morto per un sistema di rivelazione non paralizzabile: solo quattro eventi sono rivelati su sei. In cima alla [Fig. 1.10](#) è riportato il comportamento di un sistema di rivelazione paralizzabile: solo tre eventi dei sei sono rivelati.

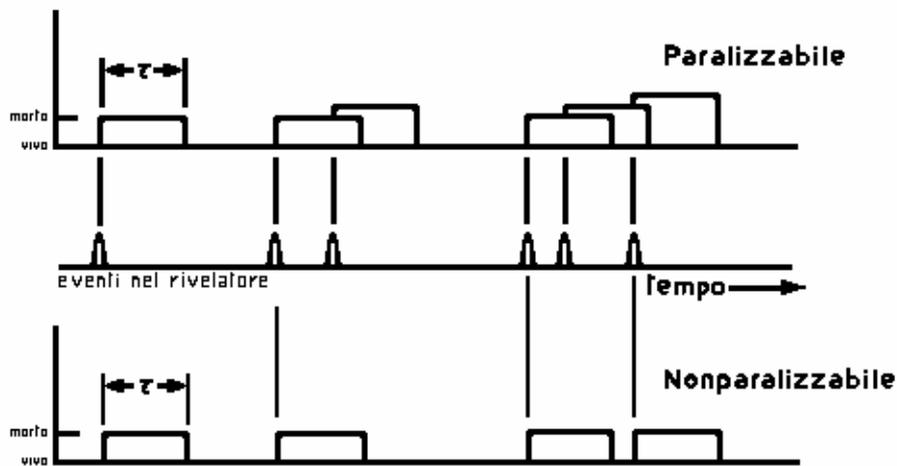


Fig. 1.10 - Caratteristiche di comportamento di un rivelatore per eventi casualmente spazati nel tempo (al centro) rispetto al tempo morto: in alto) sistema paralizzabile; in basso) sistema non paralizzabile.

Adottando le seguenti definizioni:

n = frequenza di interazioni vere

m = frequenza di conteggi osservati

τ = tempo morto del sistema

otteniamo per il caso non paralizzabile:

$$1.16) \quad n - m = n m \tau$$

e, risolvendo rispetto a n :

$$1.17) \quad n = \frac{m}{1 - m \tau}$$

mentre per il caso paralizzabile (solo risultato) si ha:

$$1.18) \quad m = n e^{-n \tau}$$

che non può essere risolta esplicitamente rispetto a n .

Un grafico della frequenza di conteggio (*rate*) osservata m in funzione della frequenza vera n è riportato in **Fig. 1.11**. A basse frequenze di eventi veri i due modelli coincidono, mentre si discostano notevolmente a frequenze molto alte. Il modello non paralizzabile tende a un valore asintotico per una frequenza osservata $1/\tau$, che rappresenta la situazione in cui il sistema di rivelazione ha appena il tempo di esaurire un tempo morto prima che parta il successivo.

Nel modello paralizzabile la frequenza osservata passa attraverso un massimo e, a frequenze molto elevate, si perdono moltissimi eventi veri. Utilizzando un tale sistema di conteggio è necessario, quindi, fare molta attenzione che una bassa frequenza di conteggi corrisponda realmente a una bassa frequenza di interazioni e non, piuttosto, ad una altissima frequenza: in Fig. 1.11 le frequenze di conteggio reali n_1 (bassa) e n_2 (alta) forniscono la stessa frequenza osservata m_1 poiché si trovano ai due lati del massimo.

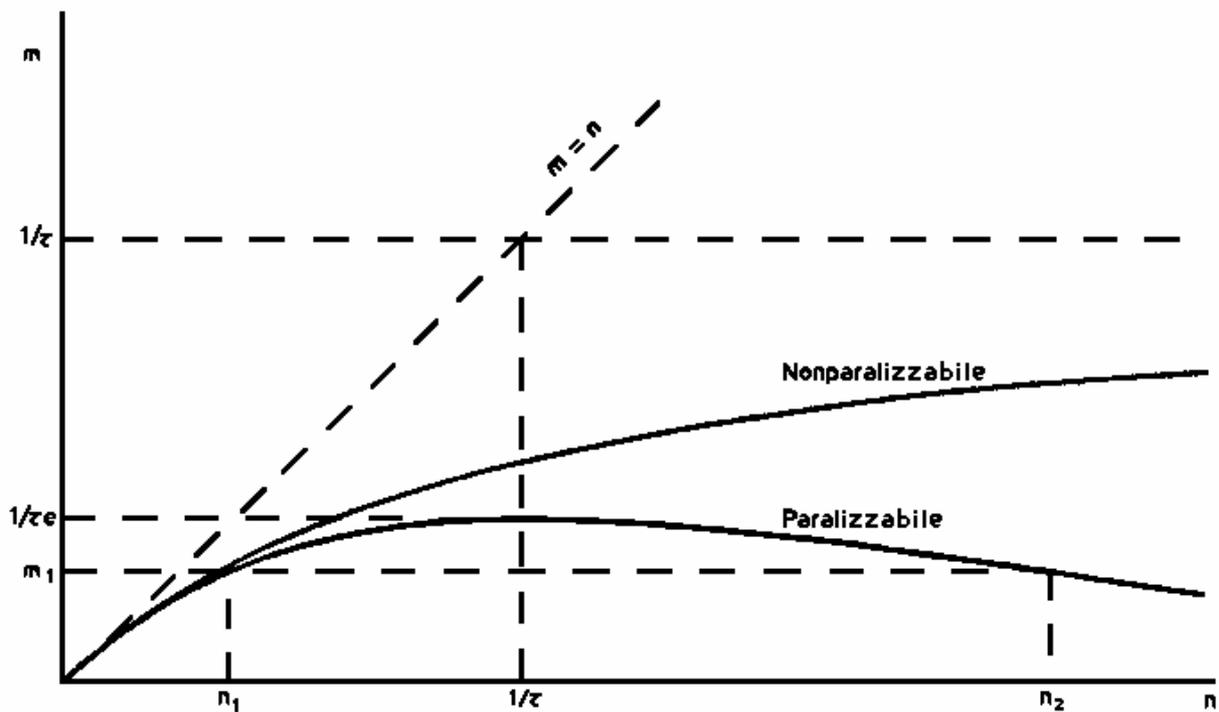


Fig. 1.11 - Grafico della frequenza di conteggio osservata m in funzione della frequenza vera n nei casi: ideale (linea tratteggiata), non paralizzabile, paralizzabile.

Per basse frequenze ($n \ll 1/\tau$) i due modelli danno gli stessi valori approssimati:

$$1.19) \quad \text{non paralizzabile} \quad m = \frac{n}{1 + n \tau} \cong n(1 - n \tau)$$

$$1.20) \quad \text{paralizzabile} \quad m = n e^{-n \tau} \cong n(1 - n \tau)$$

Metodi di misura del tempo morto.

Nell'analisi qui riportata si considera esclusivamente il tempo morto determinato dal rivelatore in quanto parte attiva, senza tenere conto dell'elettronica di conteggio. Il tempo morto nella maggior parte dei casi deve essere misurato. Esistono due metodi:

Metodo delle due sorgenti.

Il metodo consiste nell'effettuare i conteggi delle sorgenti separatamente e, successivamente, insieme.

Dette n_1, n_2, n_{12} le reali frequenze di conteggi (sorgente più fondo), m_1, m_2, m_{12} le corrispondenti frequenze misurate, se n_b e m_b sono le frequenze reali e osservate per il fondo, si ha:

$$1.23) \quad \tau = \frac{X(1 - \sqrt{1 - Z})}{Y}$$

con

$$\begin{aligned} X &= m_1 m_2 - m_b m_{12} \\ Y &= m_1 m_2 (m_{12} + m_b) - m_b m_{12} (m_1 + m_2) \\ Z &= \frac{Y(m_1 + m_2 - m_{12} - m_b)}{X^2} \end{aligned}$$

Metodo delle sorgenti in decadimento.

È basato sulla nota legge del decadimento con n conteggi reali:

$$1.24) \quad n = n_0 e^{-\lambda t} + n_b$$

dove n_0 è la frequenza di conteggio reale all'inizio delle misure, λ è la costante di decadimento dell'isotopo utilizzato e n_b il conteggio dovuto al fondo. Se questo è trascurabile, si può usare una semplice procedura grafica, perché la 1.24) diviene:

$$1.25) \quad n \approx n_0 e^{-\lambda t}$$

che, inserita nella 1.17), fornisce per il modello non paralizzabile:

$$1.26) \quad m e^{\lambda t} = -n_0 \tau m + n_0$$

Se si riporta m in ascissa e $m e^{\lambda t}$ in ordinata (Fig. 1.12a), l'equazione 1.25) dà luogo ad una retta.

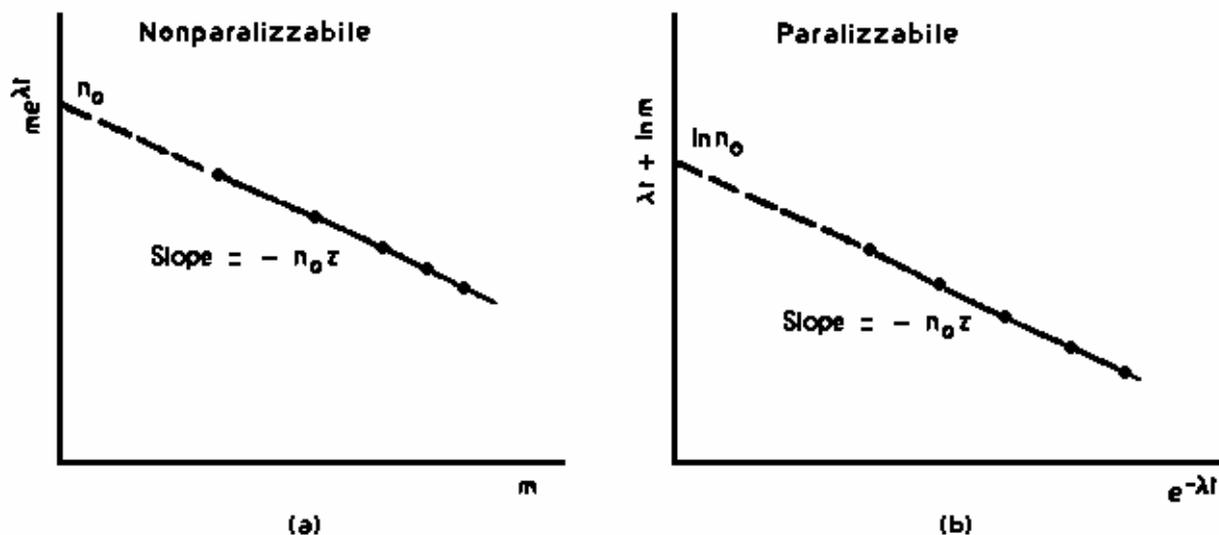


Fig. 1.12 - Procedure grafiche per la misura del tempo morto nei casi a) non paralizzabile e b) paralizzabile.

Sperimentalmente, si eseguono successive misure di m , che, riportate sul grafico e trattate mediante una regressione lineare, consentono di trovare l'intercetta n_0 e la pendenza negativa $-n_0\tau$. Il tempo morto si ricava dal loro rapporto.

Per il modello paralizzabile, inserendo la 1.25) nella 1.18), si ottiene:

$$1.27) \quad \lambda t + \ln m = -n_0\tau e^{-\lambda t} + \ln n_0$$

Se ora si riporta $e^{-\lambda t}$ in ascissa e $\lambda t + \ln m$ in ordinata, l'intercetta fornisce $\ln n_0$ e la pendenza è ancora $-n_0\tau$ (Fig. 1.12b). Il tempo morto è ancora ricavabile da questi due valori. Questo ultimo metodo, oltre a permettere la misura del tempo morto, consente anche di stabilire a quale modello è comparabile il rivelatore usato, in quanto le misure effettuate giaceranno su una retta o del tipo di Fig. 1.12a, o del tipo di Fig. 1.12b, a seconda dei due casi.

Cap. 2 - Statistica dei conteggi ed errori

Introduzione	24
2.1 - Media e deviazione standard	25
2.2 - Errori sistematici.....	28
2.3 - Istogrammi e distribuzioni.....	29
2.4 - Distribuzione limite	32
2.5 - La distribuzione normale	34
2.6 - La distribuzione di Poisson	38
2.7 - Test del χ^2 (chi quadro).....	41
2.8 - Confidenza.....	41
2.9 - Media pesata	42
2.10 - Modelli matematici. Minimi quadrati	43
2.11 - Ottimizzazione delle misure di conteggio	47
Appendice 2A1 - Integrale normale degli errori	49
Appendice 2A2 - Percentuale di probabilità P(entro $t\sigma$) in funzione di t	50
Appendice 2B1 - Normalizzazione della funzione di Gauss.....	51
Appendice 2B2 - Calcolo del valore medio \bar{x} di una distribuzione normale.....	52
APPENDICE 2C - Minimizzazione della somma dei quadrati degli errori	53

Introduzione

Il modo migliore per assicurare l'affidabilità di una misura è di ripeterla molte volte e di analizzare statisticamente la serie di valori ottenuta. E' opportuno ricordare che non tutti gli errori possono essere trattati statisticamente. Gli **errori sistematici** appartengono a questa categoria, mentre gli **errori casuali o accidentali** sono trattabili mediante un'analisi statistica.

In generale si chiamano casuali tutte le incertezze di misura, che sono rivelabili ripetendo le prove, mentre sono sistematici quelli non identificabili allo stesso modo. Per chiarire questa distinzione, supponiamo di misurare l'intervallo di tempo che impiega un carrello per percorrere una rotaia a cuscino d'aria. Una sicura sorgente di errore è il tempo di reazione nel fare partire e nel fermare il cronometro, in quanto esso non sarà mai costante. Così a volte capiterà di sovrastimare il tempo, se facciamo partire il cronometro anticipatamente e lo fermiamo posticipatamente, o di sottostimarlo nel caso contrario. Anche nel caso che lo facciamo partire prima (dopo) e lo fermiamo prima (dopo) i due errori solitamente non si compenseranno perché i tempi di reazione sono sempre diversi. Questo è un tipico errore casuale.

Se, invece, il nostro cronometro è lento, sottostimerà tutti gli intervalli di tempo nella stessa maniera. Questo è un errore sistematico.

Come ulteriore esempio, supponiamo di misurare lo spigolo del banco con un righello rigido. L'errore che commetteremo nell'interpolare un valore letto fra due tacche in generale sarà diverso se arrotondiamo per difetto (sottostimiamo) o per eccesso (sovrastimiamo). Anche questo è un tipico errore accidentale.

Se invece il righello è troppo corto (per intenderci, se il metro che usiamo è più corto del metro campione), sovrastimeremo tutte le misure della stessa quantità e avremo di conseguenza un errore sistematico.

Come ulteriore esempio, consideriamo la lettura di uno strumento ad ago. Questa può dare luogo in generale a un errore detto di parallasse: a seconda di come ci poniamo di fronte allo strumento, se un poco più a sinistra o un poco più a destra, sovrastimeremo o sottostimeremo la lettura. Ma se lo sperimentatore è tanto pigro da non volersi alzare dalla sedia e porsi di fronte allo strumento, sicuramente commetterà un errore di lettura sempre nello stesso verso della scala e, quindi, un errore sistematico di sovrastima o di sottostima.

In generale si può affermare che un errore accidentale non può essere in alcun modo evitato, mentre un errore sistematico può essere eliminato o, almeno, ridotto al di sotto del limite di precisione richiesto se si è sufficientemente attenti nell'effettuare le misure (negli esempi precedenti, tarando il cronometro o evitando la pigrizia dello sperimentatore).

La trattazione che segue riguarda principalmente gli errori casuali.

2.1 - Media e deviazione standard

Nell'ipotesi di avere individuato e reso trascurabili gli errori sistematici, cerchiamo di trattare gli errori casuali.

Supponiamo di effettuare cinque misure della stessa grandezza (per comodità omettiamo le unità di misura) e di ottenere i valori

41 42 42 43 41

La migliore stima x_m della grandezza misurata è ragionevolmente la media \bar{x} dei cinque valori

$$x_m = \bar{x} = \frac{41+42+42+43+41}{5} = 41.8$$

dove l'indice m significa "migliore".

In generale, per N misure della stessa grandezza

$$2.1) \quad x_1 \quad x_2 \quad x_3 \quad \dots \quad x_N$$

avremo

$$2.2) \quad x_m = \bar{x}$$

dove

$$2.3) \quad \bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_N}{N} = \frac{\sum_{i=1}^N x_i}{N}$$

avendo indicato con Σ (sigma) la sommatoria.

La deviazione standard σ_x si ottiene nella seguente maniera. Consideriamo le differenze o **scarti** $r_i = x_i - \bar{x}$, che ci dicono quanto la misura i -esima x_i si discosta dalla media \bar{x} . Se le differenze sono tutte piccole, le misure sono molto vicine fra loro e quindi presumibilmente molto precise. Calcoliamo tutte le deviazioni (Tab. 2.1).

Tab. 2.1-Calcolo delle deviazioni.

N. della prova i	Valori misurati x_i	Deviazioni $r_i = x_i - \bar{x}$
1	41	-0.8
2	42	0.2
3	42	0.2
4	43	1.2
5	41	-0.8
	$\bar{x} = 41.8$	$r = 0$

Esse non sono tutte uguali, alcune sono positive, altre negative. Se ne calcoliamo la media, essa risulta essere zero, come è naturale. Conviene, quindi, elevarle al quadrato, farne la media ed estrarne la radice quadrata per ottenere una grandezza con la stessa unità di misura delle x_i . Questo risultato è chiamato **deviazione standard**

$$2.4) \quad \sigma_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N r_i^2}{N}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}{N}}$$

Così definita, la deviazione standard può essere interpretata anche come deviazione **quadratica media (o R.M.S.)** delle misure x_i .

Per le cinque misure di Tab. 2.1 riportiamo il calcolo in Tab. 2.2.

Tab. 2.2-Calcolo della deviazione standard.

N. della prova i	Valori misurati x_i	Deviazioni $r_i = x_i - \bar{x}$	r_i^2
1	41	-0.8	0.64
2	42	0.2	0.04
3	42	0.2	0.04
4	43	1.2	1.44
5	41	-0.8	0.64
	$\bar{x} = 41.8$	$r = 0$	$\sum r_i^2 = 2.8$

Risulta

$$\sigma_x^2 = \frac{\sum_{i=1}^N r_i^2}{N} = \frac{2.8}{5} = 0.56$$

e quindi

$$\sigma_x \cong 0.7$$

che è l'incertezza sulle cinque misure.

In pratica esiste una definizione alternativa per la 2.4), dovuta a considerazioni statistiche sulle quali torneremo in seguito. Pertanto, sostituendo il fattore N della 2.4) con $N-1$, la deviazione standard (o deviazione quadratica media) diventa

$$2.5) \quad \sigma_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N r_i^2}{N-1}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}{N-1}}$$

la cui differenza con la 2.4) già per le cinque misure riportate in Tab. 2.2 è irrilevante (0.8 contro 0.7).

La deviazione standard σ_x definita dalla 2.5) rappresenta l'incertezza media su una singola misura x_i effettuata con la stessa strumentazione. Di conseguenza, il risultato della misura verrà scritto

$$2.6) \quad x = \bar{x} \pm \sigma_x$$

Il significato della 2.6) è che una nuova misura di x con lo stesso strumento o apparato sperimentale ha una probabilità del 68.3% di differire meno di σ_x dal valore vero (Questa probabilità sale al 95.5% per $2\sigma_x$ e al 99.7% per $3\sigma_x$, come si vedrà al par. 2.8).

Se, invece, è possibile eseguire più misure della stessa grandezza e nelle medesime condizioni sperimentali, allora si deve calcolare la **deviazione standard della media** (o **errore standard** o **errore standard della media**)

$$2.7) \quad \sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma_x}{\sqrt{N}}$$

e il risultato della misura verrà riportato come

$$2.8) \quad x = \bar{x} \pm \sigma_{\bar{x}}$$

Così per le cinque misure di Tab. 2.2, avremo

$$x = 41.8 \pm 0.3$$

Sul significato statistico delle due deviazioni standard ritorneremo al paragrafo 2.5, trattando la distribuzione normale.

Confrontando la 2.7) con la 2.5), si vede come al crescere del numero di prove N la deviazione standard della media tenda a diminuire lentamente, mentre la deviazione standard relativa alla singola misura non varia apprezzabilmente. Ciò significa che facendo più misure ci garantiamo che il risultato sia più affidabile. Tuttavia è bene notare che per migliorare l'affidabilità di un fattore 10, dovremmo aumentare N di un fattore 100, poiché σ_m varia con la \sqrt{N} .

In conclusione appare molto più utile e ragionevole migliorare la tecnica di misura che aumentare il numero delle prove.

2.2 - Errori sistematici

In quanto abbiamo detto sono stati naturalmente esclusi gli errori sistematici perché non soggetti a leggi statistiche. Nel caso che questi esistano e non siano trascurabili, cioè nel caso in cui non siamo stati in grado di individuarli e renderli trascurabili (come dovrebbe avvenire secondo la teoria), non esiste un metodo semplice per trattarli.

In un laboratorio dalle limitate capacità di aggiornamento della strumentazione si può utilizzare il criterio di assegnare a ogni categoria di strumenti una incertezza sistematica dell'ordine di qualche per cento.

Vediamo come combinare gli errori sistematici con quelli casuali riprendendo l'esempio, riportato nell'introduzione, della misura della velocità di un carrello in moto uniforme su una rotaia.

Supponiamo che ai cronometri sia stato assegnato un errore sistematico dello 0.5% e ai regoli millimetrati dello 1% e che abbiamo misurato $S=(2.632\pm 0.002)\text{m}$ e $t=(0.200\pm 0.001)\text{s}$. Poiché gli errori sistematici su S e su t sono indipendenti, è ragionevole sommarli quadraticamente e quindi

$$2.9) \quad \frac{dv_{sist}}{v} = \sqrt{\left(\frac{dS_{sist}}{S}\right)^2 + \left(\frac{dt_{sist}}{t}\right)^2} = \sqrt{1 + 0.25} = 1.1\%$$

Poiché $v=(13.16\pm 0.08)\text{ m/s}$, l'errore sistematico su v è

$$dv_{sist} = 13.16 \cdot 0.011 \text{ m/s} = 0.15 \text{ m/s} \approx 0.2 \text{ m/s}$$

mentre l'errore casuale è

$$\frac{dv_{cas}}{v} = \frac{dS_{cas}}{S} + \frac{dt_{cas}}{t} = \frac{0.002}{2.632} + \frac{0.001}{0.2} = 0.08\% + 0.5\% = 0.58\%$$

$$dv_{cas} = 13.16 \cdot 0.0058 \text{ m/s} = 0.076 \text{ m/s} \approx 0.08 \text{ m/s}$$

Combinando quadraticamente i due errori, si ottiene l'errore totale su v

2.10)

$$dv = \sqrt{dv_{cas}^2 + dv_{sist}^2} = \sqrt{0.08^2 + 0.2^2} \text{ m/s} = \sqrt{0.046} \text{ m/s} \approx 0.2 \text{ m/s}$$

in cui l'errore accidentale risulta essere praticamente trascurabile.

Abbiamo visto precedentemente che al crescere di N l'incertezza sulle misure può essere ridotta, per cui si potrebbe ipotizzare di ridurre l'errore accidentale indefinitamente. Nella realtà, poiché ogni apparato sperimentale presenta qualche incertezza sistematica, per quanto piccola, che non viene ridotta al crescere di N , la 2.10) mostra che, al tendere degli errori casuali a zero, cominceranno a prevalere gli errori sistematici. Questi possono essere diminuiti solo da un miglioramento della tecnica di misura e dall'uso di strumenti più precisi.

2.3 - Istogrammi e distribuzioni

Il modo più semplice per organizzare una serie di misure è quello di costruire una tabella, come già abbiamo fatto. Supponendo di avere le seguenti 10 misure di lunghezza (in cm)

36 34 36 33 34 35 34 36 35

possiamo costruire la Tabella 2.3

Tab. 2.3-Dieci misure di lunghezza.

valori x_i	33	34	35	36	37	38
n. di volte n_i	1	3	2	3	0	1

e la definizione di media 2.3) può essere scritta in modo più conveniente

$$2.11) \quad \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^N x_i n_i}{N}$$

dove n_i rappresenta il numero di volte che abbiamo misurato il valore x_i o **frequenza**, e quindi

$$2.12) \quad \sum_{i=1}^N n_i = N$$

Risulta poi più conveniente, in luogo di dire che $x=36$ è stato misurato tre volte, introdurre il **peso** di un singolo risultato definendo la frazione

$$2.13) \quad F_i = \frac{n_i}{N}$$

cioè la frazione delle misure che hanno dato come risultato x_i , che per $x=36$ è $3/10$. In tal modo la 2.11) può essere scritta come

$$2.14) \quad \bar{x} = \sum_{i=1}^N x_i F_i$$

con la condizione che

$$2.15) \quad \sum_{i=1}^N F_i = 1$$

detta **condizione di normalizzazione**.

La distribuzione delle misure risulta più evidenziata graficamente se utilizziamo un istogramma come in Fig. 2.1, cioè il grafico di F_i in funzione di x_i .

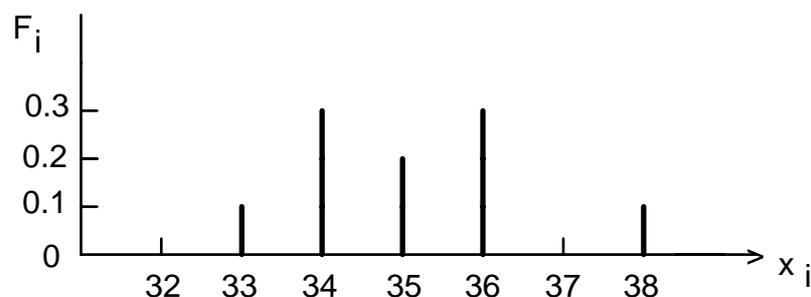


Fig. 2.1 - Istogramma per dieci misure della grandezza x .

Questo è detto istogramma a barre, molto valido quando i valori x_i sono ordinatamente spazati e con valori interi. Se, invece, come più generalmente avviene, avessimo misurato i 10 valori

36.4 33.9 35.1 34.6 32.7 33.8 35.1 33.9 35.3 35.4

un istogramma a barre, come quello di Fig. 2.1, consisterebbe in 10 barre separate tutte della stessa altezza e non fornirebbe indicazioni. In questo caso è più utile dividere la serie di valori in un opportuno numero di intervalli e contare quanti valori cadono in ciascun intervallo, come in Tab. 2.4.

Tab. 2.4-Dieci misure di lunghezza suddivise in intervalli.

intervallo	32-33	33-34	34-35	35-36	36-37	37-38
valori per intervallo	1	3	1	4	1	0

Così suddivisi, sono riportati nell'istogramma a intervalli di Fig. 2.2.

L'altezza f_i del rettangolo disegnato nell'intervallo d è tale che l'area $f_i d$ è uguale alla frazione di misure nell'intervallo i -esimo. E' necessario scegliere opportunamente la larghezza d degli intervalli in quanto, se risultasse troppo piccola, poche misure cadrebbero entro ogni singolo intervallo; viceversa, se fosse troppo grande, comprenderebbe tutte le misure e l'istogramma si ridurrebbe ad un unico rettangolo.

E' evidente che più grande sarà il numero N delle misure, più piccolo potrà essere scelto l'intervallo.

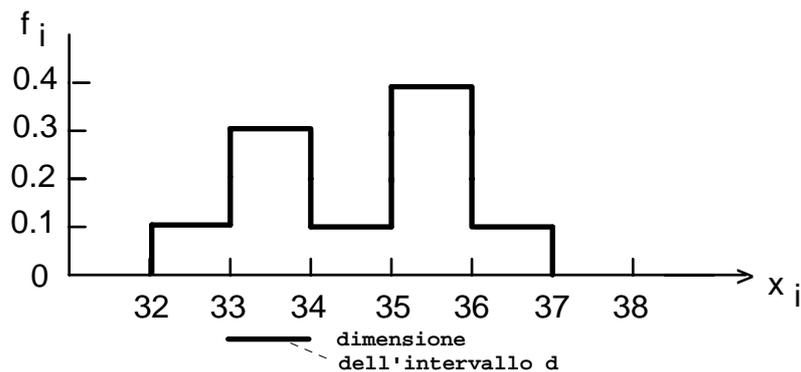


Fig. 2.2 - Istogramma ad intervalli.

2.4 - Distribuzione limite

In quasi tutti gli esperimenti, al crescere del numero N delle misure l'istogramma tende ad assumere una forma definita. Ciò è evidente nelle Fig. 2.3 e 2.4, che riportano rispettivamente 100 e 1000 misure della grandezza di Fig. 2.2.

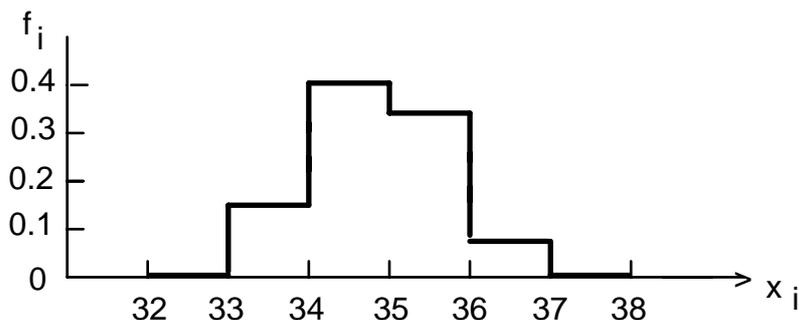


Fig. 2.3 - Istogramma per 100 misure della grandezza di Fig. 2.2.

E' anche da notare che per $N=1000$ (Fig. 2.4) abbiamo potuto dimezzare l'intervallo e la distribuzione appare molto più regolare, quasi simmetrica rispetto ad un picco centrale.

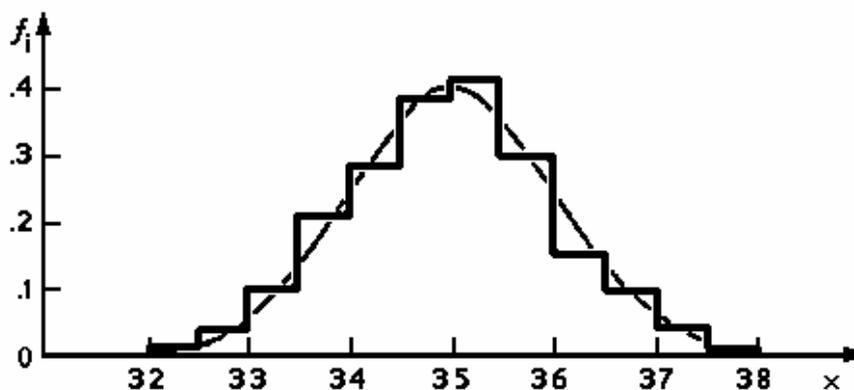


Fig. 2.4 - Istogramma per 1000 misure della grandezza di Fig. 2.3. E' stata tratteggiata la distribuzione limite.

Questa è una importante proprietà della maggior parte delle misure: quando il numero N tende all'infinito, la loro distribuzione tende a qualche curva continua, detta distribuzione limite. Nel caso delle misure delle Fig. 2.2-2.4, questa

distribuzione limite sembra essere simile alla curva simmetrica a forma di campana tratteggiata in Fig. 2.4.

Questa distribuzione limite determina una funzione $f(x)$ tale che:

- a) il numero delle misure comprese fra x e $x+dx$ è dato dall'area $f(x)dx$ (Fig. 2.5a);
- b) il numero delle misure comprese fra a e b (Fig. 2.5b) sarà dato dall'integrale $\int_a^b f(x)dx$.

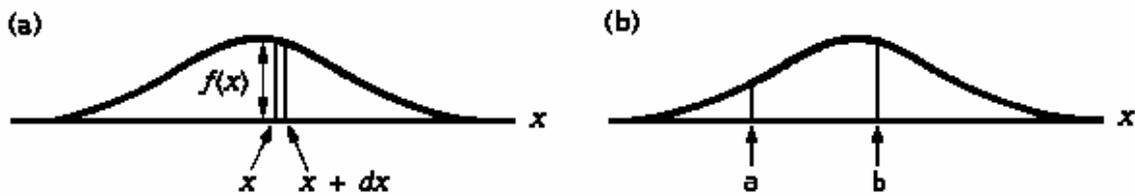


Fig. 2.5 - Esempio di distribuzione limite.

In altre parole, in una serie molto grande di misure $f(x)dx$ rappresenta la probabilità che una misura dia un risultato compreso fra x e $x+dx$ e così pure l'integrale $\int_a^b f(x)dx$ fornisce la probabilità che una misura cada fra $x=a$ e $x=b$.

Queste considerazioni conducono alla conclusione che, nota la distribuzione limite $f(x)$ per una grandezza x , saremo in grado di conoscere la probabilità di ottenere un risultato in un qualsiasi intervallo $a \leq x \leq b$. Poiché la probabilità totale di ottenere un risultato in un qualsiasi punto fra $-\infty$ e $+\infty$ deve essere 1, una distribuzione limite deve soddisfare la condizione

$$2.16) \quad \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1$$

che corrisponde alla normalizzazione 2.15).

I limiti $\pm\infty$ della 2.16) sono da intendersi tali da generalizzare la normalizzazione a tutte le possibili distribuzioni limite, ciascuna delle quali ha il proprio intervallo di probabilità diversa da zero.

L'introduzione della funzione limite permette di generalizzare le definizioni già incontrate nel caso di intervalli finiti, passando al limite per cui gli intervalli tendono a zero e il numero di prove N tende all'infinito. In tal caso la 2.14) diventa

$$2.17) \quad \bar{x} = \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x) dx$$

e la 2.4) diviene la 2.5) (in quanto per $N \rightarrow \infty$ il termine -1 risulta trascurabile) danno

$$2.18) \quad \sigma_x^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - \bar{x})^2 f(x) dx$$

E' importante notare che, se una misura è molto precisa, tutti i valori risulteranno molto vicini al valore reale e di conseguenza sia l'istogramma che la distribuzione limite saranno molto piccati, come la curva continua di Fig. 2.6.

Se, invece, la misura è di bassa precisione, come per la curva tratteggiata di Fig. 2.6, la distribuzione si presenterà molto allargata e notevolmente più bassa.

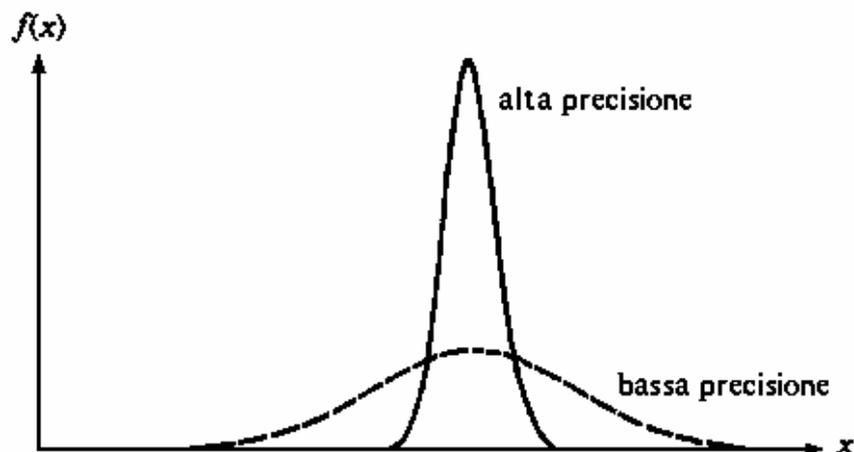


Fig. 2.6 - Distribuzioni limite per una misura di alta precisione e per una misura di bassa precisione.

2.5 - La distribuzione normale

Generalmente, se una misura è affetta solo da errori casuali, i valori misurati risulteranno distribuiti simmetricamente attorno a un valore centrale, che possiamo considerare tanto più vicino al valore vero quante più misure effettuiamo (Fig. 2.7). Gli errori sistematici, se non trascurabili, hanno l'effetto di spostare la distribuzione al di sotto o al di sopra del valore vero.

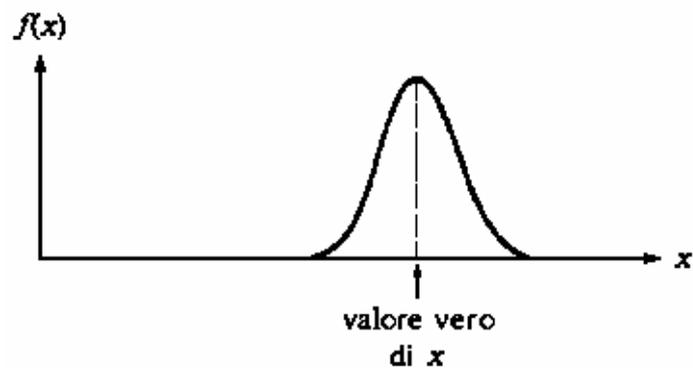


Fig. 2.7 - Distribuzione limite per una misura soggetta a errori casuali.

La curva simmetrica a campana che si ottiene è descritta da una funzione matematica detta **funzione di Gauss** o **distribuzione normale** o **gaussiana degli errori**. La gaussiana centrata attorno al valore X è data da

$$2.19) \quad e^{-\frac{(x-X)^2}{2\sigma^2}}$$

che ha il suo massimo per $x=X$ (se si vuole centrarla attorno a zero, basta porre $X=0$ nella 2.19) e diminuisce simmetricamente da entrambi i lati di X (Fig. 2.8). Per $X=0$ (centrata attorno all'origine) essa vale 1 a $x=0$ ed è più stretta e piccata per piccoli valori di σ , detto per questo **parametro di larghezza**. Infatti per σ grandi l'esponente aumenta più lentamente al crescere di x e quindi la funzione tende a zero più lentamente.

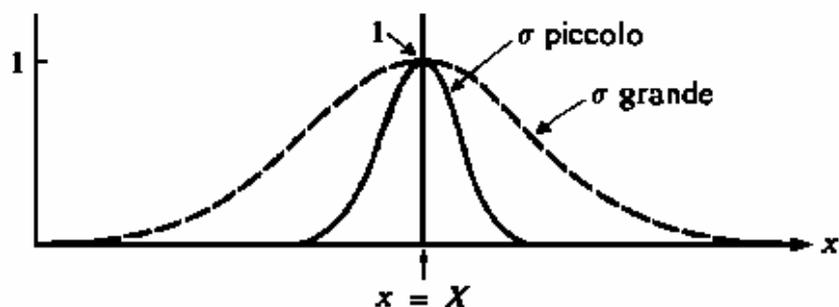


Fig. 2.8 - Funzione di Gauss 2.18) con due diversi parametri di larghezza.

La funzione di Gauss 2.19) deve soddisfare la condizione di normalizzazione 2.16), che porta ad un fattore di normalizzazione (Appendice 2B1)

$$N = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}$$

per cui la sua forma corretta è alla fine

$$2.20) \quad f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-X)^2}{2\sigma^2}}$$

E' già chiaro che il parametro di larghezza σ fornisce una indicazione di quanto sia stretta o larga la curva (Fig. 2.9). Ora che la $f(x)$ è normalizzata a uno, a piccoli σ corrispondono distribuzioni più piccate, a grandi σ distribuzioni più allargate e di conseguenza più basse, perché l'area sotto la curva deve essere sempre pari a uno.

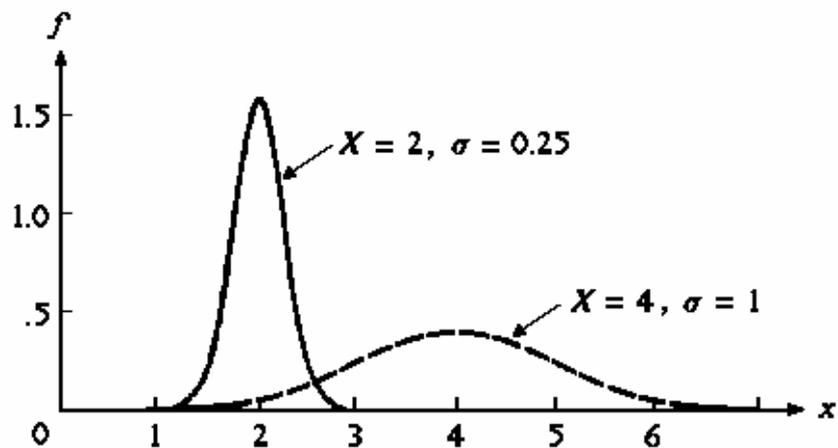


Fig. 2.9 - Due diverse gaussiane.

Il calcolo del valore medio \bar{x} nel caso di una distribuzione normale 2.20) (Appendice 2B2) conduce all'importante risultato

$$2.21) \quad \bar{x} = X$$

Il suo significato è che per un numero elevatissimo di prove, se le misure sono distribuite gaussianamente, il valore medio \bar{x} coincide col valore vero X .

Se calcoliamo la deviazione standard σ_x della 2.20), utilizzando la 2.18) troviamo ancora che

$$2.22) \quad \sigma_x = \sigma$$

cioè il parametro di larghezza coincide con la deviazione standard, naturalmente dopo un numero infinito di prove.

Senza ulteriori giustificazioni, riportiamo in Fig. 2.10 l'integrale degli errori o funzione degli errori $erf(t)$, cioè la probabilità P (entro $t\sigma$) che una misura di x cada entro t deviazioni standard dal valore vero X .

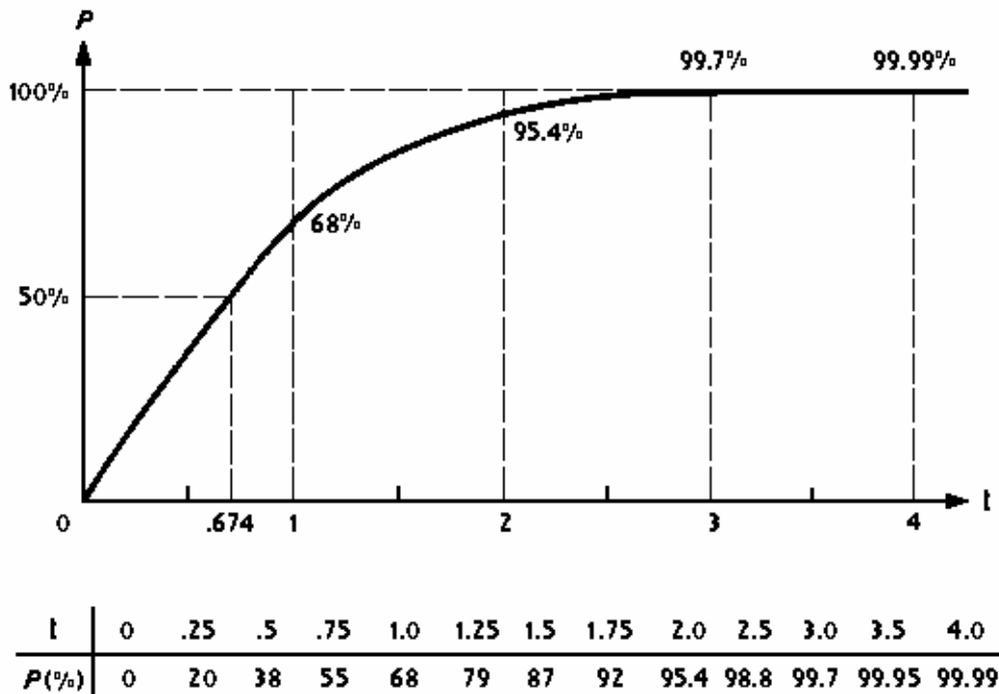


Fig. 2.10 - Probabilità P (entro $t\sigma$) che una misura di x cada entro t deviazioni standard dal valore vero X .

Come si ricava dal grafico di Fig. 2.10 per $t=1$, riportare il risultato di una misura di x nella forma

$$2.23) \quad x = \bar{x} \pm \sigma$$

significa che una deviazione standard rappresenta per la misura un **livello di confidenza** (par. 2.8) del 68%. In altre parole, ci attendiamo che una singola successiva misura di x abbia il 68% di probabilità di cadere nell'intervallo $\bar{x} \pm \sigma$, se eseguita con la medesima accuratezza sperimentale.

2.6 - La distribuzione di Poisson

Per illustrare la distribuzione di Poisson, supponiamo di usare un contatore Geiger per contare il numero v di decadimenti di una sorgente radioattiva in un minuto. Per quanto il contatore sia affidabile, se ripetiamo la misura otterremo un valore diverso di v . Questa differenza è intrinseca del processo di decadimento, poiché ogni nucleo ha una probabilità definita di decadere in ogni minuto, tuttavia decade in un istante a caso e in ogni minuto il numero dei decadimenti può essere diverso dal numero medio atteso, che è invece ben definito.

Se abbiamo n nuclei (n molto grande) e la probabilità che ognuno di essi decada è p (p piccolo), la probabilità $P(v)$ di avere v conteggi in un intervallo definito è data dalla distribuzione limite di Poisson

$$2.24) \quad p_{\mu}(v) = e^{-\mu} \frac{\mu^v}{v!}$$

dove $\mu > 0$ è proprio il numero medio di conteggi nell'intervallo di tempo considerato e $v!$ indica il fattoriale di v ($0! = 1$). Utilizzando la definizione di media 2.14) possiamo scrivere

$$2.25) \quad \bar{v} = \sum_0^{\infty} v p_{\mu}(v) = \sum_0^{\infty} v e^{-\mu} \frac{\mu^v}{v!}$$

Il primo termine della somma 2.25) è zero, inoltre $v/v! = 1/(v-1)!$ e, raccogliendo $\mu e^{-\mu}$ a fattore comune, si ha

$$2.26) \quad \bar{v} = \mu e^{-\mu} \sum_1^{\infty} v \frac{\mu^{v-1}}{(v-1)!}$$

La somma infinita rimasta è

$$2.27) \quad 1 + \mu + \frac{\mu^2}{2!} + \frac{\mu^3}{3!} + \dots = e^{\mu}$$

che cancella l'esponenziale $e^{-\mu}$, per cui risulta proprio

$$2.28) \quad \bar{v} = \mu$$

Vediamo una proprietà della distribuzione di Poisson esaminando la Fig. 2.11. Al crescere di μ , la distribuzione, inizialmente molto asimmetrica per $\mu = 0.8$

(Fig. 2.11a), tende a diventare via via più simmetrica per $\mu=3$ (Fig. 2.11b), fino ad avvicinarsi molto a una distribuzione di Gauss per $\mu=9$, come in Fig. 2.12, dove la curva tratteggiata è la gaussiana con lo stesso centro e la stessa deviazione standard della poissoniana.

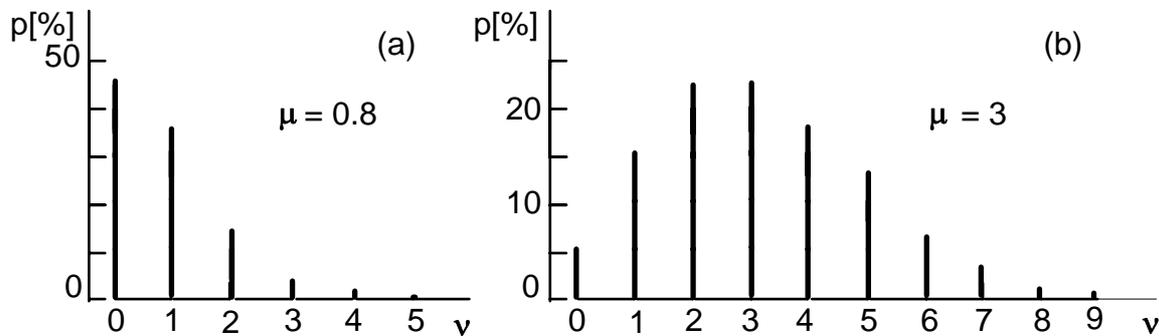


Fig. 2.11 - Percentuali di probabilità per due distribuzioni di Poisson con conteggi medi rispettivamente di (a) 0.8 e (b) 3.

Un'altra proprietà emerge calcolando la deviazione standard, che risulta essere

$$2.29) \quad \sigma = \sqrt{\mu}$$

Pertanto, se eseguiamo una sola misura di x , il risultato di questa dovrà essere scritto come

$$2.30) \quad x = v \pm \sqrt{v}$$

E' evidente che, al crescere di v , crescerà anche l'errore \sqrt{v} , ma, poiché questo aumenta più lentamente, l'errore relativo

$$2.31) \quad \varepsilon_r = \frac{\sqrt{v}}{v} = \frac{1}{\sqrt{v}}$$

diminuisce e, di conseguenza, migliora la precisione della misura.

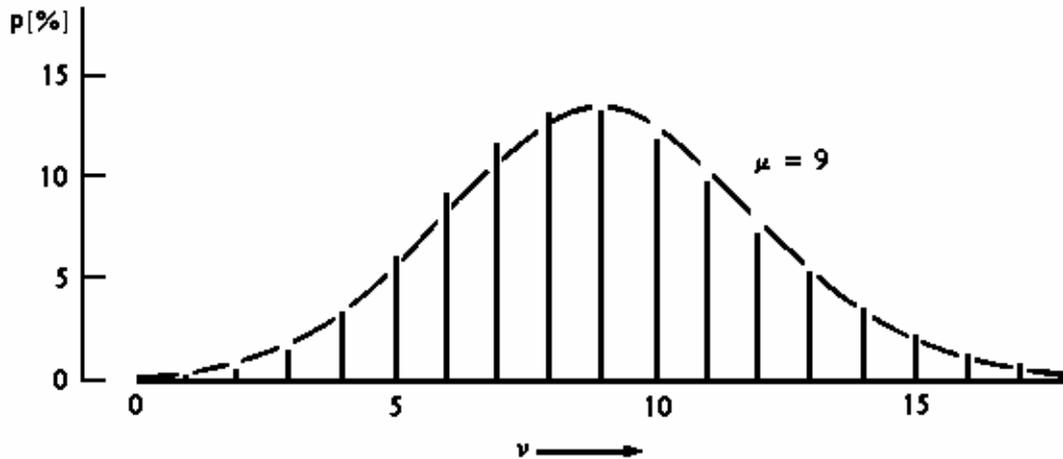


Fig. 2.12 - Distribuzione di Poisson con $\mu=9$, a cui è stata sovrapposta una distribuzione di Gauss con stesso centro e stessa deviazione standard.

Per confronto fra le distribuzioni di Gauss (attacca al 2.5) e di Poisson, riportiamo la seguente tabella:

	Gauss	Poisson
funzione	$f(x)$ (form. 2.20)	$p_{\mu}(v)$ (form. 2.24)
tipo	continua	discreta
n° parametri	2	1
parametri	$\mu \ \sigma$	v

Per μ grande risulta

$$2.32) \quad p_{\mu}(v) \sim f(v)$$

con $X=\mu$ e $\sigma=\sqrt{\mu}$, che è l'approssimazione gaussiana alla distribuzione di Poisson. Questa in pratica permette di utilizzare i semplici calcoli della funzione di Gauss, continua, in luogo di quelli, più lunghi e noiosi, della distribuzione di Poisson, discreta (Appendice 2A1).

2.7 - Test del χ^2 (chi quadro)

Per verificare il grado di accordo fra la reale distribuzione delle misure O_i e una delle distribuzioni teoriche con valori aspettati A_i (Gauss, Poisson o altre) esiste il test cosiddetto del χ^2 (**chi quadro**) che è definito come

$$2.33) \quad \chi^2 = \frac{\sum_1^n i (O_i - A_i)^2}{\sigma_i^2}$$

dove n è il numero di punti in cui sono state eseguite le osservazioni O_i con rispettive deviazioni standard $\sigma_i = \sqrt{A_i}$. Se, calcolando la sommatoria 2.33), risulta $\chi^2 \leq n$, allora l'accordo risulta buono e i dati si accordano bene con la distribuzione scelta; se invece $\chi^2 > n$, la distribuzione scelta non va bene per il gruppo di dati sperimentali.

Più esattamente, in luogo di n , si usa utilizzare i **gradi di libertà d** , che sono pari al numero di punti da confrontare diminuito del numero di vincoli c , cioè

$$2.34) \quad d = n - c$$

I vincoli sono le relazioni matematiche già utilizzate per calcolare i parametri relativi ai dati. Per esempio, quando si ricava il numero totale N di misure si usa la relazione (2.12)

$$2.35) \quad N = \sum_1^k i n_i$$

che costituisce un vincolo, per cui $c=1$ e

$$2.36) \quad d = n - 1$$

come abbiamo fatto nel par. 2.1, passando dalla definizione di deviazione standard 2.4) alla 2.5).

2.8 - Confidenza

Il problema del grado di affidabilità o **livello di confidenza** di una o più serie di misure riguarda principalmente il confronto fra risultati ottenuti da diversi sperimentatori o il confronto fra un risultato sperimentale e un dato teorico.

Detti $x_e \pm \sigma$ il risultato della misura e x_d il dato teorico, calcoliamo ancora una volta il numero t di deviazioni standard per cui x_e differisce da x_d

$$2.41) \quad t = \frac{|x_e - x_d|}{\sigma}$$

Dalla ormai nota [Fig. 2.10](#) o dalla tabella in [Appendice 2A2](#) ricaviamo la probabilità che un risultato differisca da x_d per t deviazioni standard

$$2.42) \quad P(\text{al di fuori di } t\sigma) = 1 - P(\text{entro } t\sigma)$$

Se la probabilità $P(\text{al di fuori di } t\sigma)$ è elevata, allora la differenza $|x_e - x_d|$ è ragionevole e x_e è un risultato sperimentale accettabile per x (viceversa: se si sta verificando la bontà di una ipotesi teorica e si è sicuri dei dati sperimentali, la teoria proposta appare corretta); viceversa, si renderà necessario capire dove si può avere sbagliato nella misura di x_e .

In numeri, una discrepanza di una deviazione standard ha una probabilità del 32%, che è ragionevole, mentre una differenza di tre deviazioni standard, che ha una probabilità dello 0.3% appare del tutto irragionevole. E' da sottolineare che la "ragionevolezza" o meno dipende essenzialmente dalle condizioni in cui è stata effettuata la misura e, in definitiva, dalla decisione dello sperimentatore.

2.9 - Media pesata

Affrontiamo ora il caso in cui vogliamo combinare diverse serie di misure di una stessa grandezza, come potrebbe essere in un laboratorio di fisica la misura dell'accelerazione di gravità g effettuata da diversi gruppi di studenti. Prendiamo per ora due gruppi A e B e successivamente generalizzeremo il problema.

Il gruppo A fornisce il risultato

$$2.43) \quad x = x_A \pm \sigma_A$$

e il gruppo B

$$2.44) \quad x = x_B \pm \sigma_B$$

Se effettuiamo la media per ottenere il risultato

$$2.45) \quad \bar{x} = \frac{x_A + x_B}{2}$$

non teniamo conto di una possibile differenza di precisione nelle due misure 2.43) e 2.44). Se invece definiamo come **pesi** delle due misure le quantità

$$2.46) \quad p_A = \frac{1}{\sigma_A^2} \quad ; \quad p_B = \frac{1}{\sigma_B^2}$$

si ottiene, in luogo di \bar{x} , il valore pesato detto **media pesata**

$$2.47) \quad x_p = \frac{p_A x_A + p_B x_B}{p_A + p_B}$$

Come si ricava facilmente dalla 2.47), se le due misure sono di uguale precisione ($p_A=p_B$) si ottiene la media 2.45). Se invece una misura è, per esempio, 4 volte meno precisa dell'altra, poiché il peso p va come $1/\sigma^2$, essa inciderà per 1/16 rispetto all'altra, più precisa, e influirà molto poco sul valore finale della misura.

In generale, se si ha a che fare con una serie di N misure, ciascuna con un suo peso $p_i=1/\sigma_i^2$, si avrà

$$2.48) \quad x_p = \frac{\sum_1^N p_i x_i}{\sum_1^N p_i}$$

che sarà il valore pesato finale della grandezza misurata, il cui errore è dato da

$$2.49) \quad \sigma_{x_p} = \frac{1}{\sqrt{\sum_1^N \left(\frac{1}{\sigma_i}\right)^2}}$$

2.10 - Modelli matematici. Minimi quadrati

Un problema che si presenta spesso è quello di trovare la migliore curva matematica, che raccordi una serie di dati sperimentali. Consideriamo la Tab. 2.5, relativa alle misure degli allungamenti di una molla in funzione del numero n di pesi, che le vengono applicati.

Tab. 2.5-Misure degli allungamenti di una molla.

$p(n)$	0	1	2	3	4	5	6	7
$L \text{ (mm)} \pm 1 \text{ mm}$	80	84	91	97	105	109	116	122

Se riportiamo i dati della Tab. 2.5 su un grafico di L in funzione del numero di pesi n (Fig. 2.13), questo ci suggerisce chiaramente un modello lineare.

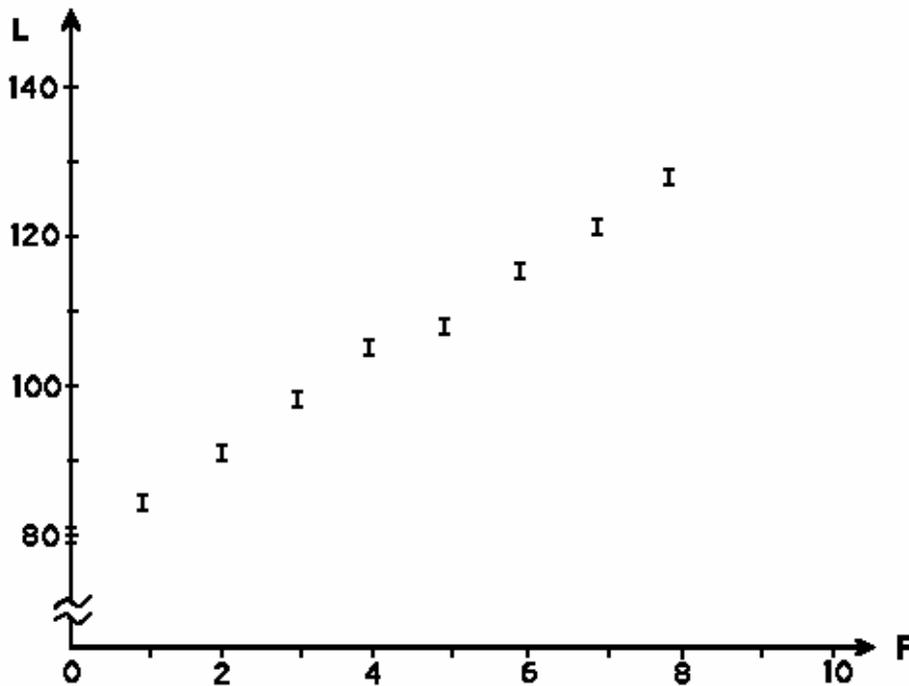


Fig. 2.13 - Grafico delle otto misure di Tab. 2.5.

Il modo più semplice per individuare una retta potrebbe essere quello di tracciarla con riga trasparente e matita, cercando di passare per tutti i punti, compresi gli errori, e di baricentrarla, cioè di compensare i punti non toccati da una parte con altrettanti punti non toccati dall'altra parte, possibilmente alternati. Questo già permette, scelti due punti P_1 e P_2 sulla retta (Fig. 2.14) di ricavare il coefficiente angolare a

$$2.50) \quad a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

e l'eventuale intercetta $y(0)=b$ per $x=0$ e quindi di scrivere la retta in forma esplicita

$$2.51) \quad y = a \cdot x + b$$

Il coefficiente angolare a definito dalla 2.50) fornisce nel nostro caso direttamente la costante di allungamento elastico della molla

$$2.52) \quad k = \frac{L}{p}$$

il cui errore resterebbe da valutare.

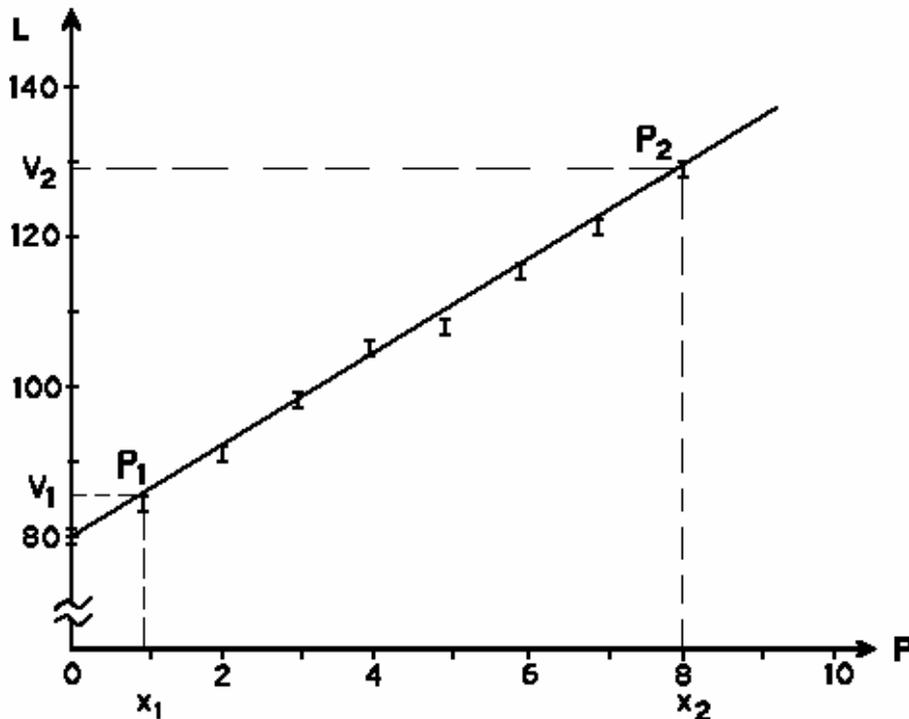


Fig. 2.14 - Retta di approssimazione *ad occhio* dei dati di Fig. 2.13.

Alternativamente esiste un criterio matematico più esatto e generale, detto dei **minimi quadrati**, che consiste nel rendere minima la somma dei quadrati degli errori

$$2.53) \quad F(a,b) = \sum [(ax_i + b) - y_i]^2$$

dove a e b sono il coefficiente angolare e l'intercetta della retta, che deve passare per gli N punti sperimentali (x_i, y_i) .

Minimizzando la 2.53), eguagliando a zero le sue derivate parziali rispetto ad a e b , si ricava ([Appendice 2C](#))

$$2.54) \quad a = \frac{N \sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{W}$$

$$b = \frac{\sum x_i^2 \sum y_i - \sum x_i \sum x_i y_i}{W}$$

nelle quali si è posto

$$2.55) \quad W = N \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2$$

Senza ricavarle, riportiamo le formule che permettono di calcolare gli errori sui coefficienti a e b forniti dalle 2.54)

$$2.56) \quad \sigma_a^2 = \frac{N \sigma_y^2}{W}$$

$$\sigma_b^2 = \frac{\sigma_y^2 \sum x_i^2}{W}$$

con incertezza su y data da

$$2.57) \quad \sigma_y^2 = \frac{\sum_i [(ax_i + b) - y_i]^2}{N - 2}$$

Per ultimo è opportuno ricordare il **coefficiente di correlazione lineare**

$$2.58) \quad r = \frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum (x_i - \bar{x})^2 \sum (y_i - \bar{y})^2}}$$

che offre una stima di quanto i punti sperimentali siano effettivamente allineati su una retta. Infatti se r è prossimo a ± 1 , i punti si adattano bene ad una relazione lineare; se invece r è prossimo a zero, i punti non sono correlabili con una retta.

La regressione lineare può sembrare di limitata applicabilità a pochi casi della fisica. In realtà diverse dipendenze funzionali di tipo non lineare possono essere linearizzate mediante cambio di variabili (Tab. 2.6). Una volta effettuata la regressione e determinati i coefficienti a e b , sarà opportuno ricordarsi di invertire le funzioni, che compaiono nelle colonne "Rappresentazione rettificata" di Tab. 2.6.

Tab. 2.6-Linearizzazione delle funzioni principali.

Tipo di dipendenza (funzione)		Rappresentazione rettificata	
lineare	$y = ax + b$	x	y
parabola	$y = ax^2$	x^2	y
parabola generale	$y = ax^2 + bx + c$	x	y
potenza	$y = ax^b$	logx	logy
esponenziale	$y = ae^{bx}$	x	lny
logaritmica	$y = a \log_b x$	logx	y

2.11 - Ottimizzazione delle misure di conteggio

Consideriamo il caso di volere misurare il conteggio netto dovuto a una sorgente radioattiva in presenza di radiazione di fondo (background). Chiamiamo S la frequenza dei conteggi della sola sorgente, F quella del fondo, T_{SF} il tempo dedicato alla misura in presenza della sorgente e T_F quello per la misura del fondo. Si avrà che

$$2.59) \quad S = \frac{N_1}{T_{SF}} - \frac{N_2}{T_F}$$

dove N_1 e N_2 sono i conteggi rispettivi con e senza sorgente. Applicando la propagazione degli errori alla 2.59) si ha

$$\sigma_S = \sqrt{\frac{\sigma_{N_1}^2}{T_{SF}^2} + \frac{\sigma_{N_2}^2}{T_F^2}}$$

Poiché $\sigma_{N_1}^2 = N_1$ e $\sigma_{N_2}^2 = N_2$, si ricava

$$\sigma_S = \sqrt{\frac{N_1}{T_{SF}^2} + \frac{N_2}{T_F^2}}$$

e, quindi,

$$2.60) \quad \sigma_S = \sqrt{\frac{S+F}{T_{SF}} + \frac{F}{T_F}}$$

Se fissiamo il tempo totale T da dedicare all'intera misura, l'errore 2.60) può essere minimizzato scegliendo l'opportuna frazione del tempo T da utilizzare per misurare $S+F$ (oppure F). Quadrando e differenziando la 2.60), si ottiene

$$2\sigma_S d\sigma_S = -\frac{S+F}{T_{SF}^2} dT_{SF} - \frac{F}{T_F^2} dT_F$$

Per trovare la condizione di minimo, si deve porre $d\sigma_S=0$ e, ricordando che $dT_{SF}+dT_F=0$ poiché T è costante, la ripartizione ottimale del tempo fra le due misure risulta essere

$$2.61) \quad \frac{T_{SF}}{T_F} = \sqrt{\frac{S+F}{F}}$$

Appendice 2A1 - Integrale normale degli errori

Quando una variabile continua è soggetta a molti piccoli errori casuali, la distribuzione dei risultati è una distribuzione gaussiana

$$2A.1) \quad f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-X)^2}{2\sigma^2}}$$

con valore vero X e deviazione standard σ .

L'integrale della 2A.1) fra i limiti a e b fornisce la probabilità che una misura cada fra $x=a$ e $x=b$

$$2A.2) \quad P(a \leq x \leq b) = \int_a^b f(x) dx$$

In Tabella 2A sono riportati i valori di questo integrale 2A.2) per $a=X-t\sigma$ e $b=X+t\sigma$, che forniscono la probabilità che una misura cada entro t deviazioni standard dal valore vero X

$$2A.3) \quad P(\text{entro } t\sigma) = P(X - t\sigma \leq x \leq X + t\sigma) = \int_{X-t\sigma}^{X+t\sigma} f(x) dx = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-t}^t e^{-\frac{z^2}{2}} dz$$

avendo operato le sostituzioni

$$z = \frac{x - X}{\sigma}$$

$$dx = \sigma dz$$

e cambiato i limiti $z = \pm t$.

La probabilità al di fuori dell'intervallo può essere ricavata per differenza con la probabilità totale

$$2A.4) \quad P(\text{al di fuori di } t\sigma) = 100\% - P(\text{entro } t\sigma)$$

Appendice 2A2 - Percentuale di probabilità P(entro $t\sigma$) in funzione di t

t	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.00	0.80	1.60	2.39	3.19	3.99	4.78	5.58	6.38	7.17
0.1	7.97	8.76	9.55	10.34	11.13	11.92	12.71	13.50	14.28	15.07
0.2	15.85	16.63	17.41	18.19	18.97	19.74	20.51	21.28	22.05	22.82
0.3	23.58	24.34	25.10	25.86	26.61	27.37	28.12	28.86	29.61	30.35
0.4	31.08	31.82	32.55	33.28	34.01	34.73	35.45	36.16	36.88	37.59
0.5	38.29	38.99	39.69	40.39	41.08	41.77	42.45	43.13	43.81	44.48
0.6	45.15	45.81	46.47	47.13	47.78	48.43	49.07	49.71	50.35	50.98
0.7	51.61	52.23	52.85	53.46	54.07	54.67	55.27	55.87	56.46	57.05
0.8	57.63	58.21	58.78	59.35	59.91	60.47	61.02	61.57	62.11	62.65
0.9	63.19	63.72	64.24	64.76	65.28	65.79	66.29	66.80	67.29	67.78
1.0	68.27	68.75	69.23	69.70	70.17	70.63	71.09	71.54	71.99	72.43
1.1	72.87	73.30	73.73	74.15	74.57	74.99	75.40	75.80	76.20	76.60
1.2	76.99	77.37	77.75	78.13	78.50	78.87	79.23	79.59	79.95	80.29
1.3	80.64	80.98	81.32	81.65	81.98	82.30	82.62	82.93	83.24	83.55
1.4	83.85	84.15	84.44	84.73	85.01	85.29	85.57	85.84	86.11	86.38
1.5	86.64	86.90	87.15	87.40	87.64	87.89	88.12	88.36	88.59	88.82
1.6	89.04	89.26	89.48	89.69	89.90	90.11	90.31	90.51	90.70	90.90
1.7	91.09	91.27	91.46	91.64	91.81	91.99	92.16	92.33	92.49	92.65
1.8	92.81	92.97	93.12	93.28	93.42	93.57	93.71	93.85	93.99	94.12
1.9	94.26	94.39	94.51	94.64	94.76	94.88	95.00	95.12	95.23	95.34
2.0	95.45	95.56	95.66	95.76	95.86	95.96	96.06	96.15	96.25	96.34
2.1	96.43	96.51	96.60	96.68	96.76	96.84	96.92	97.00	97.07	97.15
2.2	97.22	97.29	97.36	97.43	97.49	97.56	97.62	97.68	97.74	97.80
2.3	97.86	97.91	97.97	98.02	98.07	98.12	98.17	98.22	98.27	98.32
2.4	98.36	98.40	98.45	98.49	98.53	98.57	98.61	98.65	98.69	98.72
2.5	98.76	98.79	98.83	98.86	98.89	98.92	98.95	98.98	99.01	99.04
2.6	99.07	99.09	99.12	99.15	99.17	99.20	99.22	99.24	99.26	99.29
2.7	99.31	99.33	99.35	99.37	99.39	99.40	99.42	99.44	99.46	99.47
2.8	99.49	99.50	99.52	99.53	99.55	99.56	99.58	99.59	99.60	99.61
2.9	99.63	99.64	99.64	99.66	99.67	99.68	99.69	99.70	99.71	99.72
3.0	99.73	----	----	----	----	----	----	----	----	----
3.5	99.95	----	----	----	----	----	----	----	----	----
4.0	99.994	----	----	----	----	----	----	----	----	----
4.5	99.9993	----	----	----	----	----	----	----	----	----
5.0	99.9999 4	----	----	----	----	----	----	----	----	----

Appendice 2B1 - Normalizzazione della funzione di Gauss

La normalizzazione della funzione di Gauss 2.20) si effettua ponendo

$$2B1.1) \quad \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = N \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{(x-X)^2}{2\sigma^2}} dx = 1$$

Cambiando le variabili

$$2B1.2) \quad \begin{aligned} x - X &= y \\ dx &= dy \end{aligned}$$

il secondo integrale della 2B1.1) diventa

$$2B1.3) \quad N \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{(x-X)^2}{2\sigma^2}} dx = N \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{y^2}{2\sigma^2}} dy$$

Se ora poniamo $y/\sigma = z$ e $dy = \sigma dz$, otteniamo

$$2B1.4) \quad N \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{y^2}{2\sigma^2}} dy = N\sigma \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{z^2}{2}} dz = N\sigma\sqrt{2\pi}$$

perché il secondo integrale vale $\sqrt{2\pi}$. In conclusione si ottiene:

$$2B1.5) \quad \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = N\sigma\sqrt{2\pi} = 1$$

da cui si ricava:

$$2B1.6) \quad N = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}$$

Appendice 2B2 - Calcolo del valore medio \bar{x} di una distribuzione normale

Per la 2.17) si ha:

$$2B2.1) \quad \bar{x} = \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x) dx = N \int_{-\infty}^{+\infty} x e^{-\frac{(x-X)^2}{2\sigma^2}} dx = 1$$

Procedendo col solito cambio di variabili $y=x-X$, $dx=dy$ e $x=y+X$, l'integrale 2B2.1) diventa

$$2B2.2) \quad \bar{x} = N \left(\int_{-\infty}^{+\infty} y e^{-\frac{y^2}{2\sigma^2}} dy + X \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{y^2}{2\sigma^2}} dy \right)$$

in cui il primo integrale è nullo (il contributo di ogni punto y è cancellato dal punto simmetrico $-y$), mentre il secondo è l'integrale di normalizzazione 2B1.3) e vale $1/N$. Pertanto la 2B2.2) fornisce l'importante conclusione che

$$2B2.3) \quad \bar{x} = X$$

APPENDICE 2C - Minimizzazione della somma dei quadrati degli errori

Per minimizzare la somma dei quadrati degli errori (2.53)

$$2C.1) \quad F(a,b) = \sum_1^N [(ax_i + b) - y_i]^2$$

devono essere eguagliate a zero le derivate parziali della (2C.1)

$$2C.2) \quad \begin{aligned} \frac{\partial F(a,b)}{\partial a} &= 2 \sum_1^N [(ax_i + b) - y_i] x_i = 0 \\ \frac{\partial F(a,b)}{\partial b} &= 2 \sum_1^N [(ax_i + b) - y_i] = 0 \end{aligned}$$

dalle quali, omettendo i limiti della sommatoria, si ricava:

$$2C.3) \quad \begin{aligned} b \sum x_i + a \sum x_i^2 &= \sum x_i y_i \\ bN + a \sum x_i &= \sum y_i \end{aligned}$$

Le (2C.3), risolte rispetto ad a e b , forniscono i risultati

$$2C.4) \quad \begin{aligned} a &= \frac{N \sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{W} \\ b &= \frac{\sum x_i^2 \sum y_i - \sum x_i \sum x_i y_i}{W} \end{aligned}$$

riportati nelle (2.54), nelle quali si è posto

$$2C.5) \quad W = N \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2$$

Cap. 3 - I rivelatori a scintillazione

Introduzione.....	56
3.1 - Scintillatori inorganici	56
3.2 - Scintillatori organici.....	58
3.3 - Risposta degli scintillatori organici	60
3.4 - Raccolta di luce.....	60
3.6 - Spettrometria γ	65
3.7 - Processi dovuti alla radiazione γ e risposta del rivelatore	67
APPENDICE 3A - Possibile procedura per un campionamento eseguito con rivelatori di <i>NaI(Tl)</i>	76
APPENDICE 3B- Elementi caratteristici di uno spettro γ	78

Introduzione

Il più vecchio metodo di rivelazione della radiazione ionizzante consiste nell'utilizzare la luce che questa produce in alcuni materiali al suo passaggio. Esso è basato sulla **fluorescenza**, cioè l'emissione immediata di luce visibile a seguito dell'eccitazione del mezzo. Normalmente a questo fenomeno si accompagnano anche la **fosforescenza** (emissione di luce con lunghezza d'onda più elevata) e la fluorescenza ritardata (stessa lunghezza d'onda, ma maggiore tempo di emissione). Perciò un buono scintillatore deve essere in grado di convertire la maggiore percentuale possibile di energia incidente in fluorescenza immediata, minimizzando la fosforescenza e la fluorescenza ritardata.

Il materiale scintillante ideale dovrebbe possedere le seguenti caratteristiche:

1. deve convertire l'energia cinetica delle particelle cariche in luce rivelabile con alta efficienza di scintillazione;
2. questa conversione deve essere lineare, cioè la luce prodotta deve essere proporzionale all'energia depositata;
3. il mezzo deve essere trasparente alla lunghezza d'onda della luce che produce, al fine di una buona raccolta di luce;
4. il tempo di decadimento della luminescenza prodotta deve essere il più breve possibile, così da generare impulsi veloci;
5. l'indice di rifrazione deve essere prossimo a quello del vetro (~ 1.5) onde consentire un buon accoppiamento dello scintillatore con il tubo fotomoltiplicatore;
6. il materiale deve essere di buona qualità ottica e lavorabile in dimensioni tali da consentirne un uso pratico.

Nessun materiale possiede contemporaneamente tutte queste proprietà e sarà necessario operare delle scelte di compromesso.

Gli scintillatori si suddividono in due categorie principali:

- A. i cristalli inorganici (es: NaI e CsI), con ottima risposta di luce e linearità, ma non veloci come tempo di risposta, utilizzati in spettroscopia γ per il loro alto numero atomico Z e l'alta densità;
- B. gli scintillatori organici plastici (antracene e stilbene) o liquidi, molto più veloci ma meno luminosi, preferiti per spettroscopia β e rivelazione di neutroni veloci.

3.1 - Scintillatori inorganici

Nella struttura ordinata (cristallo) di questi materiali, ordinariamente isolanti o semiconduttori, gli elettroni hanno a disposizione solo bande discrete di energia (Fig. 3.1).

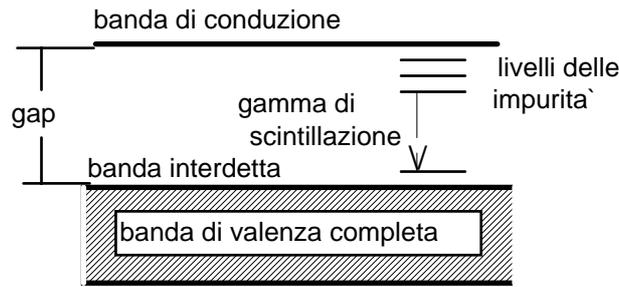


Fig. 3.1 - Bande di energia di uno scintillatore cristallino attivato.

In un cristallo puro un elettrone eccitato può passare dalla banda di valenza alla banda di conduzione attraverso la banda interdetta (*gap*), se gli viene comunicata energia sufficiente, e lascia una **lacuna** o **buca** positiva nella banda di valenza. Nella diseccitazione esso produce emissione di luce, che però è di energia troppo elevata per essere visibile, perché la *gap* è molto ampia. Se però il cristallo viene drogato con una piccola quantità di impurità, dette attivatori, si creano degli stati intermedi nella banda proibita. Poiché ora l'energia di eccitazione e, quindi, di diseccitazione è minore, il fotone di scintillazione diviene visibile.

Quando una particella carica attraversa lo scintillatore, verrà prodotto un gran numero di coppie elettrone-lacuna, dovute al passaggio degli elettroni dalla banda di valenza a quella di conduzione. La lacuna, positiva, viaggerà velocemente verso un attivatore, ionizzandolo, perché l'impurità ha un'energia di ionizzazione minore di quella del cristallo puro. Nel frattempo l'elettrone, libero di migrare nel cristallo, incontrerà un attivatore ionizzato, ricreando una impurità neutra, con la sua propria configurazione di stati (linee intermedie in Fig. 3.1) entro la banda proibita. Se l'attivatore che si forma così è in uno stato eccitato, si avrà una velocissima diseccitazione verso lo stato fondamentale con emissione di luce nella zona del visibile. La vita media tipica per ogni stato eccitato è dell'ordine di 10^{-7} s e, poiché il tempo di migrazione dell'elettrone è molto più breve, tutte le configurazioni eccitate delle impurità si formano contemporaneamente e si diseccitano di conseguenza insieme. La vita media del processo determina, perciò, le caratteristiche temporali della luce di scintillazione che viene emessa.

Esistono altri processi, che avvengono in competizione con quello descritto e producono luce di fondo o riducono l'efficienza di scintillazione e sono noti in generale col nome di *quenching* (smorzamento).

Misure sperimentali dell'efficienza di scintillazione (che è data dal rapporto fra la luce emessa e l'energia depositata) di uno ioduro di sodio attivato al tallio - NaI(Tl)- danno un valore del 13%.

Il cristallo deve essere trasparente alla luce di scintillazione per consentirne il passaggio fino al luogo di raccolta, cioè il **fotocatodo** del tubo fotomoltiplicatore)

Alcuni tipi di scintillatori inorganici.

NaI(Tl): altamente igroscopico, teme gli urti, risposta lineare a elettroni (fotoni) di energia superiore a 50 keV, eccellente per spettrometria γ . Tempo di decadimento dell'impulso di circa 230 ns più un 9% di fosforescenza con tempo di decadimento di 0.15 s. Ottimo per bassa frequenza di conteggio, tende ad alta rate a sovrapporre gli impulsi singoli in un unico impulso somma (*pile up*) e a scintillare in continua (*afterglow*).

CsI(Tl) - CsI(Na): ha il più elevato coefficiente di assorbimento per γ , particolarmente adatto alla discriminazione di forma (par. 3.4 C).

Bi₄Ge₃O₁₂ (germanato di bismuto): noto come BGO, ha un'elevata sezione d'urto fotoelettrica per γ a causa dell'elevato valore di Z (=83) del bismuto. E' facile da usare, ma ha una bassa resa di luce che, pur accompagnata da una scarsa fluorescenza ritardata (piccola *afterglow*), va a scapito della risoluzione energetica. E' di uso recente.

3.2 - Scintillatori organici

Il meccanismo della scintillazione nei plastici o liquidi organici dipende dalle transizioni di energia delle singole molecole e quindi risulta indipendente dallo stato fisico dello scintillatore (solido, vapore o in soluzione). Esso consiste nella transizione molecolare (3 o 4 eV) da uno stato fondamentale ad uno stato eccitato (Fig. 3.4).

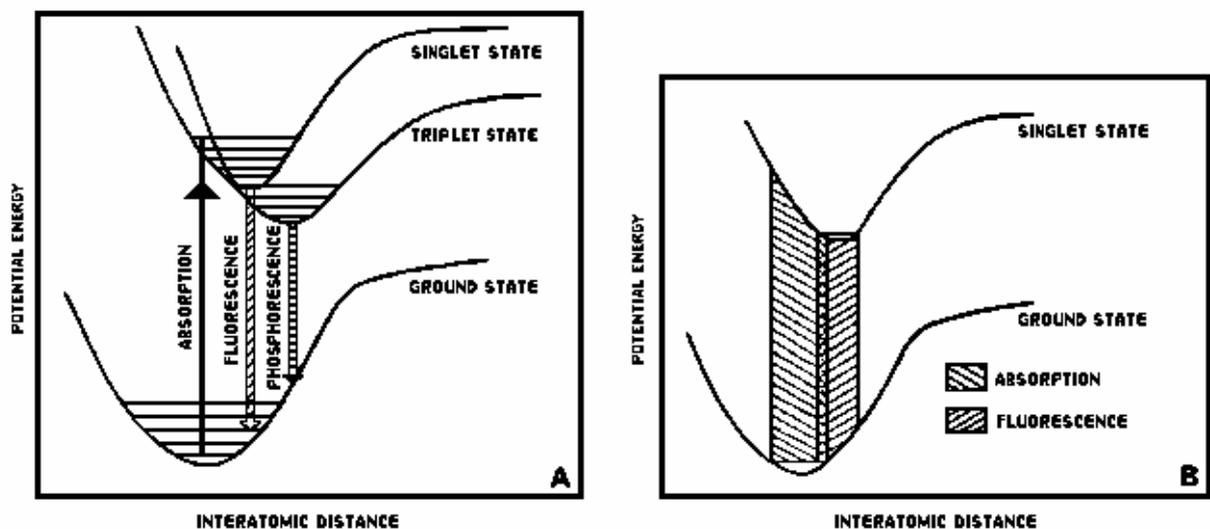


Fig. 3.4 - Stati energetici per gli scintillatori organici.

A ciascuno di questi stati sono associati vari livelli vibrazionali, spazati di circa 0.15 eV tra loro, che a temperatura ambiente (0.025 eV) sono vuoti. Il passaggio di una particella carica nello scintillatore produce la transizione dallo stato fondamentale ad uno qualsiasi dei livelli vibrazionali dello stato eccitato, che, non essendo in equilibrio termico, si diseccitano istantaneamente (picosecondo) nel puro stato eccitato di singoletto. Questo, ora molto popolato, si diseccita velocemente (nanosecondo) verso uno dei livelli rotazionali dello stato fondamentale, producendo la **fluorescenza** pronta, con una legge di decadimento esponenziale

$$3.1) \quad I = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$$

dove τ è il tempo di decadimento proprio della fluorescenza.

L'efficienza di scintillazione risulta dal rapporto fra l'energia convertita in luce rispetto al totale dell'energia incidente. Il fenomeno del *quenching*, che in generale definisce tutte le perdite di energia, diminuisce tale efficienza; può essere ridotto a volte eliminando le impurità (per esempio l'ossigeno in soluzione negli scintillatori liquidi).

Alcuni tipi di scintillatori organici.

Gli scintillatori organici sono di solito usati per la rivelazione diretta di particelle β (elettroni veloci) o α (ioni pesanti).

Scintillatori organici puri: fragili, di dimensioni limitate, hanno una efficienza di scintillazione variabile a seconda della direzione della traccia, con differenze del 20-30%. L'antracene ha la più elevata efficienza di rivelazione, mentre lo stilbene, con più bassa efficienza, è particolarmente adatto alla discriminazione di forma (par. 3.4 C).

Scintillatori organici liquidi: in soluzione, sono utilizzati per la discriminazione dell'impulso e per misure di conteggio dell'attività di sostanze, che vi vengono disciolte: tale tecnica è applicata per bassi conteggi di β come nel ^{14}C o nel trizio e l'efficienza di conteggio è quasi del 100%.

Plastici solidi: in soluzioni polimerizzate, sono utilizzati per tempi di decadimento veloci.

Film sottili: buoni rivelatori in trasmissione di protoni e particelle α .

Scintillatori organici appesantiti: nel caso della rivelazione di fotoni si ottiene una maggiore efficienza di fotopicco e una risposta veloce a basso costo mediante l'aggiunta del 10% in peso di piombo o stagno. Ciò è compensato da una perdita nella risposta in luce e nella risoluzione in energia rispetto agli scintillatori inorganici.

3.3 - Risposta degli scintillatori organici

A - Risposta di luce.

La risposta di luce di uno scintillatore organico è data dalla relazione fra l'energia di fluorescenza emessa per unità di percorso dL/dx e la perdita di energia specifica dE/dx della particella carica. Tale relazione, dovuta a Birks, assume che

$$3.2) \quad \frac{dL}{dx} = S \frac{dE}{dx}$$

dove S è l'efficienza di scintillazione.

B - Risposta temporale.

Circa 0.5 ns sono necessari per popolare il livello da cui proviene la luce di fluorescenza immediata e per uno scintillatore molto veloce sono necessari da 1.5 a 2.5 ns per il decadimento, ai quali si deve sommare il tempo di salita del segnale. L'intensità della diseccitazione sarà data da

$$I = I_0 \left(e^{-\frac{t}{\tau}} - e^{-\frac{t}{\tau_1}} \right)$$

dove I_0 = intensità iniziale;
 τ_1 = costante di tempo per popolare il livello;
 τ_2 = costante di tempo di decadimento dal livello.

3.4 - Raccolta di luce

A - Uniformità della raccolta di luce.

Due effetti si oppongono alla perfetta trasmissione della luce, emessa isotropicamente lungo il percorso della particella ionizzante: l'interfacciamento tra lo scintillatore e il suo contenitore e l'**autoassorbimento** nello scintillatore (in generale trascurabile, meno che per rivelatori di grandi dimensioni o particolari come lo ZnS). A tale scopo è utile definire **trasparenza** la quantità

$$T = e^{-\mu x}$$

dove μ è il coefficiente di assorbimento ottico dello scintillatore e x il cammino ottico effettivo della luce nello scintillatore.

La risoluzione in energia, dal canto suo, dipende dalla produzione e dalla raccolta di luce per due versi:

- la resa di luce in funzione della quantità di energia depositata;
- la mancanza di uniformità nella raccolta di luce, che si manifesta come differente ampiezza dell'impulso a parità di energia persa nello scintillatore.

Questa ultima causa diventa particolarmente importante negli scintillatori molto spessi, soprattutto se visti da un bordo molto piccolo. Infatti solo una parte della luce, emessa in tutte le direzioni, arriva direttamente al fotomoltiplicatore, mentre tutta la rimanente viene riflessa una o più volte sulle pareti dello scintillatore.

Detto α_c l'angolo critico, definito da

$$3.9) \quad \alpha_c = \arcsen \frac{n_1}{n_0}$$

dove n_0 è l'indice di rifrazione del mezzo scintillante e n_1 quello del mezzo circostante (normalmente aria), si hanno due possibilità (Fig. 3.8): se l'angolo di incidenza α è maggiore di α_c si ha riflessione totale; se α è minore di α_c si ha riflessione parziale e trasmissione parziale, che diventa quasi totale per $\alpha \rightarrow 0$. Per ovviare almeno in parte a questo inconveniente, occorre avvolgere lo scintillatore con un riflettore, escludendo solo la superficie a cui deve essere applicato il fotomoltiplicatore.

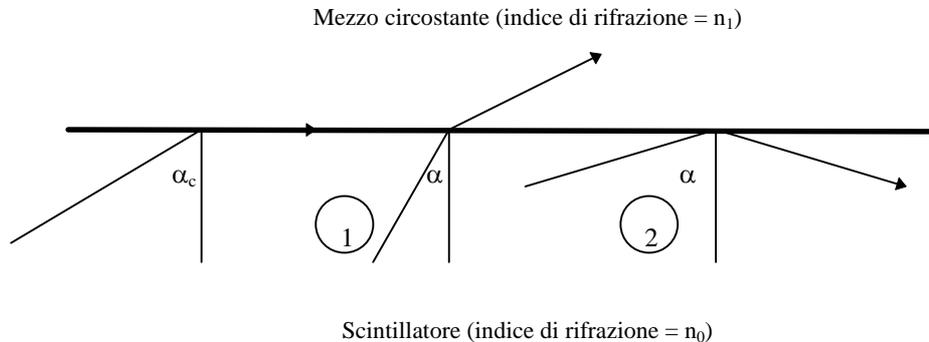


Fig. 3.8 - Possibili rifrazioni fra due mezzi con diverso indice di rifrazione.

Su questa superficie viene spalmato un fluido con indice di rifrazione (circa 1.5) uguale a quelli dello scintillatore e della finestra in vetro del fotocatodo del fotomoltiplicatore per ottenere un accoppiamento totale fra i due. Alcuni scintillatori come lo NaI e lo LiI hanno un più elevato indice di rifrazione, che aumenta l'intrappolamento della luce; per essi si usa un grasso siliconico ad alta viscosità.

E' fondamentale ricordarsi che lo scintillatore deve essere protetto dalla luce dell'ambiente, utilizzando del materiale opaco, con l'avvertenza che questo non contribuisca al conteggio di fondo a causa di una sua possibile attività naturale.

B - Guide di luce.

Esistono particolari situazioni, nelle quali non è possibile applicare il fotomoltiplicatore direttamente allo scintillatore. Per esempio, se la superficie dello scintillatore è molto più grande del **fotocatodo**, anche se utilizziamo più **fotomoltiplicatori**, la raccolta di luce risulta sempre parziale e non uniforme. In altra ipotesi, se lo scintillatore deve essere posizionato entro un campo magnetico elevato, è necessario che il fotomoltiplicatore lavori all'esterno del campo medesimo, in una zona dove sia possibile schermarlo.

In questi casi si usano le cosiddette guide di luce, che funzionano sul principio della **riflessione totale**.

Sono costituite da plastiche otticamente trasparenti con elevato indice di rifrazione per rendere minimo l'angolo critico ai fini della riflessione interna. Un tipico materiale è la lucite con $n=1.49 \div 1.51$. In **Fig. 3.9** è riportato un esempio.

Spesso le guide di luce devono essere lavorate in forme complicate per raccordare la superficie dello scintillatore alle dimensioni del **fotocatodo**.

C - Tubi fotomoltiplicatori.

Il tubo fotomoltiplicatore (PMT) converte l'uscita di luce di uno scintillatore in un corrispondente segnale elettrico di ampiezza sufficiente a consentire il trattamento dell'impulso e la discriminazione in ampiezza. La sua sensibilità dipende dall'efficienza di conversione della luce (fotoni) in elettroni del fotocatodo e dal fattore di moltiplicazione degli elettroni attraverso i vari stadi (**Fig. 3.10**).

Il **fotocatodo** è costituito da un materiale con basso potenziale di estrazione (detto anche energia di lavoro): da 1.5 a 2 eV per i semiconduttori, da 3 a 4 eV per altri (luce blu, tipica di molti scintillatori). Un fotone visibile o nella regione del vicino ultravioletto è in grado di creare un elettrone libero e di fornirgli energia cinetica sufficiente ad abbandonare la superficie del sottile strato solido, migrando verso il vuoto circostante. Questo deve essere abbastanza elevato per ridurre l'emissione spontanea e per non frenare gli elettroni emessi. Poiché questo processo dipende dall'energia incidente, ogni fotocatodo è caratterizzato da un intervallo di frequenza (o di lunghezza d'onda) nel quale lavora al meglio. La banda di luce accettata dai fotocatodi più usati si trova attorno a 400 e 800 nm.

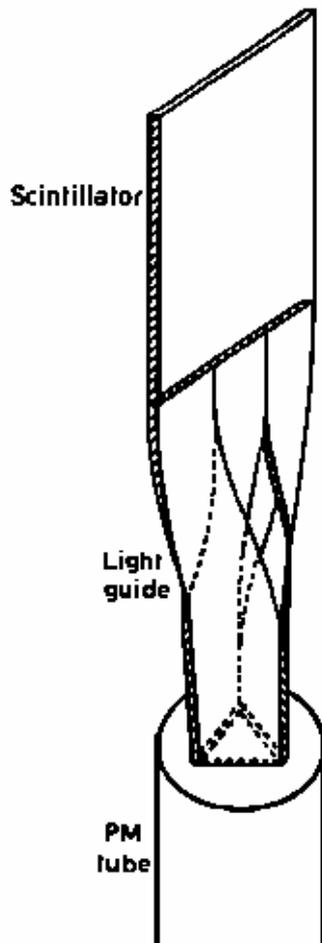


Fig. 3.9 -Esempio di guida di luce.

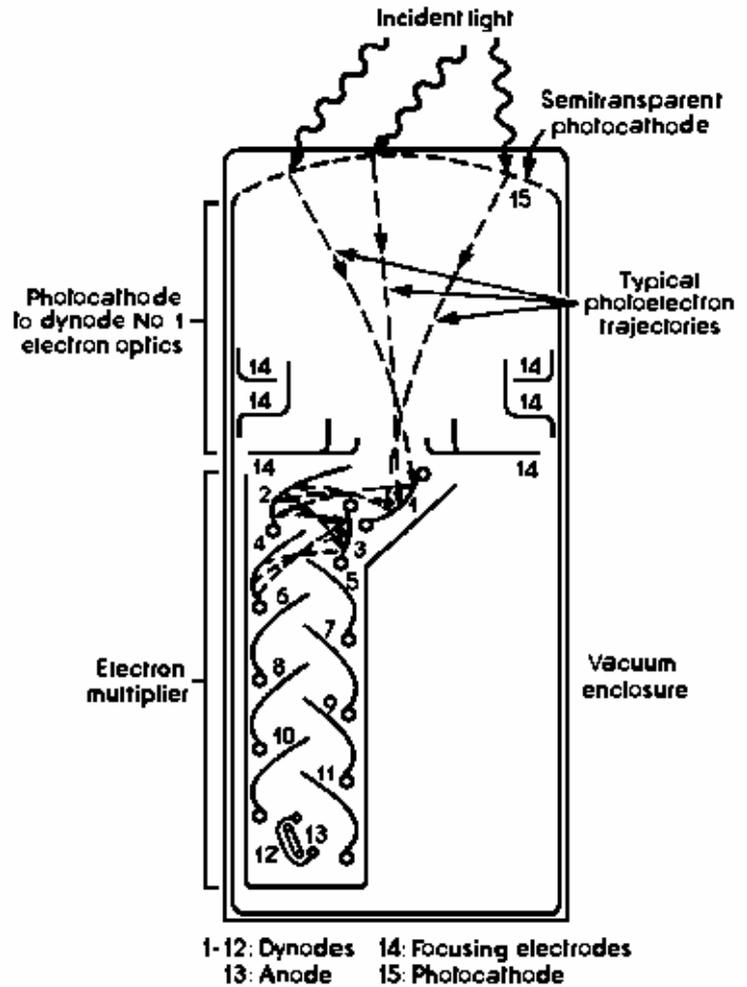


Fig. 3.10-Schema di un fotomoltiplicatore (dal catalogo Harshaw).

Dopo l'emissione gli elettroni devono essere accelerati da una differenza di potenziale (tipicamente 100 V) per raggiungere il primo dinodo, su cui producono elettroni secondari che, attraverso un nuovo salto di tensione, finiranno sul dinodo successivo. Il processo di moltiplicazione continua attraverso stadi successivi (circa dieci) e termina sull'anodo collettore. Per ottenere le varie differenze di potenziale si collega ogni dinodo a un partitore di tensione resistivo, come quelli schematizzati in Fig. 3.11, dove sono mostrate due possibili configurazioni: A-con anodo a massa; B-con catodo a massa. La tensione totale applicata a un PMT a dieci stadi varia fra 1200 V e 2000 V.

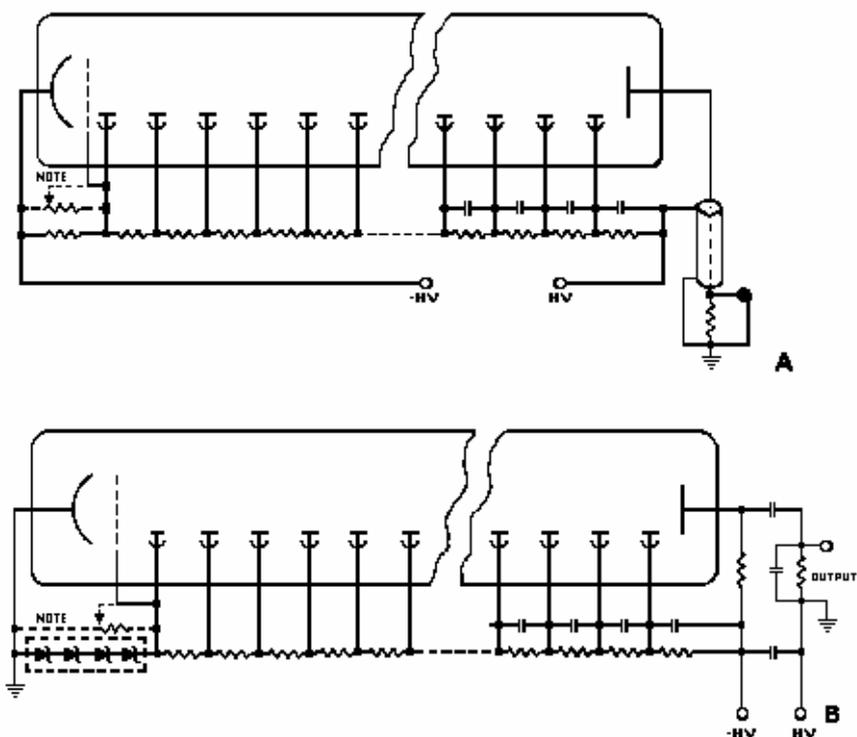


Fig. 3.11 - Schemi di partitore di tensione: A) con anodo a massa; B) con catodo a massa.

Il fattore di moltiplicazione per un singolo dinodo è dato da

$$3.12) \quad d = \frac{n. \text{ di elettroni secondari emessi}}{n. \text{ di elettroni primari incidenti}}$$

E' importante che il PMT sia avvolto da uno schermo magnetico di mu-metal o di altro materiale ad alta permeabilità (Fig. 3.13, dove è anche riportato lo schema di montaggio tipico di uno NaI).

Infatti la bassa energia di trasferimento degli elettroni da uno stadio all'altro (circa 100 eV) lo rende molto sensibile anche al campo magnetico terrestre, con effetti di defocalizzazione tra il fotocatodo e il primo dinodo, che è il più sensibile di tutta la catena (particolarmente sensibile la struttura a focalizzazione circolare). Per questo motivo normalmente viene applicata al primo dinodo una tensione da 3 a 5 volte maggiore di quella tra i dinodi successivi.

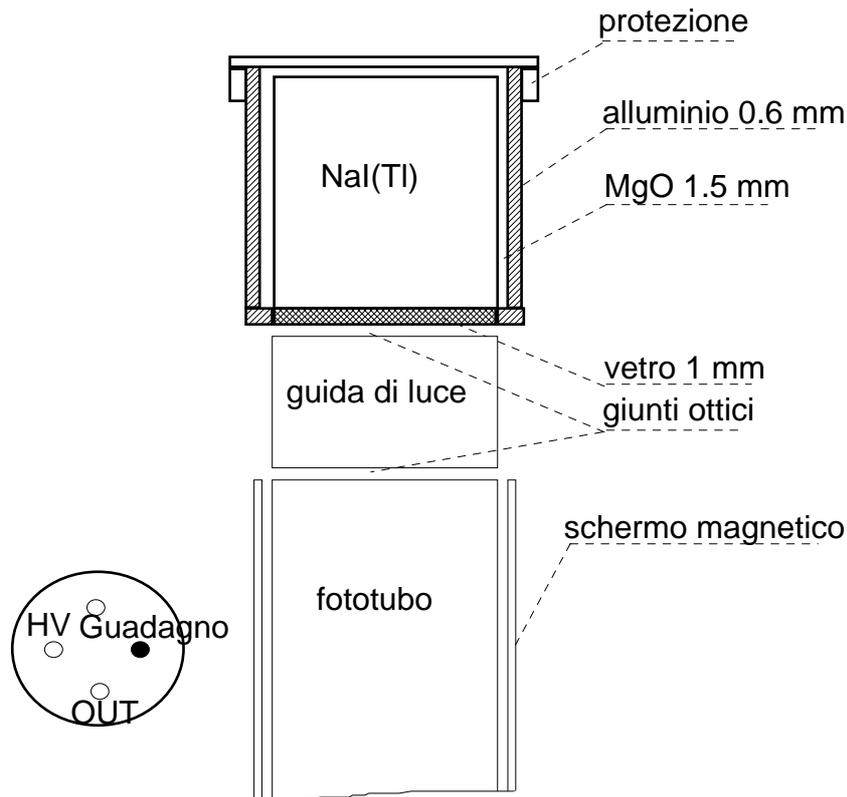


Fig. 3.13 - Schema di montaggio di un rivelatore di NaI(Tl) (non in scala).

La tensione di alimentazione è fornita tramite uno zoccolo (Fig. 3.13), attraverso il quale viene prelevato il segnale fornito dall'insieme scintillatore+guida di luce+fototubo. A volte è necessario un **preamplificatore**, che lo rafforza prima di trasferirlo all'elettronica di misura.

3.6 - Spettrometria γ

Lo scintillatore più usato in **spettrometria γ** è lo *NaI(Tl)* perché lineare in un ampio intervallo di energie. Di conseguenza la luce di **fluorescenza** prodotta da un evento è direttamente proporzionale all'energia del γ incidente e così anche **l'ampiezza** dell'impulso elettronico. Questo ultimo viene inviato in un **amplificatore** lineare e successivamente in un **discriminatore** di ampiezza, che lo trasforma in impulso logico (Fig. 3.16a).

Questo può ora essere inviato a una **scala di conteggio** o ad un frequenzimetro (*ratemeter*) per essere contato. I conteggi effettuati per diversi e crescenti valori della soglia permettono di ottenere uno **spettro integrale**, in energia. Se oltre alla soglia inferiore si utilizza un limite superiore, si ottiene una **finestra** in

ampiezza di larghezza prefissabile. Il grafico delle frequenze di conteggio entro tale finestra (se molto stretta), al suo spostarsi in piccoli *step* in energia, tende allo **spettro differenziale**.

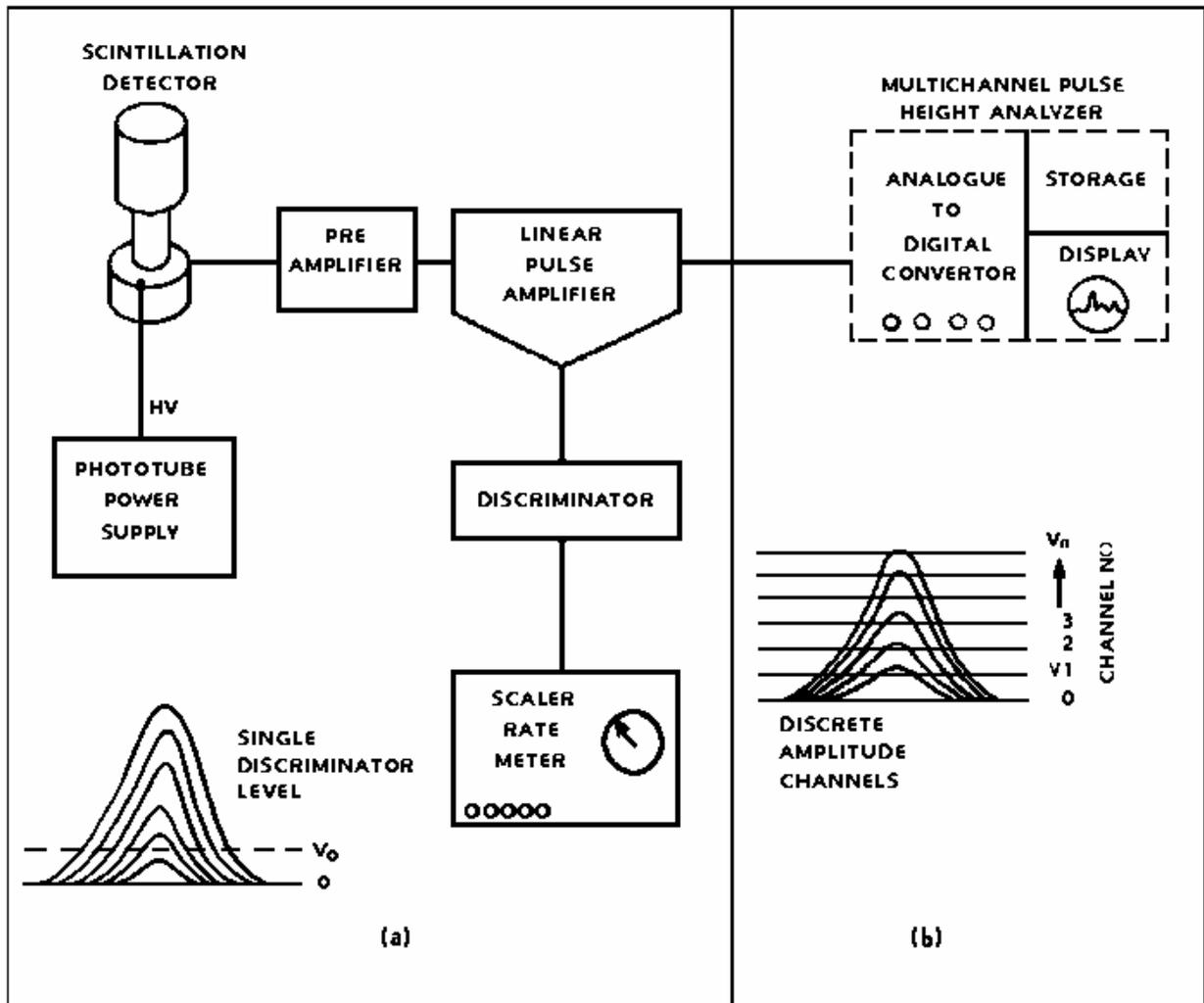


Fig. 3.16 - Discriminazione d'ampiezza dell'impulso.

Un metodo più rapido consiste nel prelevare i segnali dall' **amplificatore** e inviarli ad un analizzatore **multicanale (MCA)**, normalmente costituito da un **convertitore analogico-digitale (ADC)**, da una memoria e da un *display*, che visualizza direttamente lo spettro differenziale in acquisizione (Fig. 3.16).

Per **calibrare in energia** il sistema di rivelazione, si usano sorgenti con transizioni ben definite (Tab. 3.4), come il ^{60}Co (due picchi a 1173 e 1333 keV) o il ^{137}Cs (662 keV), identificando i canali corrispondenti a tali energie per una data tensione di alimentazione dello scintillatore e una definita amplificazione. Il grafico *Energia/Canali* fornisce la taratura in keV/ch.

Tab. 3.4 - Sorgenti di calibrazione (dal catalogo Harshaw).

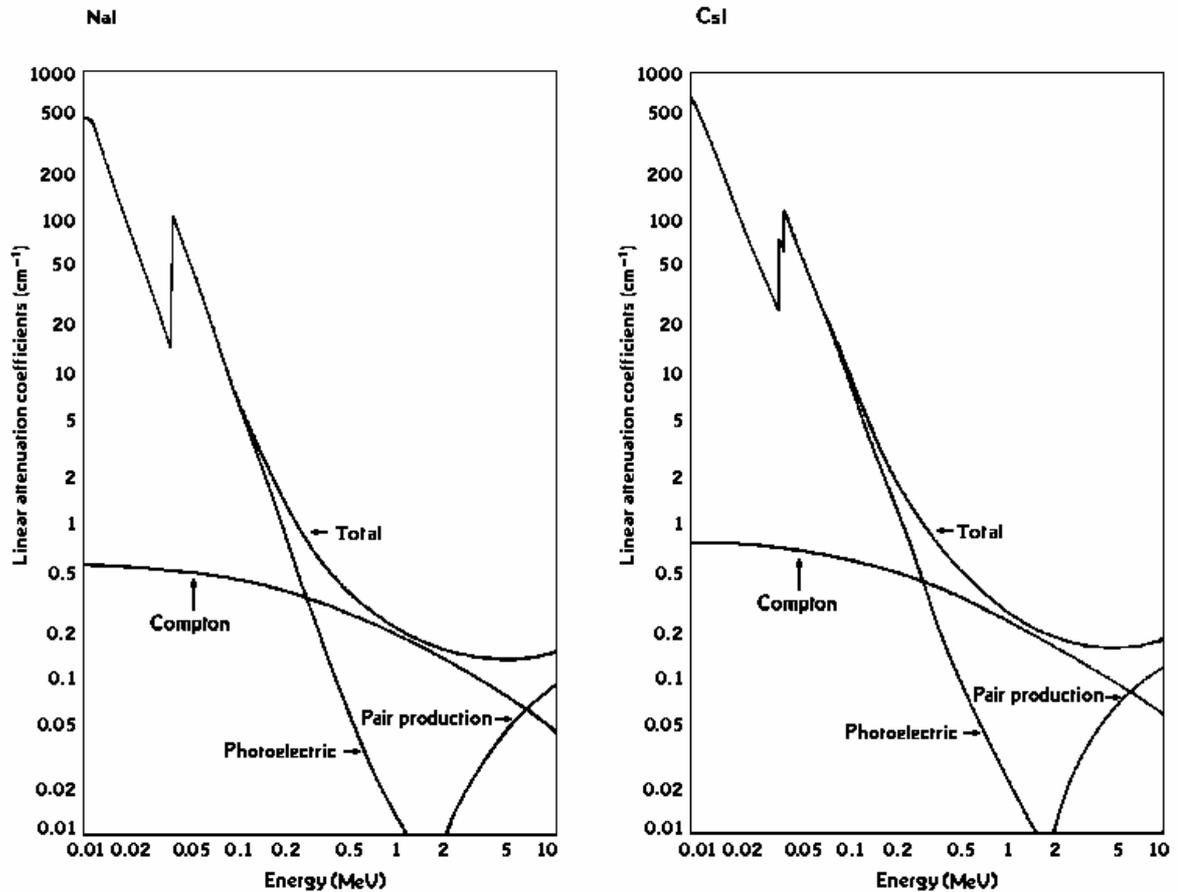
Sorgenti α		
<i>Nuclide</i>	<i>Energia del α (MeV)</i>	<i>Vita media (anni)</i>
^{233}U	4.8	$1.6 \cdot 10^5$
^{210}Po	5.3	0.38
^{241}Am	5.5	458
Sorgenti β		
<i>Nuclide</i>	<i>Energia del β (MeV)</i>	<i>Vita media (anni)</i>
^{65}Ni	0.066	100
^{14}C	0.156	5730
^{147}Pm	0.225	2.62
^{90}Sr	0.546;2.274	28.6
^{204}Tl	0.764	3.85
Sorgenti γ		
<i>Nuclide</i>	<i>Energia del γ (keV)</i>	<i>Vita media (anni)</i>
^{55}Fe	5.9	2.69
^{129}I	30	$1.7 \cdot 10^7$
^{241}Am	60	458
^{57}Co	122	0.74
^{133}Ba	356;32	10.8
^{22}Na	511;1275	2.6
^{137}Cs	662	30.17
^{54}Mn	835	0.86
^{65}Zn	1115	0.67
^{60}Co	1333;1173	5.27
^{228}Th	2614	1.91

3.7 - Processi dovuti alla radiazione γ e risposta del rivelatore

I - Processi.

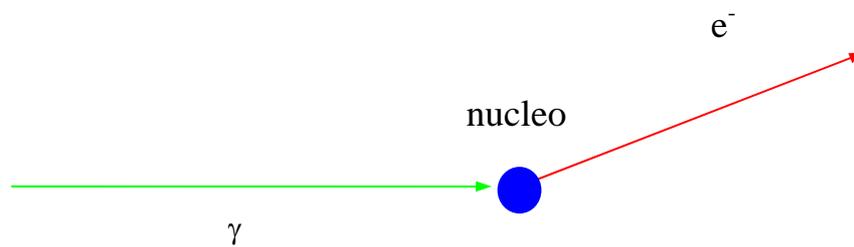
I principali processi di interazione dei γ nella materia, utili ai fini della spettroscopia γ , sono: **l'assorbimento fotoelettrico** (preponderante sotto qualche centinaio di keV), la **produzione di coppie** (predominante oltre i 5-10 MeV) e la **diffusione Compton** (dominante a tutte le energie intermedie). Essi sono ben rappresentati attraverso i coefficienti di **assorbimento lineare** dei diversi materiali (in **Figura**).

Figura - Coefficienti di attenuazione lineare per γ in vari materiali (dal catalogo Harshaw)

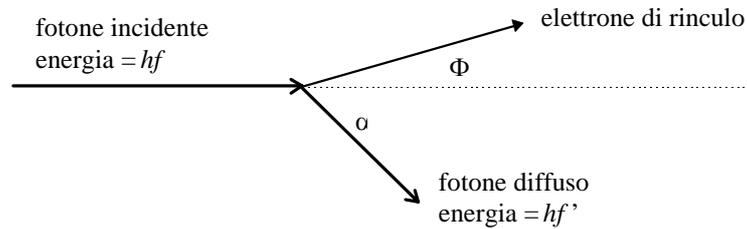


I.A - Assorbimento fotoelettrico.

Si presenta come un picco molto stretto detto *delta* (Δ), dovuto ai fotoelettroni emessi principalmente dall'orbita *K* per assorbimento totale di tutta l'energia del γ incidente.



I.B - Diffusione Compton.



Il γ incidente crea:

\Rightarrow un γ diffuso, la cui energia in funzione del suo angolo di diffusione (*scattering*) α è data da

$$3.29) \quad hf' = \frac{hf}{1 + \frac{hf}{mc^2}(1 - \cos \alpha)}$$

dove $mc^2 = 511 \text{ keV}$ è la massa a riposo dell'elettrone;

\Rightarrow un elettrone di rinculo la cui energia è

$$3.30) \quad E = hf - hf' = hf \frac{\frac{hf}{mc^2}(1 - \cos \alpha)}{1 + \frac{hf}{mc^2}(1 - \cos \alpha)}$$

Se l'angolo $\alpha = 0$, la 3.30) fornisce l'energia minima E_m dell'elettrone di rinculo

$$3.31) \quad hf' = hf \quad \rightarrow \quad E_m = 0$$

mentre per $\alpha = 180^\circ$ dà la sua energia massima E_M

$$3.32) \quad hf' = \frac{hf}{1 + \frac{2hf}{mc^2}} \quad \rightarrow \quad E_M = hf \frac{\frac{2hf}{mc^2}}{1 + \frac{2hf}{mc^2}}$$

Fra questi due casi estremi sono possibili tutti gli angoli e quindi tutte le energie dell'elettrone comprese fra E_m e E_M , per cui avremo un continuo fra zero e la cosiddetta spalla Compton (*Compton edge*), la cui distanza dal picco corrispondente all'energia del γ incidente (fotopicco o *full energy peak*) è data da

$$3.33) \quad E_C = hf - E_M = \frac{hf}{1 + \frac{2hf}{mc^2}}$$

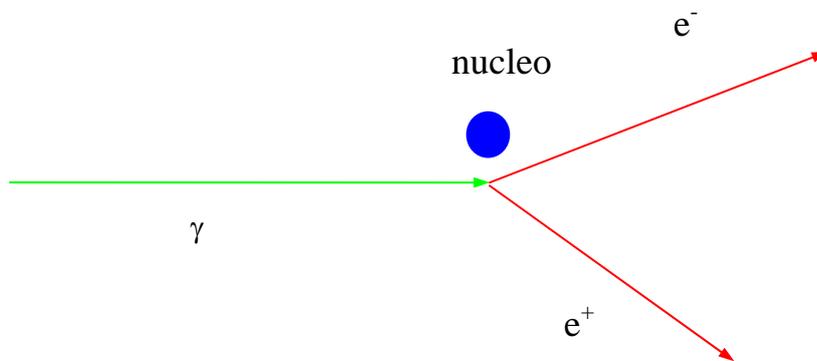
che, per energie del γ molto elevate ($hf \gg mc^2/2$) tende al valore costante

$$3.34) \quad E_C \approx \frac{mc^2}{2} = 0.256 \text{ MeV}$$

Nel caso reale di elettroni legati, si evidenzierà un allargamento e un abbassamento della spalla Compton (effetto spesso mascherato dalla non eccellente risoluzione del rivelatore) e un innalzamento della coda di bassa energia, rispetto alle previsioni dell'effetto Compton su elettrone libero.

I.C - Produzione di coppie.

Questo processo diventa importante sopra i $5 \div 10$ MeV. Consiste nella sparizione del γ in prossimità di un nucleo e nella creazione di un elettrone e di un positrone, per la quale è richiesta un'energia minima pari a $2mc^2 = 1.02$ MeV. Anche in questo caso si ottiene una funzione Δ (*delta*) a distanza $2mc^2$ prima del fotopicco.



Vediamo quali sono i principali elementi, che concorrono a formare uno spettro γ ottenuto mediante un rivelatore di *NaI(Tl)* di opportune dimensioni (Fig. 3C.1):

1. **Picchi fotoelettrici o fotopicchi** (*photopeak*): dovuti all'effetto **fotoelettrico**, corrispondono alla cessione di tutta l'energia E del γ all'elettrone. Il numero di fotopicchi è pari al numero di righe dello spettro dei γ emessi dalla sorgente.

2. **Picchi di singola fuga** (*single escape peak*): ad $E-0.511$ MeV, corrispondenti alla fuga di un fotone di annichilazione di un positrone in quiete dopo la [creazione delle coppie](#).
3. **Picchi di doppia fuga** (*double escape peak*): ad $E-2\cdot 0.511$ MeV= $E-1.02$ MeV, corrispondenti alla fuga di due fotoni di annichilazione di un positrone in quiete dopo la [creazione di coppie](#).
4. **Spalle Compton** (*Compton edge*): ad E_C (fine del continuo [Compton](#)), corrispondenti all'energia massima trasferita all'elettrone per effetto Compton.
5. **Continuo Compton**: continuo fra 0 ed E_C , dovuto alla [diffusione Compton](#) a vari angoli.

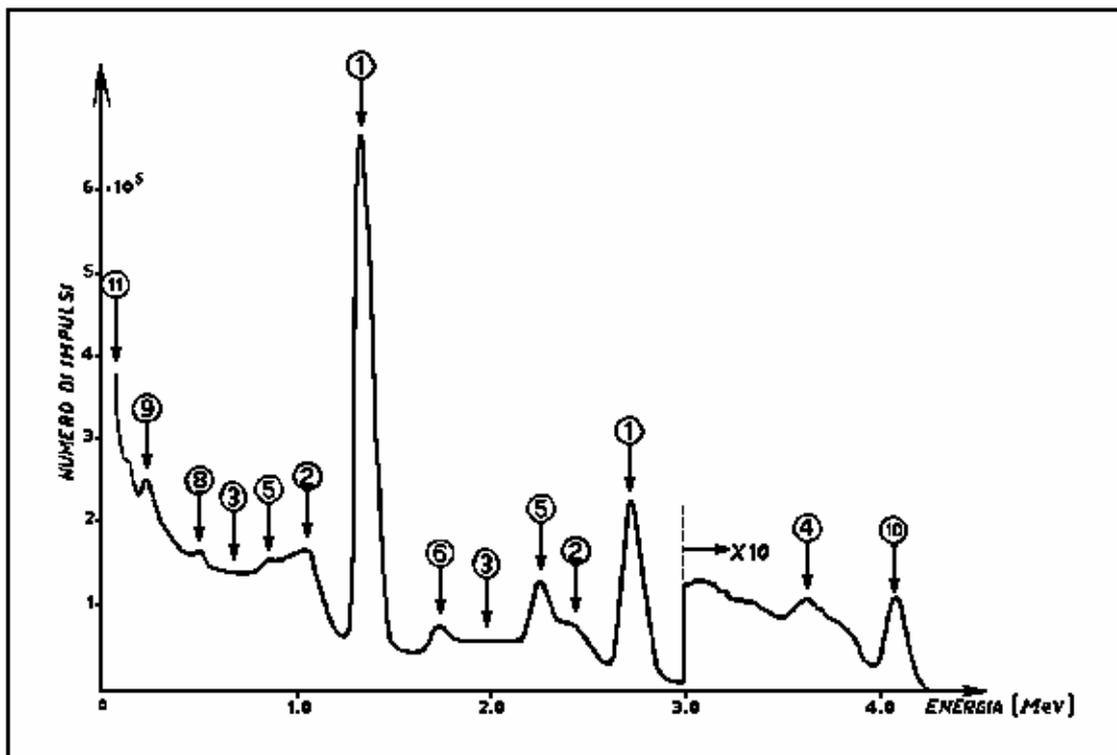


Fig. 3C.1 - Spettro γ di una sorgente di ^{22}Na ($E_\gamma = 1.37$ e 2.75 MeV) acquisito con un cristallo di NaI(Tl) di $3''\times 3''$.

6. **Compton multipli e picchi di somma casuali**: assorbimento casuale contemporaneo di fotoni emessi in differenti processi di decadimento non risolti temporalmente dal sistema di rivelazione: si ha un continuo di impulsi oltre il fotopicco, con un picco di somma casuale per un'ampiezza doppia di quella ad esso relativa.
7. **Picchi secondari di fuga** (*escape peak*): picchi relativi a $E-E_X$, con $E_X=28$ keV, dovuti alla fuga dal cristallo dei raggi X del livello K emessi dallo iodio a seguito di un fotoelettrone. Probabile solo per fotoni di bassa energia, per i quali l'effetto [fotoelettrico](#) avviene presso la superficie del cristallo.

8. **Picco di annichilazione di positroni:** a 0.511 MeV, dovuto all'assorbimento totale di un positrone annichilatosi in quiete; è presente prevalentemente negli emettitori β^+ .
9. **Picco di retrodiffusione (backscattering):** ad $E_b = E - E_C$, dovuto alla diffusione Compton a 180° sul supporto della sorgente o sulle pareti dello schermo.
10. **Picchi di somma in coincidenza:** assorbimento contemporaneo di due o più fotoni, che producono un impulso di ampiezza pari alla somma delle loro energie. Per esempio, il picco a 2.5 MeV di una sorgente di ^{60}Co (1.17 e 1.33 MeV).
11. **Picchi degli X dello schermo:** dovuto all'assorbimento totale di raggi X del livello K, emessi dal materiale dello schermo. Per il piombo è a ≈ 72 keV.

Nelle Fig. 3.19 e 3.21 sono riportati gli spettri caratteristici di una sorgente di ^{60}Co e ^{137}Cs , rispettivamente, con le informazioni sulle relative configurazioni geometriche di raccolta.

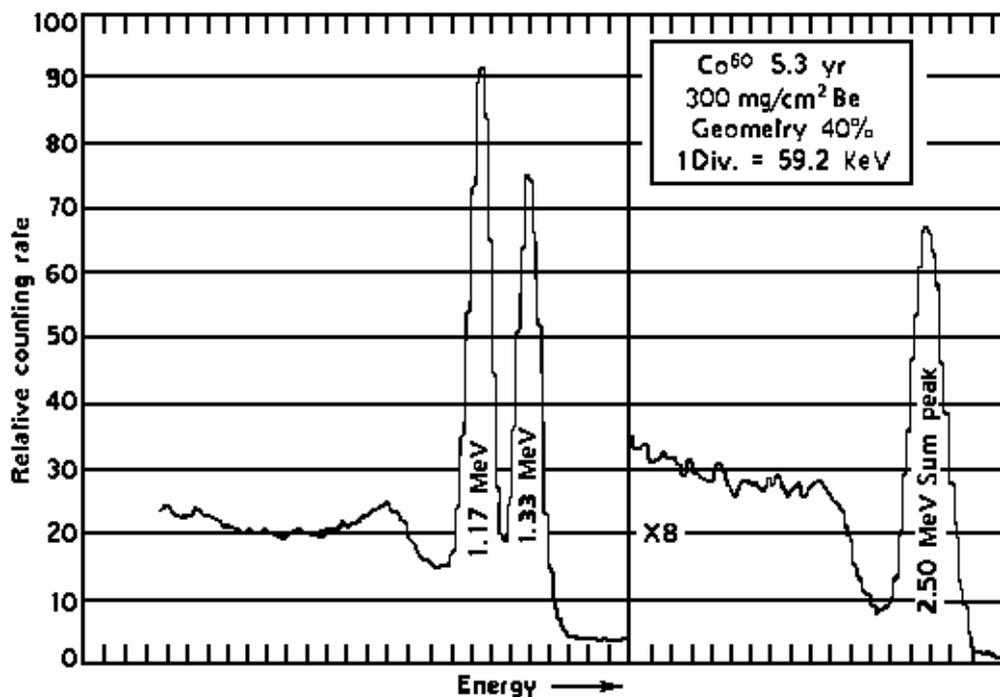


Fig. 3.19 - Spettro del ^{60}Co ottenuto con un rivelatore cilindrico di NaI(Tl) di 4"x4" ed un angolo di raccolta del 40% rispetto all'angolo solido totale 4π .

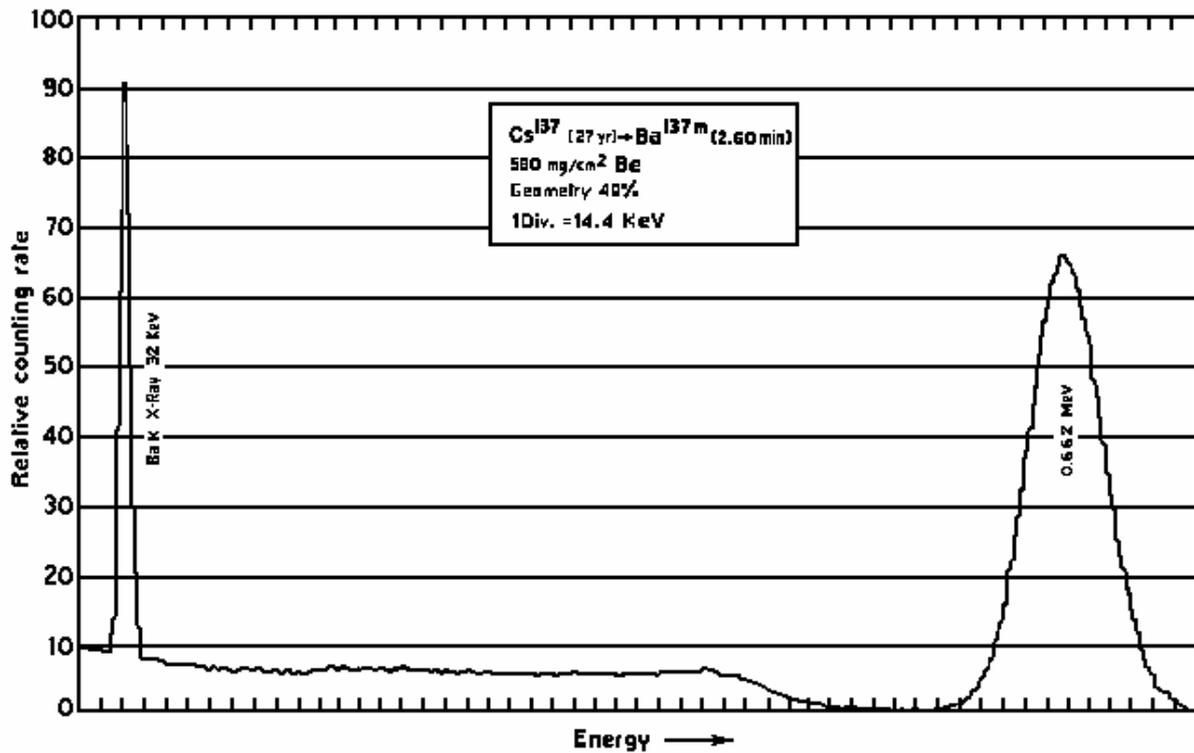


Fig. 3.20 - Spettro del ^{137}Cs ottenuto con un rivelatore cilindrico di NaI(Tl) di 4"x4" ed un angolo di raccolta del 40% rispetto all'angolo solido totale 4π .

In Fig. 3.22 sono rappresentati alcuni dei processi, che concorrono alla formazione di picchi su uno spettro γ , tra cui la retrodiffusione.

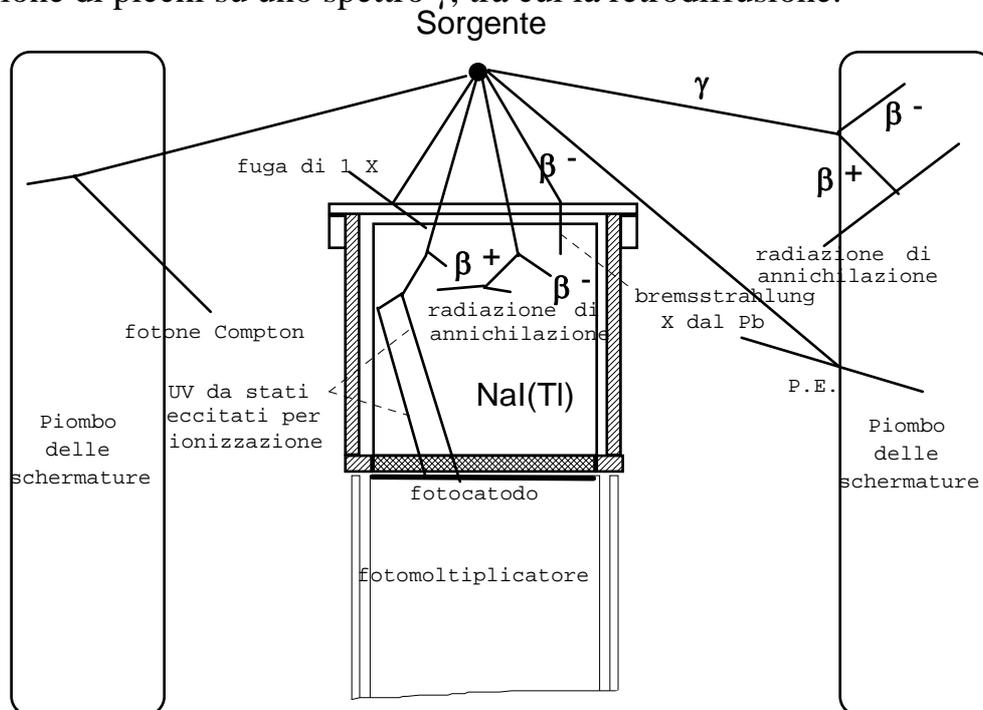


Fig. 3.22 - Processi che possono contribuire alla risposta di un rivelatore ai raggi γ (dal catalogo Harshaw).

Principali caratteristiche sulle quali si basano gli spettrometri γ di ioduro di sodio (ed in generale di ogni altro tipo) sono:

- **Funzione di risposta**, cioè resa in luce in funzione dell'ampiezza dell'impulso. Praticamente la funzione di risposta è data dalla forma assunta dallo spettro prodotto sul rivelatore da una sorgente γ di determinata energia (Fig. 3.23).
- **Risoluzione energetica**, definita come

$$3.35) \quad R = \frac{FWHM}{H_0} = \frac{K}{\sqrt{E}}$$

dove H_0 rappresenta la posizione del picco (in energia o in canali) e K è una costante da determinare caso per caso.

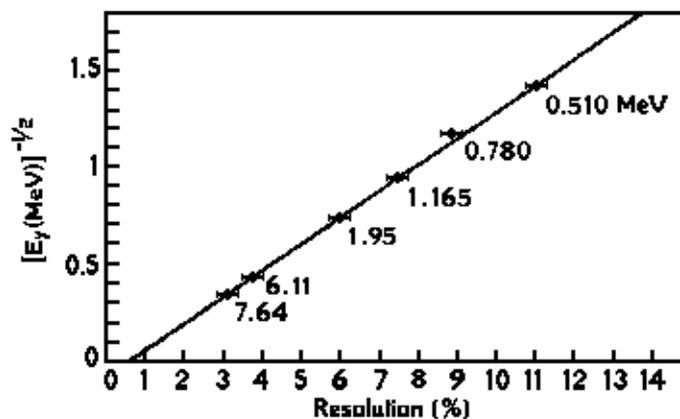


Fig. 3.24 - Variazione della risoluzione in funzione dell'energia del γ per un rivelatore di NaI(Tl).

- **Linearità**, definita come proporzionalità della luce prodotta dall'energia rilasciata dal γ .
- **Efficienza di rivelazione**, definita come rapporto fra il numero di particelle rivelate e il numero di quelle incidenti nel rivelatore. E' illustrata in Fig. 3.26 e dalla Tab. 3.6. L'efficienza dipende dal tipo di particella rivelata e dalla sua energia, dalla forma e dimensioni del cristallo, dalla forma e dimensioni della sorgente, dalla geometria sorgente-rivelatore.

Il metodo per valutare l'efficienza è sperimentale e consiste nella misura dei conteggi prodotti da una sorgente γ di attività nota. Mediante un *set* di sorgenti di diverse energie è possibile ricavare una curva di efficienza in funzione dell'energia (Fig. 3.27) partendo da risultati come quelli riportati in Tab. 3.6.

Tab. 3.6 - Efficienza totale e di fotopicco per differenti dimensioni di un rivelatore NaI(Tl) in presenza di una sorgente di 37 kBq (1 mCi) a 10 cm di distanza (dal catalogo Harshaw).

Dimensione del cristallo (pollici)	Efficienza totale (%)		Efficienza di fotopicco (%)		Conteggi del fotopicco (cpm)	
	0.5 MeV	2 MeV	0.5 MeV	2 MeV	0.5 MeV	2 MeV
1" x 1"	0.17	0.09	0.06	0.0007	1.3×10^3	1.5×10^2
2" x 2"	0.75	0.45	0.4	0.07	9.0×10^3	1.5×10^3
3" x 3"	2.0	1.3	1.2	0.30	2.6×10^4	6.6×10^3
5" x 5"	6.1	4.4	4.5	1.45	1.0×10^5	3.2×10^4
8" x 8"	15.0	12.5	12.6	6.40	2.8×10^5	1.4×10^5

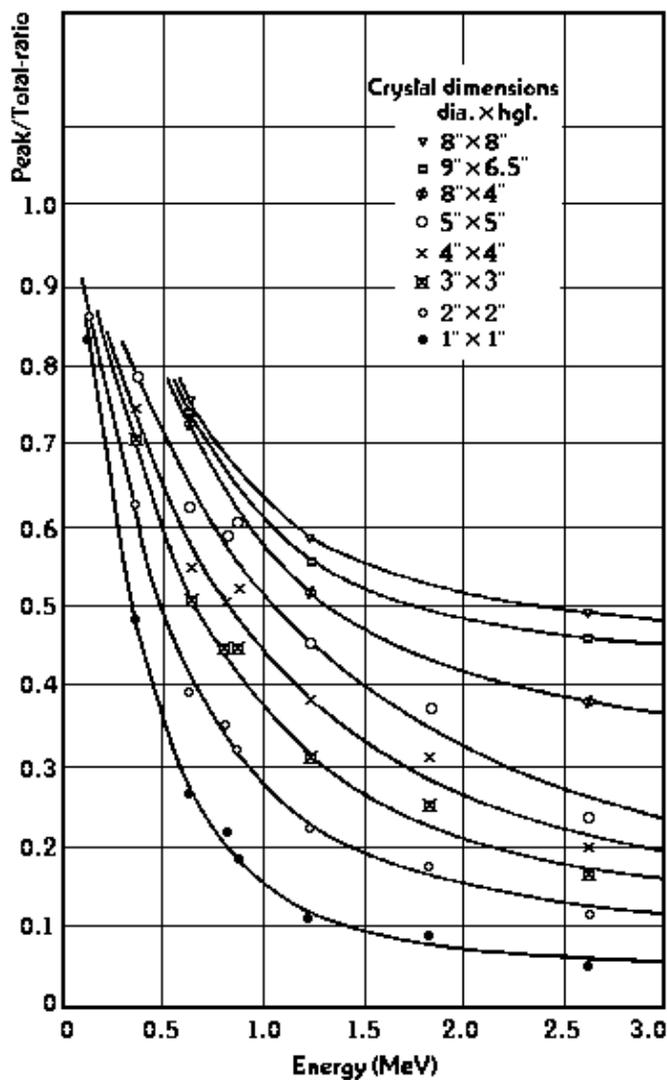


Fig. 3.27 - Rapporto picco su totale per cristalli cilindrici di NaI(Tl) di varie dimensioni posti a 10 cm dalla sorgente puntiforme (dal catalogo Harshaw)

APPENDICE 3A - Possibile procedura per un campionamento eseguito con rivelatori di NaI(Tl)

1-Taratura in energia con sorgenti di calibrazione: ^{60}Co , ^{137}Cs ed altre; se rientra nello spettro, usare il picco somma a 2.505 MeV per controllo.

2-Verifica dell'esistenza di eventuali piedistalli: $ch\ 0 = 0\ \text{Mev}$. Tenerli presente successivamente nella calibrazione in energia.

3-Misura sperimentale dell'efficienza ε , utilizzando le sorgenti in dotazione (punto 1): detti Att l'attività, $Abb\%$ l'abbondanza percentuale e CPS i conteggi al secondo sotto il picco, si ha

$$\varepsilon = \frac{CPS}{Att \cdot Abb\%}$$

Fare il grafico di ε Vs. E , se possibile.

Si ricordi che i conteggi integrali sotto il picco CP si ottengono dalla differenza fra lo spettro con sorgente e uno spettro di fondo, sommando i conteggi buoni su tutti i canali del picco (Fig. 3A.1).

4-Verificare che il tempo morto non ecceda il 10% (usare la soglia in energia) e, comunque, correggere.

5-Acquisizione spettro di fondo.

6-Verifica della taratura con le righe più definite del fondo.

7-Correzione del fondo con l'efficienza.

8-Correzione del fondo col tempo morto.

9-Acquisizione spettro campione.

10-Correzione spettro campione con efficienza (v. punto 3).

11-Correzione del campione col tempo morto.

12-Normalizzazione in tempo dei due spettri e sottrazione campione-fondo.

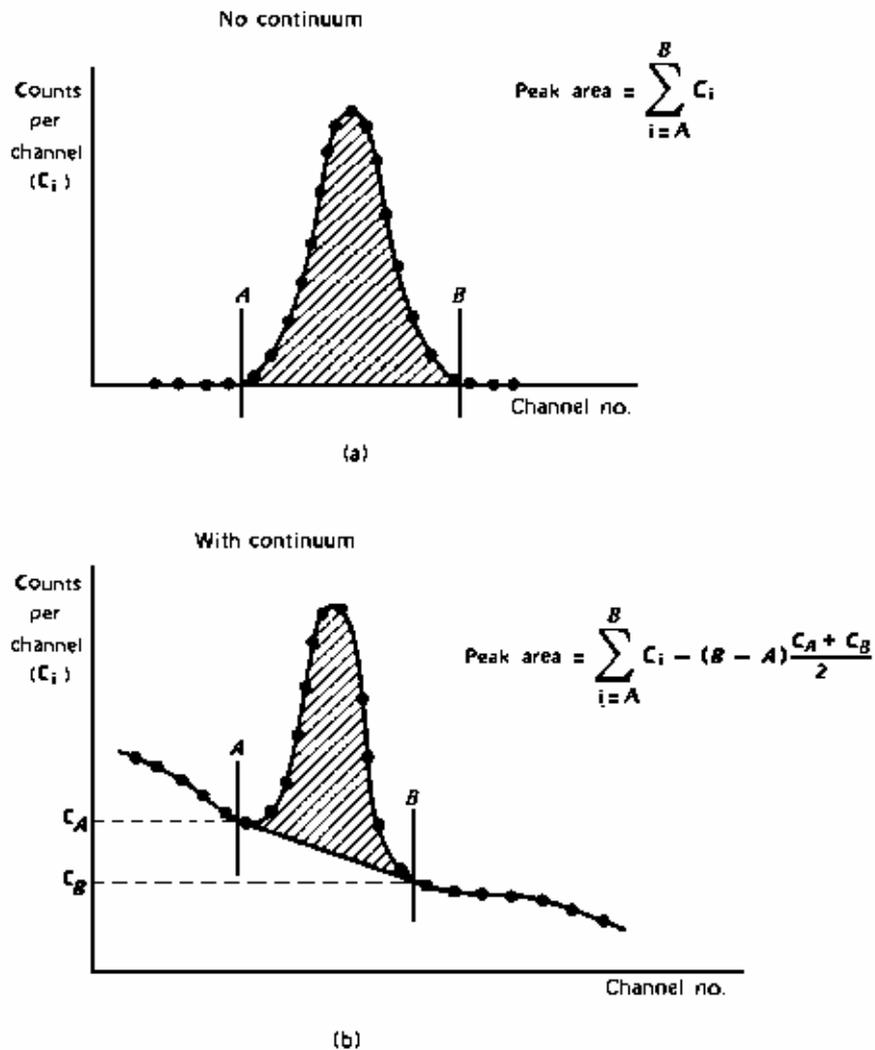
13-Correzione di angolo solido.

14-Correzione per l'autoassorbimento nel campione (se ritenuto necessario).

15-Correzioni per backscattering e cattiva geometria (se non è stato applicato il punto 3).

16-Identificazione degli eventuali picchi: radioisotopo, conteggi sul picco al secondo, attività specifica con l'errore.

Fig. 3A.1 - I conteggi integrali sotto il picco CP sono costituiti dalle aree tratteggiate in figura per due diversi casi: a) senza fondo; b) con fondo continuo.



APPENDICE 3B- Elementi caratteristici di uno spettro γ

	Denominazione	Origine	Energia del γ assorbita dal rivelatore	Energia del γ che esce dal rivelatore
1	Fotopicco	Processo fotoelettrico e processi di assorbimento totale	E	0
2	Spalla Compton	Processo Compton con diffusione a 180°	$E_C = \frac{2E^2}{m_e c^2 + 2E}$	$E' = \frac{Em_e c^2}{m_e c^2 + 2E}$
3	Distribuzione Compton	Continuo dovuto al Compton	da E_C a 0	da E' ad E
4	Distribuzione multipla Compton	Continuo dovuto al Compton multiplo	da E a 0	da 0 ad E
5	1° picco di fuga	Produzione di coppie con uscita di un fotone di annichilazione	$E - m_e c^2$	$m_e c^2$
6	2° picco di fuga	Produzione di coppie con uscita dei due fotoni di annichilazione	$E - 2m_e c^2$	$2m_e c^2$
7	Picco di fuga dello iodio	Fuga di un X caratteristico dello iodio (orbita K)	$E - E_X$	$E_X = 28 \text{ keV}$
8	Annichilazione di positroni	Annichilazione di un positrone	$m_e c^2$	0
9	Picco di retro diffusione	Compton esterno con retrodiffusione	$E' = \frac{Em_e c^2}{m_e c^2 + 2E}$	$E - E'$
10	Picco di somma in coincidenza	Assorbimento contemporaneo di due o più fotoni	$E(1) + E(2)$	0
11	Picchi degli X dello schermo	Emissione di X dall'orbita K del materiale di schermo	E_K	0

Un esempio di alcuni effetti riportati nella tabella è descritto in Fig. 3C.1 da uno spettro γ di una sorgente di ^{22}Na , acquisito mediante un rivelatore di NaI(Tl) di 3"x3"

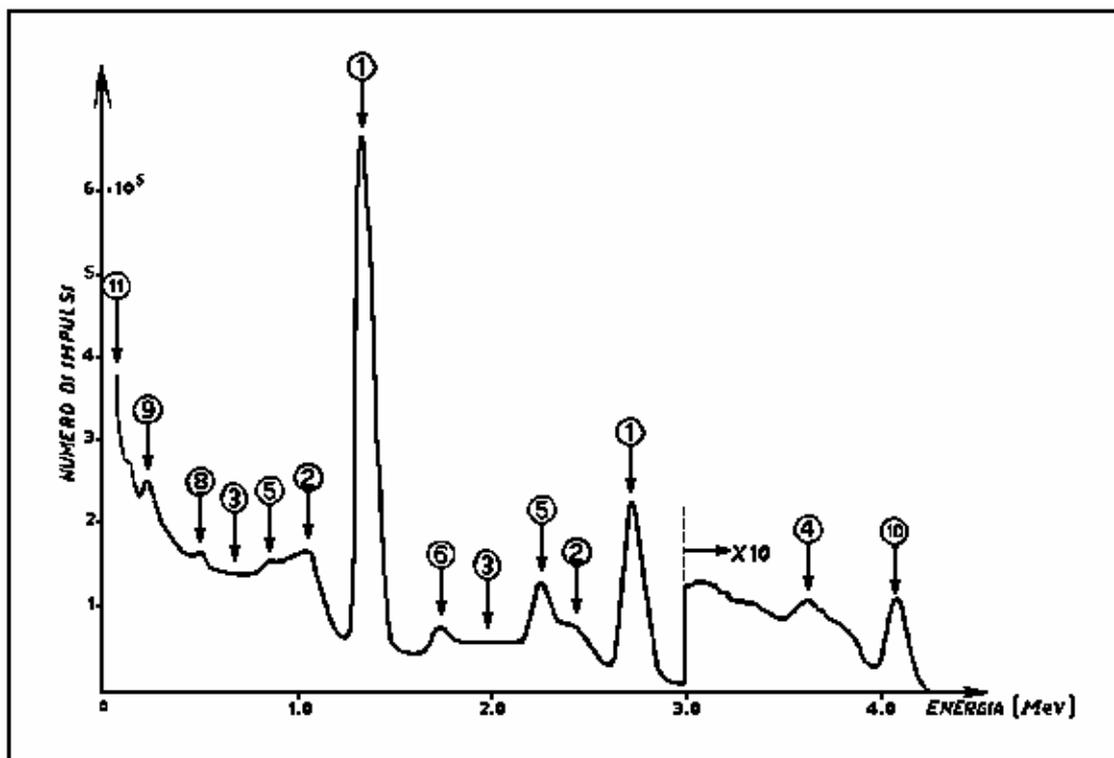


Fig. 3B.1-Spettro γ di una sorgente di ^{22}Na ($E_\gamma = 1.37$ e 2.75 MeV) acquisito con un cristallo di NaI(Tl) di $3'' \times 3''$. I numeri corrispondono alle denominazioni riportate in tabella.

Cap. 4 - I rivelatori a riempimento di gas

Introduzione	82
4.1 - Processi di ionizzazione nei gas	82
4.2 - Regimi di funzionamento	83
4.3 - Le camere a ionizzazione	86
4.4 - Misure di dose con le camere a ionizzazione	91
4.5 - Applicazioni delle camere a ionizzazione a corrente continua	93
4.6 - Contatori proporzionali	94
4.7 - Contatori Geiger-Müller portatili	97
4.8 - Funzionamento a impulsi	97
Tempo di risoluzione	102
Efficienza complessiva	102
Elettrometri	103

Introduzione

Numerosi rivelatori funzionano in base al processo di **ionizzazione** provocata dalla particella carica incidente nel gas di cui sono riempiti. I principali sono:

- 1 - **le camere a ionizzazione**;
- 2 - **i contatori proporzionali**;
- 3 - **i contatori di Geiger-Müller**.

Essi hanno forme e dimensioni molto varie, adattabili quindi a differenti impieghi. Sono di facile costruzione, semplici da usare e richiedono un equipaggiamento minimo. Molti gas possono essere utilizzati per il loro riempimento, perfino l'aria. Rappresentano, perciò, una categoria di rivelatori molto diffusa.

4.1 - **Processi di ionizzazione nei gas**

La radiazione, attraversando un volume di gas, produce coppie di ioni interagendo con gli elettroni orbitali delle molecole del gas. Tale processo, detto di ionizzazione, è provocato direttamente dalle particelle cariche (**elettroni**, **particelle α** , **particelle β** , frammenti di fissione, ecc.) e indirettamente da particelle neutre (**neutroni**, e **radiazione γ**) mediante eccitazione nucleare (**neutroni**) e processi fotoelettrici o Compton (**fotoni**). La successiva separazione e raccolta degli ioni prodotti viene operata mediante un opportuno campo elettrico.

Per spiegare i principi di funzionamento di questi rivelatori si può ricorrere ad una rappresentazione schematica, come in **Fig. 4.1**. Due piastre *A* e *B* (o più generalmente due elettrodi), mantenute ad una differenza di potenziale da un opportuno campo elettrico, sono immerse in un gas. Una particella carica, che attraversa il gas, lo **ionizza**, creando ioni di segno opposto. Questi, sotto l'azione del campo elettrico esistente tra *A* e *B*, si spostano verso l'elettrodo di segno opposto (elettrodo collettore).

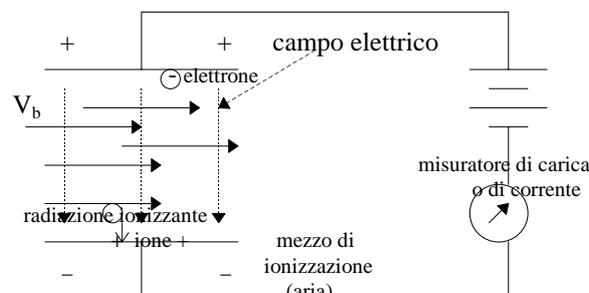


Fig. 4.1 - Schema di funzionamento di un rivelatore a riempimento di gas.

Poiché gli ioni positivi sono in genere molto più pesanti di quelli negativi, normalmente elettroni, in prima approssimazione si può parlare di collezione di soli elettroni. La collezione degli ioni negativi sulla piastra positiva (anodo) genera un passaggio di corrente attraverso la resistenza R . Di conseguenza si crea ai capi di R una differenza di potenziale, funzione del numero di ioni formati dal passaggio della particella nel gas.

Per le particelle cariche pesanti, per esempio α , la traccia è molto rettilinea e la densità delle coppie di ioni lungo la traccia piuttosto elevata. La ionizzazione specifica di un α può superare le 10^4 coppie di ioni per centimetro. Le traiettorie degli elettroni, invece, sono molto spezzate, non solo per l'elevato numero di diffusioni che subiscono, ma anche perché la loro ionizzazione specifica è molto bassa: circa 100 coppie/cm.

4.2 - Regimi di funzionamento

Vediamo ora quali intervalli di differenza di potenziale applicare tra gli elettrodi A e B affinché il rivelatore funzioni rispettivamente come [camera a ionizzazione](#), [contatore proporzionale](#) e [contatore Geiger-Müller](#).

A seconda della differenza di potenziale applicata, il numero N di elettroni, raccolti sulla piastra positiva in seguito al passaggio di una particella, varia come il grafico di [Fig. 4.2](#). La parte della curva a tra 0 e V_1 corrisponde alla raccolta di un numero n di ioni minore del numero di ioni formati nel gas. Se applichiamo alle piastre una differenza di potenziale compresa tra V_1 e V_2 si raccoglie un numero n di elettroni pari al numero di ioni formati; si è, quindi, in saturazione. Se la differenza di potenziale tra gli elettrodi cresce (zona tra V_2 e V_3), gli ioni formati sono in grado di generare altri ioni per urto a causa del forte campo elettrico a cui sono soggetti.

A causa di questa moltiplicazione ionica, si deposita sull'elettrodo positivo un numero n di elettroni maggiore del numero di ioni generati inizialmente dal passaggio della particella. Per differenze di potenziale superiori a V_3 si arriva in una nuova zona, in cui il numero di elettroni depositati sull'anodo è sempre maggiore del numero di ioni formati dalla particella, ma resta praticamente costante al variare della differenza di potenziale applicata. La caratteristica saliente di questa zona è che questo numero finale di elettroni non dipende dal numero di ioni originariamente prodotti.

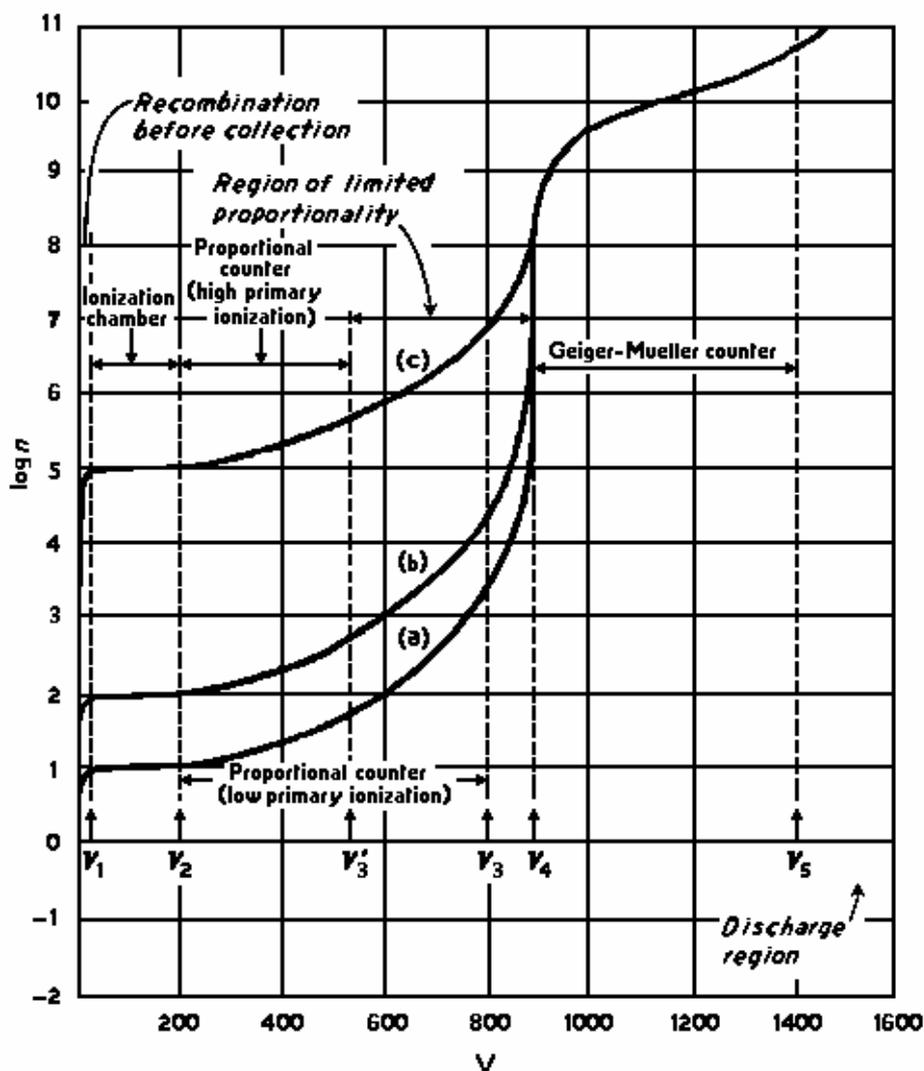


Fig. 4.2 - Regimi di funzionamento di un rivelatore a riempimento di gas.

Ciò è osservabile in Fig. 4.2, nella quale le due curve (a) e (b) corrispondono a due ionizzazioni iniziali diverse, ossia ad esempio al passaggio di due particelle di uguale carica ma di energia differente. Per comodità di rappresentazione, nella figura è stato riportato in ordinata il logaritmo del numero n di ioni raccolti (in pratica, l'ampiezza dell'impulso ottenuto) al variare della differenza di potenziale tra A e B .

Regione di ricombinazione

La prima regione è detta di ricombinazione perché il basso voltaggio applicato permette la ricombinazione delle coppie di ioni.

Regione di saturazione

Al crescere della tensione, la velocità di deriva aumenta e in corrispondenza diminuisce la possibilità di ricombinazione. In aggiunta, gli elettroni sono

accelerati più che gli ioni positivi. Il numero di ioni raccolti aumenta con la tensione finché ulteriori aumenti di tensione non provocano più alcun incremento nel numero di ioni raccolti.

La camera a ionizzazione lavora in questa prima zona di saturazione, cioè per differenze di potenziale applicate ai suoi elettrodi comprese tra V_1 e V_2 . In tal modo nella camera a ionizzazione vengono raccolti all'anodo tutti e solo gli elettroni formati dal passaggio della particella carica. E' da notare che, poiché la carica di ogni singolo ione è $e = 1.6 \cdot 10^{-19}$ coulomb, la corrente prodotta dalla ionizzazione primaria è molto piccola.

Regione di proporzionalità

Il contatore proporzionale lavora in una zona di differenze di potenziale tale che, pur intervenendo processi di moltiplicazione ionica, il numero finale di ioni è proporzionale a quello inizialmente prodotto. In questa situazione l'elettrone primario prodotto si muove con una velocità di deriva fra 10^5 e 10^7 cm/s ed è a sua volta in grado di produrre ionizzazione secondaria. Ha luogo un fenomeno a valanga (valanga di Townsend) e il numero di cariche raccolte aumenta di alcuni ordini di grandezza rispetto agli eventi iniziali (un fattore di moltiplicazione di 10^4 o maggiore è tipico). Ciò è mostrato in [Fig. 4.2](#), dove le curve (a) e (b) forniscono per n (numero di ioni raccolti) due valori che sono tra loro, nell'intervallo di lavoro del contatore proporzionale, in un rapporto circa due, come le ionizzazioni primarie. La banda di lavoro di un contatore proporzionale è più o meno ampia a seconda della ionizzazione primaria. Questo è indicato in [Fig. 4.2](#), nella quale la curva (c), corrispondente a una ionizzazione primaria più elevata che le curve (a) e (b), presenta una zona di lavoro V_3-V_2 minore che nel caso (a) e (b).

Regione di scarica

La zona di lavoro del contatore Geiger-Müller, infine, è la zona della scarica, in cui la risposta è sempre la medesima qualunque sia la ionizzazione primaria. In questa regione ciascun evento primario innesca una valanga di ioni secondari, che si estende all'intero volume del contatore, cosicché si può misurare solo il numero di eventi, ma non l'energia trasferita. Il numero di coppie prodotte è molto elevato: tipicamente raggiunge i 10^9 elettroni nell'intero volume del rivelatore. Al fenomeno della valanga di Townsend si aggiunge l'eccitazione di atomi neutri che, diseccitandosi, emettono fotoni nella regione dell'ultravioletto. Questa radiazione è in grado di provocare l'emissione di fotoelettroni dal catodo; questi, a loro volta, innescano valanghe secondarie notevolmente ritardate rispetto alla scarica iniziale. Ciò implica un notevole [tempo morto \(attacca a RIV1B, 1.6\)](#) per il rivelatore, circa 200 μ s, durante il quale esso non risponde a nuove particelle ionizzanti. Per ridurre gli effetti di tempo morto prodotti

dall'eccessivo allargamento delle valanghe secondarie, si usa introdurre nel gas delle impurità elettronegative, le quali tendono ad assorbire alcuni elettroni (*quenching*, cioè spegnimento), sottraendoli ad ulteriori ionizzazioni.

Il segnale prodotto da un Geiger-Müller risulta essere un singolo impulso di ampiezza costante dell'ordine dei volt, indipendentemente dall'energia della radiazione ionizzante. Un'altra caratteristica di tali contatori è la presenza di una tensione di soglia e di una zona di lavoro detta *pianerottolo (plateau)*, in cui il numero di conteggi resta costante al variare della tensione (Fig. 4.3). L'estensione del *pianerottolo* e la sua pendenza sono gli elementi di giudizio per la bontà di un rivelatore Geiger-Müller: 200 V di *plateau* con una pendenza del 5÷6% sono considerati ragionevoli.

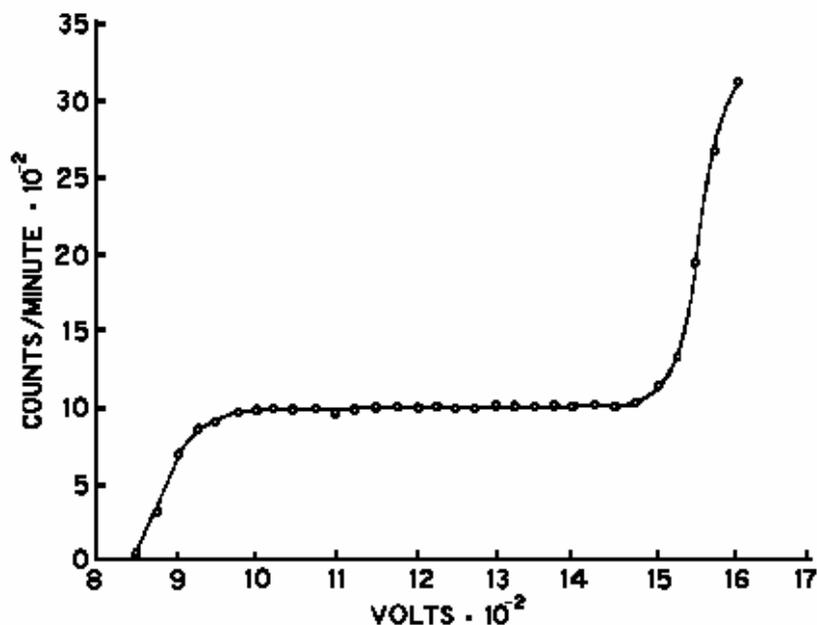


Fig. 4.3 - Curva di conteggi col caratteristico pianerottolo (*plateau*) per un rivelatore Geiger.

4.3 - Le camere a ionizzazione

Le camere a ionizzazione si suddividono in passive e attive. Sono dette *passive* quelle che, messe in posizione, devono poi essere rimosse per ottenere la misura: esse misurano, quindi, la esposizione totale alla quale sono state sottoposte in un dato intervallo di tempo e devono essere collegate a uno

strumento in grado di integrare la quantità di radiazione che le ha attraversate. Sono invece dette **attive** le camere che, connesse con un opportuno circuito elettronico, permettono di leggere l'esposizione a cui sono sottoposte in ogni istante.

Camere a ionizzazione passive.

L'elettroscopio di Lauritsen (Fig. 4.4) è il tipico esempio di questa categoria di rivelatori e il prototipo di alcuni rivelatori portatili di largo uso. In esso due fibre metallizzate di quarzo, una mobile e l'altra fissa, sono montate su un supporto centrale e rappresentano l'elemento sensibile del rivelatore. Esse sono isolate dall'involucro e, caricate a circa 200 V, si respingono. Mediante un dispositivo ottico è visibile la fibra mobile su una scala graduata, lungo la quale si sposta quando il gas contenuto nell'involucro, ionizzato dalla radiazione che lo attraversa, riduce la forza repulsiva fra le due fibre.

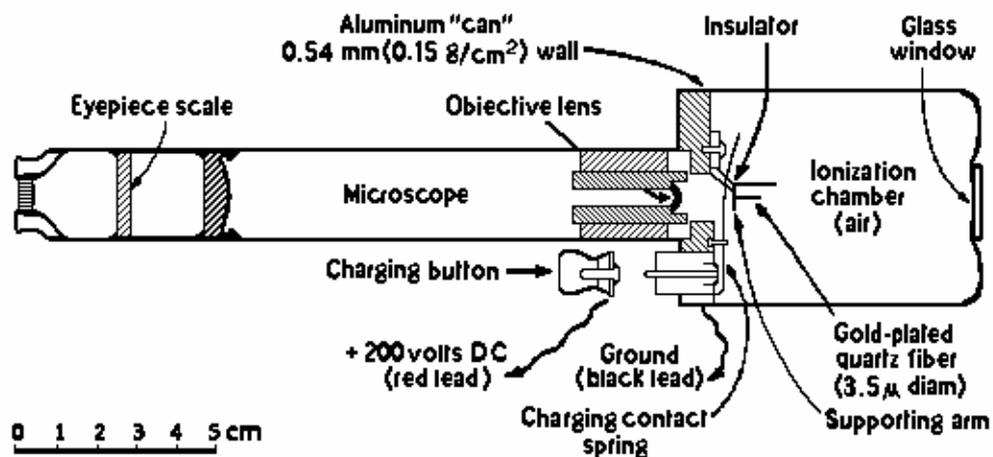


Fig. 4.4 - Elettroscopio di Lauritsen.

Lo stesso principio è adottato nelle penne dosimetriche, piccole camere a ionizzazione da taschino, con dispositivo di lettura incorporato (Fig. 4.5a). Tipicamente la scala di lettura arriva a 200 mR, ma può superare i 50 R.

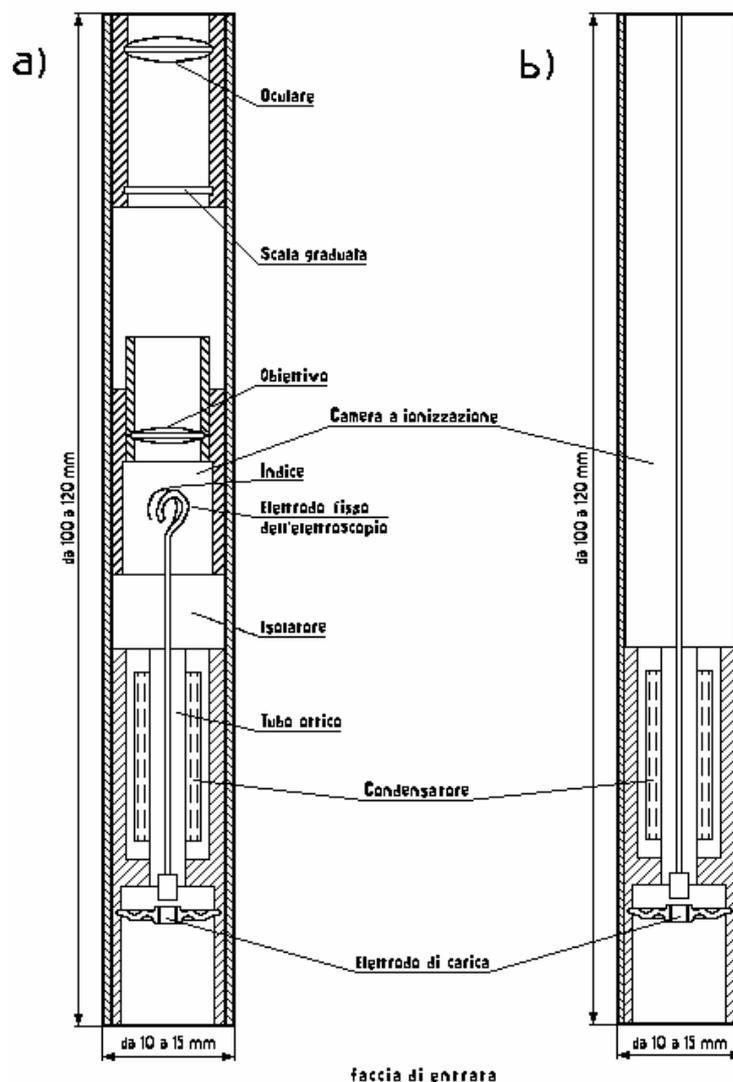


Fig. 4.5 - Penne dosimetriche (le dimensioni sono espresse in mm).

Entrambi i rivelatori devono essere caricati prima dell'esposizione mediante un opportuno dispositivo e, in ogni caso, quando arrivano al fondo scala.

Camere a ionizzazione attive.

Queste camere lavorano in corrente, cioè gli elettroni raccolti all'anodo generano una corrente che, amplificata da un **elettrometro**, viene letta da un microamperometro. Esse operano in **regime di saturazione** e quindi il numero di ioni raccolti è uguale al numero di ioni prodotti dal passaggio della radiazione

La più semplice ed usata è la camera a ionizzazione ad aria libera, costituita da due piatti paralleli, fra i quali passa il fascio collimato di fotoni (Fig. 4.7). Esso interagisce col volume d'aria compreso fra gli elettrodi collettori e il collimatore d'ingresso. Un elettrodo di guardia e dei fili concorrono a mantenere

costante il campo elettrico fra gli elettrodi. L'involucro esterno è di un materiale tipo piombo.

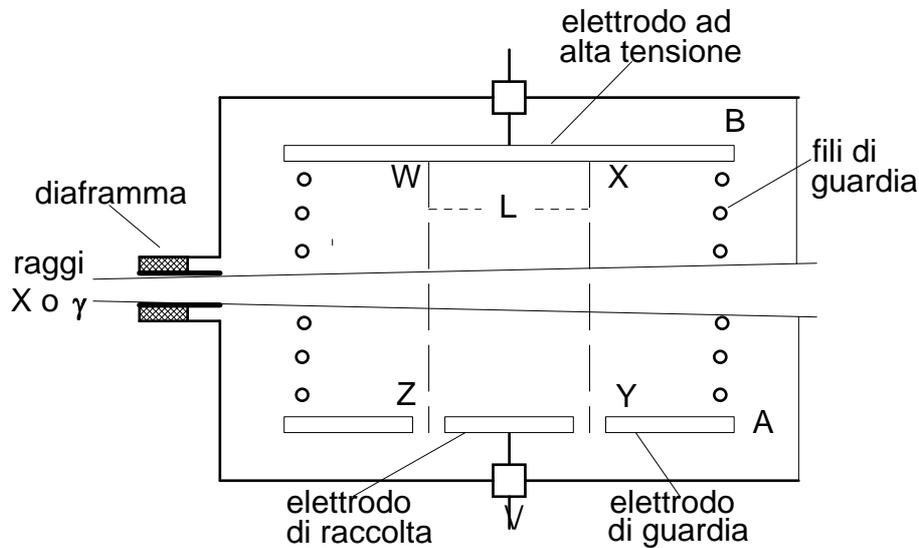


Fig. 4.7 - Camera a ionizzazione ad aria libera. Le linee tratteggiate delimitano il volume di raccolta di lunghezza L .

A - Isolamento e anello di guardia.

Particolare importanza riveste il problema dell'isolamento. Poiché le tipiche correnti di ionizzazione nella maggior parte delle applicazioni sono estremamente piccole (dell'ordine di 10^{-12} A o meno), le correnti di perdita attraverso gli isolatori devono essere ancora più piccole per non aggiungere un contributo al segnale. Per mantenere tale contributo sotto l'1% di una corrente di ionizzazione di 10^{-12} A per una tensione di 100 V, la resistenza di isolamento deve essere maggiore di 10^{16} Ω . Inoltre, per evitare correnti di perdita sulla superficie del materiale isolante, questo deve essere assolutamente privo di impurezze, che possono presentare una minore resistenza elettrica. Nel caso della misura di piccole correnti, spesso si ricorre all'uso di un **anello di guardia**.

Lo schema di Fig. 4.8 evidenzia l'uso dell'anello di guardia: l'isolatore è diviso in due parti, fra le quali è inserito l'anello di guardia, e le correnti disperse sono così fermate e non danno contributi significativi al segnale.

I materiali normalmente usati sono plastici sintetici ad alta resistività, le cui superfici devono essere perfettamente pulite e prive di difetti. Materiali inorganici come le ceramiche sono più resistenti ai danni indotti dalle radiazioni e vengono preferiti nelle applicazioni a più alti ratei di esposizione.

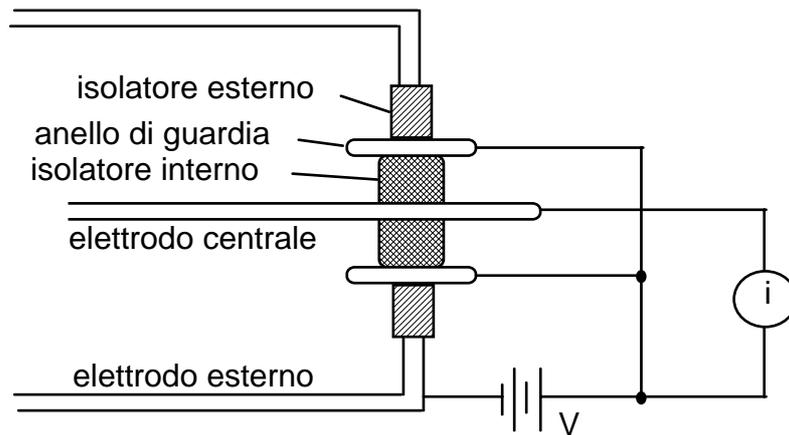


Fig. 4.8 - Sezione dello schema di montaggio dell'anello di guardia.

B - Misura della corrente ionica.

L'intensità della corrente ionica è solitamente molto bassa, per cui si rende necessario amplificarla per poterla leggere. In corrente continua un **elettrometro** ne permette indirettamente la lettura (Fig. 4.9) misurando la caduta di tensione attraverso una resistenza R molto elevata (valori tipici fra 10^9 e $10^{12} \Omega$). Questa tensione può essere applicata direttamente alla griglia di un tubo elettrometrico selezionato a basso disturbo e piccola corrente di griglia ($\sim 10^{-15}$ A, resistenza d'ingresso $10^{15} \div 10^{16} \Omega$). La tensione amplificata è utilizzata come base per la lettura del segnale. In questa configurazione, piccole derive o lievi modifiche delle caratteristiche comportano cambiamenti della lettura per cui si rende necessaria una frequente taratura con la verifica dello zero della scala.

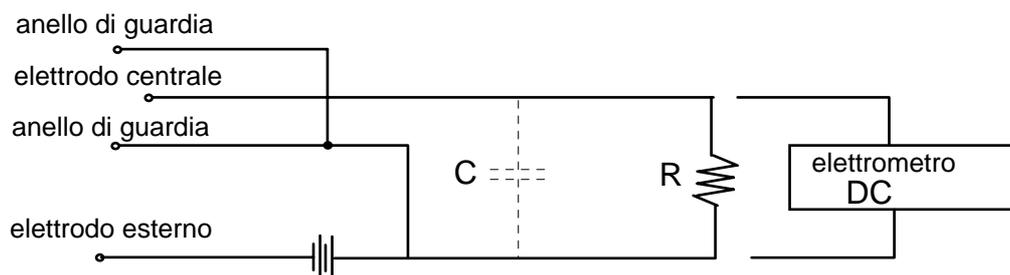


Fig. 4.9 - Metodo di misura di una piccola corrente di ionizzazione mediante una resistenza in serie R ed un elettrometro per la lettura di V_R .

4.4 - Misure di dose con le camere a ionizzazione

A - Esposizione γ .

Si è già visto che la più semplice camera a ionizzazione è quella ad aria. E' bene ricordare anche che nel S.I. l'unità di esposizione è definita come la quantità di radiazione necessaria a creare una carica di ionizzazione di 1 C per kg di aria secca a condizioni normali. Tuttavia è anche chiaro che occorre un volume notevole di aria per fermare tutti gli elettroni prodotti, per esempio, da radiazione γ anche di media energia. In tal caso si ricorre al principio di compensazione.

Il metodo consiste nel limitare il volume sensibile del gas e avvolgerlo da una zona infinita di gas equivalente: in tal modo tutte le cariche di ionizzazione create fuori dal volume di test dagli elettroni secondari formati entro il volume stesso sono esattamente sostituite da quelle generate nel volume sensibile dagli elettroni secondari provenienti dall'aria circostante.

In Fig. 4.12 è riportato lo schema di una cosiddetta camera a ionizzazione ad aria libera, basata sul metodo della compensazione. Gli elettrodi di guardia sono collegati a massa in modo da rendere insensibile i due estremi della camera e il fascio è collimato in modo che solo il volume centrale risulta attivo. La compensazione avviene solo nella dimensione orizzontale in quanto il fascio non viene apprezzabilmente ridotto nell'attraversamento della camera. Questo tipo di camere è largamente usato per fasci γ di energia fino a 100 keV.

Per energie più elevate (fino a qualche centinaio di keV) il volume sensibile di aria viene circondato con un materiale solido, le cui caratteristiche siano il più possibile simili a quelle dell'aria, o con uno strato di qualche centimetro di aria compressa.

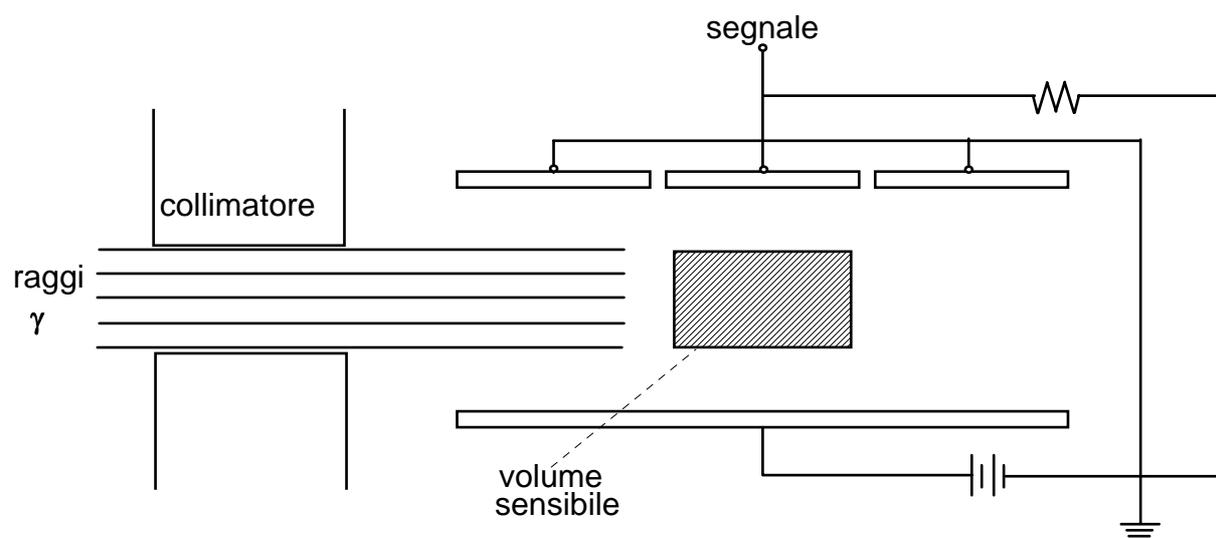


Fig. 4.12 - Camera a ionizzazione ad aria con compensazione lungo la direzione del fascio incidente.

Per una camera ad aria-equivalente, il rateo di esposizione R in C/kg·s è dato dal rapporto fra la corrente di saturazione I_s [in A] e la massa M [in kg] contenuta nel volume attivo

$$4.11) \quad R = \frac{I_s}{M}$$

dove la massa a condizioni normali è data da

$$4.12) \quad M = 1.293 \cdot 10^{-6} \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} V \frac{PT_0}{P_0 T}$$

in cui: V = volume della camera (in m^3);
 P = pressione dell'aria nella camera;
 P_0 = pressione normale (760 mm di Hg o $1.013 \cdot 10^5$ Pa);
 T = temperatura dell'aria entro la camera;
 T_0 = temperatura normale (273.15°K).

Nei monitoraggi abituali sono tipici ratei di esposizione dell'ordine di 10^{-3} roentgen/ora ($7.167 \cdot 10^{-11}$ C/kg·s) che, per una camera di 1000 cm^3 alle condizioni normali di pressione e temperatura fornite dalle 4.11) e 4.12), forniscono una corrente di saturazione di $9.27 \cdot 10^{-14}$ A. Una corrente così debole è misurabile soltanto con una camera di elevate prestazioni e con un elettrometro molto sensibile.

B-Dose assorbita.

Le camere a ionizzazione possono essere utilizzate anche per la misura della dose (energia assorbita per unità di massa) in un dato materiale in base al principio di Bragg-Gray, secondo il quale la dose assorbita D_m può essere dedotta dalla ionizzazione prodotta in una piccola cavità piena di gas entro il materiale stesso in base alla formula

$$4.13) \quad D_m = W \cdot S_m \cdot P$$

dove: W = perdita media di energia per coppia ionica formata;
 S_m = potere frenante relativo (perdita di energia per unità di densità) del materiale rispetto a quello del gas;
 P = numero di coppie di ioni per unità di massa del gas.

Per ottenere la dose D_m in gray (J/kg), W deve essere espresso in J/coppia e P in coppie/kg. Affinché la 4.13) fornisca una buona approssimazione per diversi

tipi di radiazione, è necessario che la geometria del sistema ottemperi alle seguenti condizioni:

1. la cavità deve essere piccola rispetto al percorso delle particelle cariche primarie e secondarie in modo da non perturbare il flusso delle particelle;
2. nel caso di raggi γ , il mezzo solido deve essere grande rispetto al percorso degli elettroni secondari in modo che l'equilibrio elettronico si ristabilisca all'interno della cavità.

Per una camera a ionizzazione il mezzo solido è dato dal materiale di contenimento e la cavità è il volume pieno di gas. Se il gas è aria e il materiale è aria-equivalente, il fattore S_m della 4.13) è uguale a uno. Poiché la dose assorbita nei tessuti biologici è di particolare interesse in radioprotezione, le camere a ionizzazione tessuto-equivalenti hanno una larga applicazione.

Nel caso della misura di radiazioni di energia molto bassa il problema tecnico di costruire cavità piccole rispetto al percorso degli elettroni secondari è superato mediante le **camere ad estrapolazione**. Queste sono costituite da una coppia di elettrodi a spaziatura variabile: le misure sono effettuate riducendo di volta in volta lo spazio fra gli elettrodi ed estrapolando infine il risultato a spazio zero. Il principio di Bragg-Gray resta valido e la dose assorbita può essere ricavata dalla corrente ionica estrapolata.

4.5 - Applicazioni delle camere a ionizzazione a corrente continua

A - Strumenti per il controllo delle radiazioni.

Camere a ionizzazione portatili sono normalmente usate per il controllo della radiazione ambientale. Sono costituite da un volume d'aria di alcune centinaia di cm^3 , la cui corrente di saturazione è misurata mediante un elettrometro alimentato da una batteria. Le pareti del contenitore sono di alluminio o plastica, approssimativamente aria-equivalenti. Questi strumenti permettono misure dell'esposizione da γ sufficientemente accurate ad energie abbastanza alte da escludere attenuazioni significative attraverso le pareti o la finestra di entrata. La curva di calibrazione per due di questi strumenti mostra la caduta di sensibilità al di sotto di 50÷100 keV a causa della suddetta attenuazione.

Altri tipi di camere utilizzate per misure di dose sono basate sul principio dell'integrazione di carica, visto in precedenza (par. 4.4). La camera, inizialmente carica, è posta in un campo di radiazioni ed alla fine viene misurata la caduta di tensione, che fornisce la carica totale di ionizzazione, integrata nell'intervallo di tempo. Lo stesso principio è utilizzato nelle penne dosimetriche (par. 4.4).

Se usati nel giusto intervallo di energia, questi rivelatori consentono misure con una precisione di qualche percento.

B - Calibrazione di sorgenti radioattive.

Quando le camere operano in regime di saturazione, la corrente ionica dipende solo dalla geometria della sorgente e del rivelatore stesso e può rimanere costante per un lungo periodo di tempo. Di conseguenza è possibile calibrare un emettitore γ sconosciuto comparando la sua corrente di ionizzazione con quella nota di una sorgente standard nelle medesime condizioni di geometria. Le caratteristiche operative possono rimanere stabili entro $\pm 0.1\%$ per alcuni anni, evitando così il fastidio di frequenti ricalibrizioni.

C - Misura della radioattività dei gas.

La corrente di ionizzazione fornita da un gas radioattivo posto entro la camera è data da

$$4.14) \quad I = \frac{E_m \alpha e}{W}$$

dove: I = corrente di ionizzazione (in A);

E_m = energia media depositata nel gas per disintegrazione (in eV);

α = attività totale (in Bq);

e = carica dell'elettrone (in C);

W = perdita media di energia per coppia ionica formata (in eV).

La quantità E_m è facile da valutare solo per piccolissime energie della radiazione, che possono essere completamente assorbite entro il gas della camera. Per esempio, i β molli emessi dal decadimento del trizio possiedono un'energia media di 5.65 keV e per E_m può essere assunto questo valore se le camere sono sufficientemente grandi rispetto al corrispondente range dei β nel gas. In tal caso la 4.14) prevede una sensibilità di circa 1 pA/ μ Ci, ovvero $2.7 \cdot 10^{17}$ A/Bq. In caso contrario è necessario ricorrere a procedimenti più complicati.

Una comune applicazione è data dal monitoraggio in continua di aria, che contenga tracce di gas radioattivo.

4.6 - Contatori proporzionali

I contatori proporzionali si dividono in due categorie: **a flusso di gas e sigillati**.

Per i rivelatori proporzionali, che lavorano nella **regione di proporzionalità**, assume particolare rilievo il fattore di moltiplicazione M , definito come numero di cariche secondarie prodotte nel gas quando la valanga è innescata da un singolo elettrone generato fuori dalla regione di moltiplicazione del gas.

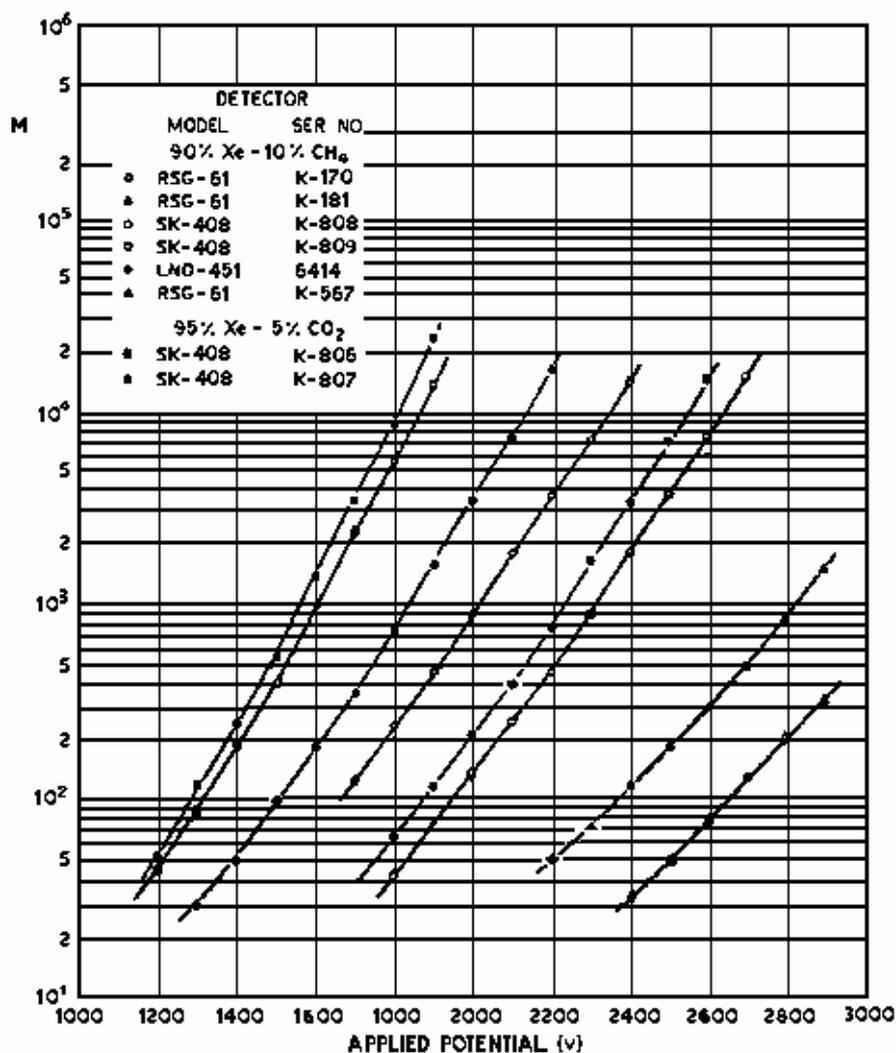


Fig. 4.13 - Variazione del fattore di moltiplicazione M con la tensione applicata per i due gas indicati e per varie geometrie.

Il fattore di moltiplicazione dipende dalla tensione di lavoro del gas, come si vede in Fig. 4.13, e la carica totale Q generata da n_0 coppie ioniche iniziali risulta essere

$$4.15) \quad Q = n_0 \cdot e \cdot M$$

Fattori di moltiplicazione dell'ordine di 10^5 consentono la rivelazione diretta degli impulsi risultanti, la cui distribuzione d'ampiezza può fornire informazioni sui meccanismi di moltiplicazione nei gas.

A-Rivelatori flussati.

La camera è cilindrica o anche semisferica e l'anodo è normalmente un sottile anello di filo metallico ($0.003'' = 0.0076$ cm di diametro) appeso al centro del

rivelatore. Una sottile finestra di *mylar* alluminato permette l'ingresso della radiazione nel volume sensibile. Il gas (tipicamente una miscela al 10% di metano e 90% di argon detta P-10) fluisce costantemente attraverso il rivelatore a bassa velocità per non creare disomogeneità.

Per questi rivelatori, la curva dei conteggi in funzione della tensione di alimentazione mostra degli apparenti *plateaux* ben separati, ottenuti da diversi tipi di particelle con differenti ionizzazioni primarie, come α e β prodotte da una sorgente mista.

B-Contatori proporzionali sigillati.

Nei dispositivi flussati il gas circola costantemente attraverso il volume del rivelatore a bassa velocità. Questi rivelatori sono praticamente eterni, poiché il gas è rimpiazzato continuamente e le molecole degradate dai processi di ionizzazione sono rimosse. I dispositivi sigillati, invece, hanno una durata limitata, in quanto nel gas si accumulano le impurità dovute alla corrosione del materiale di contenimento sotto l'azione della radiazione.

Questi sono usati principalmente per la rivelazione dei neutroni termici. Nel contatore viene posto del materiale con alta *sezione d'urto per neutroni* come il boro ^{10}B . La reazione $^{10}_5\text{B}(n,\alpha)^7_3\text{Li}$ presenta un'elevata sezione d'urto per neutroni termici (~ 3800 barn) ed una semplice dipendenza dall'energia fino a circa 30 keV. E' una reazione esotermica e l'energia rilasciata sopra i 2.78 MeV è distribuita tra le particelle α ed i nuclei di rinculo del litio. Si forma inoltre uno stato eccitato del ^7Li da cui viene emesso un γ di 0.48 MeV; in questo caso l'energia distribuita è 2.30 MeV. Questa ultima reazione è la più probabile.

Molti contatori proporzionali sono stati progettati ed usati per misure specifiche. Fra questi la camera *LET* di Rossi, costituita da una sfera di materiale tessuto-equivalente, che presenta un filo metallico elicoidale attorno all'elettrodo centrale per definire la zona del campo elettrico. Lo scopo è di simulare piccoli volumi di tessuto variando la pressione di flusso del gas tessuto-equivalente e, quindi, misurare l'ampiezza degli impulsi ottenuti e ricavare il *LET*. Questo tipo di rivelatore, le cui dimensioni sono superiori a circa 5 cm, si trova in commercio ma non è di uso diffuso.

4.7 - Contatori Geiger-Müller portatili

I rivelatori Geiger-Müller, sebbene simili per funzionamento ai proporzionali ed alle camere a ionizzazione, differiscono profondamente da essi come risposta, in quanto forniscono segnali di ampiezza costante, indipendentemente dal numero di ionizzazioni prodotte dalla particella ionizzante, in quanto lavorano in **regime di scarica**. Non permettono, quindi, la discriminazione d'ampiezza e sono utilizzati nella ricerca, nell'industria e in medicina per rivelare la presenza di radiazioni più che per misure di attività, di dose assorbita e simili.

Portatili, normalmente sono di forma cilindrica, di lunghezza variabile da 2.5 a 100 cm e di diametro da 0.32 a 5.4 cm., costruiti in acciaio o alluminio, per lo più forniti di una sottile finestra di mica ($0.5 \div 0.85 \text{ mg/cm}^2$). Il gas di flussaggio è comunemente il neon, con aggiunta di alogeni per lo spegnimento, ma sono usati anche altri gas come l'argon, il cripton e l'elio mescolati a gas organici.

L'uso principale dei Geiger-Müller è nel controllo delle radiazioni, in quanto forniscono una risposta rapida e affidabile sulla loro presenza, potendo essere usati per la rivelazione di α , β e γ . Un tipico rivelatore portatile β - γ con gas alogeno ha il contenitore d'acciaio di 30 mg/cm^2 di spessore, 3.5 cm di diametro e 15.2 cm di lunghezza. La sua tensione di lavoro è di 900 V, con un **plateau** di almeno 100 V, una pendenza minore di 0.1% per volt e tempo morto di circa 100 μs . Un analogo tubo con una sottile finestra finale di mica ($1.4 \div 2.0 \text{ mg/cm}^2$) è utilizzabile per misure di contaminazione β o γ di bassa energia. In ogni caso il massimo numero di conteggi è circa 50000 c/minuto.

4.8 - Funzionamento a impulsi

Il circuito di Fig. 4.18 mostra le caratteristiche elettriche di un generico contatore a riempimento di gas. In esso la capacità C e la resistenza R includono anche quelle del rivelatore. Quando la radiazione attraversa il gas ionizzandolo, la relazione che si stabilisce tra la corrente di ionizzazione i e la tensione V è data da

$$4.18) \quad RC \frac{dV}{dt} + V = Ri$$

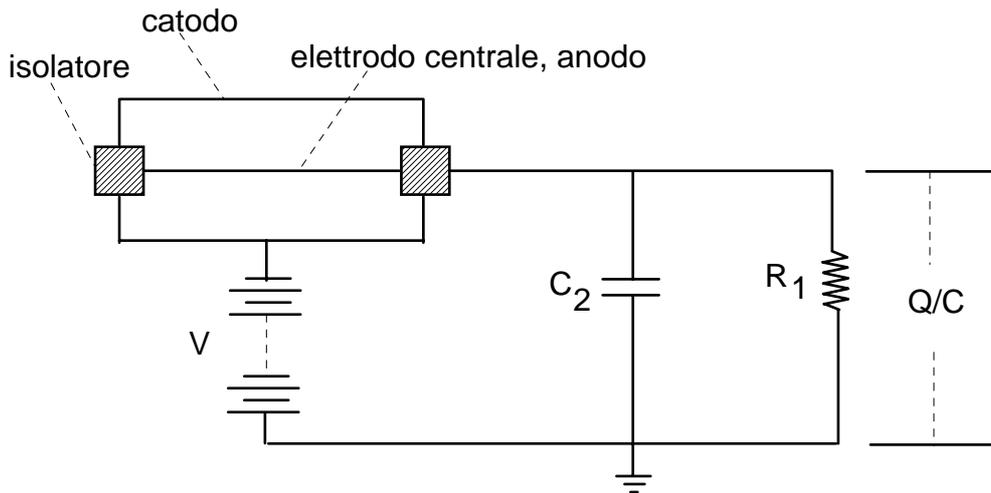


Fig. 4.18 - Schema di funzionamento elettrico di un rivelatore a riempimento di gas.

Se la corrente di ionizzazione varia da i_1 a i_2 , la dipendenza temporale di V è

$$4.19) \quad V = Ri_2 + R(i_1 - i_2)e^{-\frac{t}{RC}}$$

dove la quantità RC in esponente è la costante di tempo τ del circuito. Quando la costante di tempo del rivelatore è più grande del tempo di raccolta degli ioni prodotti, l'impulso di tensione ottenuto corrisponde alla curva a della Fig. 4.19 (nella quale $R \cdot i_1$ è assunto uguale a zero) e la sua ampiezza è data da

$$4.20) \quad V' = \frac{Q}{C}$$

dove Q è la carica totale raccolta e C la capacità del circuito.

Impulsi successivi come quelli della curva (a) sono difficili da separare tra loro. Normalmente la costante di tempo del circuito è minore del tempo richiesto per la raccolta di tutti gli ioni e in questo caso la forma dell'impulso in uscita è simile alle curve (b) e (c) di Fig. 4.19. Questi impulsi sono più stretti e quindi più facili da separare e da contare.

Camere a ionizzazione

Quando il tempo di raccolta del circuito connesso alla camera è molto elevato, cioè quando $RC \gg t^+$, tempo necessario agli ioni positivi per raggiungere il catodo, la massima ampiezza dell'impulso è data da

$$4.21) \quad V_{\max} = \frac{n_0 e}{C}$$

dove: n_0 = numero di coppie ioniche iniziali;
 C = capacità totale del rivelatore e del circuito.

In queste condizioni, l'ampiezza dell'impulso è direttamente proporzionale al numero iniziale di coppie, che hanno contribuito alla sua formazione.

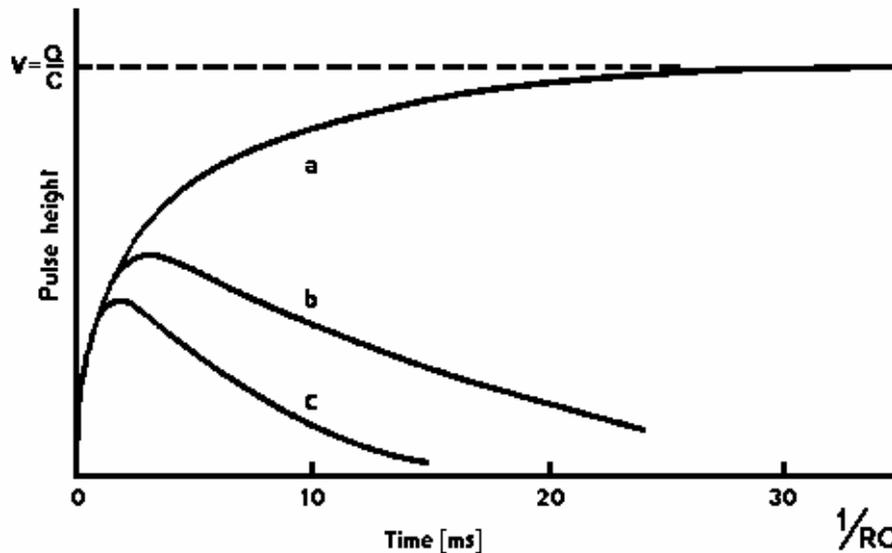


Fig. 4.19 - Dipendenza della forma dell'impulso dalla costante di tempo RC del circuito del rivelatore. Curva (a) per $RC=\infty$; (b) per $RC<\tau$ tempo di raccolta degli ioni; (c) per $RC\ll\tau$.

Contatori proporzionali

Per un rivelatore proporzionale cilindrico la forma temporale dell'impulso, originato da una singola coppia iniziale di ioni è data dall'espressione di Wilkinson

$$4.22) \quad V(t) = V_{\max} \ln\left(1 + \frac{t}{t_0}\right)$$

dove: $V(t)$ = tensione ai capi della resistenza di carico;
 t = tempo dall'inizio della moltiplicazione;

$$V_{\max} = \frac{Q}{C} = \frac{n_0 e M}{C}$$

C = capacità del rivelatore.

Nella 4.22) t_0 è il tempo caratteristico del rivelatore, definito come

$$4.23) \quad t_0 = \frac{a^2 p}{2V \mu \ln\left(\frac{b}{a}\right)}$$

dove: a = raggio dell'anodo;
 b = raggio interno del catodo;
 p = pressione del gas;
 V = tensione applicata al rivelatore;
 μ = mobilità degli ioni positivi.

Risulta, pertanto, che è possibile ottenere impulsi veloci o usando una bassa pressione del gas, un'elevata tensione di lavoro del rivelatore e fili molto sottili come anodo, in quanto producono un elevato campo elettrico, o una qualsiasi combinazione di queste condizioni.

Contatori d'impulsi sono normalmente utilizzati per i segnali dei rivelatori proporzionali e Geiger-Müller, in quanto hanno una maggiore ampiezza di quelli ottenuti dalle camere a ionizzazione. Possono, quindi, essere discriminati in ampiezza, almeno nei contatori proporzionali, eliminando i disturbi elettronici e riducendo i conteggi del fondo.

Per i contatori proporzionali e Geiger-Müller è importante il tempo di risoluzione, cioè il minimo tempo richiesto tra due impulsi affinché siano contati separatamente. Rivelatori con piccolo tempo di risoluzione possono essere usati per misure di elevati livelli di attività o in zone di alte intensità di radiazione.

Per determinare il tempo di risoluzione si utilizza il metodo delle due sorgenti identiche. La rate di conteggi quando entrambe le sorgenti sono contate è comparata con quella ottenuta dal conteggio dell'una o dell'altra separatamente. Il tempo di risoluzione τ è dato da

$$4.24) \quad \tau = \frac{R_1 + R_2 + R_{12}}{R_{12}^2 - R_1^2 - R_2^2}$$

dove R indica i conteggi comprensivi del fondo e gli indici 1, 2 e 12 corrispondono rispettivamente alle sorgenti considerate singolarmente ed alla somma di entrambe.

In un rivelatore Geiger-Müller il tempo di risoluzione è composto dal tempo morto e dal tempo di recupero. In esso, infatti, il campo elettrico, immediatamente dopo la scarica, viene ridotto per la presenza degli ioni positivi e gli eventi ionizzanti successivi forniranno impulsi come quelli tratteggiati in Fig. 4.20. Ogni ionizzazione immediatamente successiva non sarà in grado di innescare la scarica: questo periodo è detto tempo morto. In seguito si avranno piccoli impulsi di ampiezza crescente fino all'ampiezza massima (scarica): questo periodo è detto tempo di recupero ed è determinato dalla rapidità con cui gli ioni positivi sono eliminati dal volume sensibile.

In Tab. 4.4 sono riportate alcune caratteristiche tipiche dei tre sistemi di rivelazione.

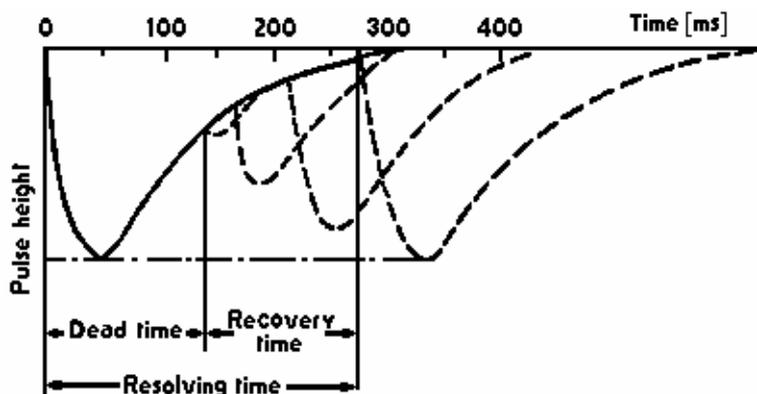


Fig. 4.20 - Relazione tra tempo morto, tempo di recupero e risoluzione temporale.

L'efficienza complessiva di un rivelatore a riempimento di gas è un parametro fondamentale nella maggior parte delle applicazioni. Semplificando, può essere definita come il rapporto tra i conteggi del rivelatore e l'intensità della sorgente. In realtà dipende da molti parametri e nella sua forma più generale è data da

$$4.25) \quad e = \frac{C_R}{S} = G \cdot \varepsilon \cdot f_m \cdot f_t \cdot f_w \cdot f_b \cdot f_s \cdot f_o$$

- dove:
- C_R = conteggio netto misurato (senza fondo);
 - S = intensità della sorgente;
 - G = fattore geometrico di raccolta;
 - ε = efficienza di conteggio per una particolare radiazione;
 - f_m = fattore di correzione dei conteggi multipli;
 - f_t = correzione di tempo morto;
 - f_w = correzione per l'attenuazione nella finestra del rivelatore, in aria, nel contenitore del campione, ecc;
 - f_b = correzione del backscattering;
 - f_s = correzione di autoassorbimento della sorgente;
 - f_o = correzione per altre diffusioni.

Per una misura precisa tutti questi parametri devono essere valutati al fine di conoscere l'efficienza complessiva dell'apparato di misura. A tale scopo vengono utilizzate sorgenti radioattive di attività nota, preparate e montate nello stesso modo, e le diverse misure vengono successivamente confrontate.

Tab. 4.4 - Tipici valori di segnale, fattore di amplificazione e tempo risolutivo per alcuni rivelatori a gas.

Rivelatore	Segnale d'uscita	Fattore d'amplificazione	Tempo di risoluzione
Camera a ionizzazione ad impulsi	0÷1 mV	1	1 μs
Contatore proporzionale	0÷100 mV	$10^2 \div 10^4$	5÷50 μs
Contatore G-M	0÷10 V	$10^6 \div 10^8$	10÷1000 μs

Tempo di risoluzione

Per determinare il tempo di risoluzione si utilizza il metodo delle due sorgenti identiche. La rate di conteggi quando entrambe le sorgenti sono contate è comparata con quella ottenuta dal conteggio dell'una o dell'altra separatamente. Il tempo di risoluzione τ è dato da

$$4.24) \quad \tau = \frac{R_1 + R_2 + R_{12}}{R_{12}^2 - R_1^2 - R_2^2}$$

dove R indica i conteggi comprensivi del fondo e gli indici 1, 2 e 12 corrispondono rispettivamente alle sorgenti considerate singolarmente ed alla somma di entrambe.

Efficienza complessiva

L'efficienza complessiva di un rivelatore a riempimento di gas è un parametro fondamentale nella maggior parte delle applicazioni. Semplificando, può essere definita come il rapporto tra i conteggi del rivelatore e l'intensità della sorgente. In realtà dipende da molti parametri e nella sua forma più generale è data da

$$4.25) \quad e = \frac{C_R}{S} = G \cdot \varepsilon \cdot f_m \cdot f_t \cdot f_w \cdot f_b \cdot f_s \cdot f_o$$

dove: C_R = conteggio netto misurato (senza fondo);
 S = intensità della sorgente;

- G = fattore geometrico di raccolta;
- ε = efficienza di conteggio per una particolare radiazione;
- f_m = fattore di correzione dei conteggi multipli;
- f_t = correzione di tempo morto;
- f_w = correzione per l'attenuazione nella finestra del rivelatore, in aria, nel contenitore del campione, ecc;
- f_b = correzione del backscattering;
- f_s = correzione di autoassorbimento della sorgente;
- f_o = correzione per altre diffusioni.

Per una misura precisa, tutti questi parametri devono essere valutati al fine di conoscere l'efficienza complessiva dell'apparato di misura. A tale scopo vengono utilizzate sorgenti radioattive di attività nota, preparate e montate nello stesso modo, e le diverse misure vengono successivamente confrontate.

Elettrometri

Gli elettrometri, strumenti destinati alla misura delle correnti elettriche, sono sostanzialmente voltometri ad altissima resistenza interna.

Tralasciando gli elettrometri statici, ormai superati, occupiamoci degli elettrometri elettronici, utilizzati per la misura delle piccole correnti fornite dalle camere a ionizzazione e proporzionali.

Un elettrometro elettronico si basa sull'uso di un tubo elettronico particolare, detto tubo elettrometrico, la cui caratteristica è una corrente di griglia molto piccola (intorno a 10^{-15} A) ed una resistenza d'ingresso molto elevata (dell'ordine di $10^{15} \div 10^{16}$ Ω), il cui schema di principio è riportato in Fig. 4A.1.

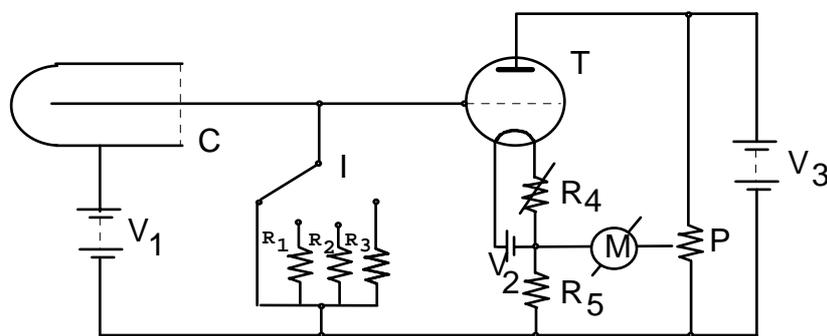


Fig. 4A.1 - Circuito di principio di un elettrometro elettronico.

Il circuito è del tipo a ponte: la differenza di potenziale tra placca e anodo viene confrontata con quella esistente ai capi del potenziometro P . Il bilan-

ciamento del ponte è ottenuto cortocircuitando il circuito d'ingresso e regolando il potenziometro in modo da azzerare lo strumento M . La sensibilità in corrente è determinata inserendo in parallelo all'ingresso una delle resistenze calibrate di carico R_1, R_2, R_3 (rispettivamente $10^9, 10^{10}, 10^{11} \Omega$).

La corrente di ionizzazione stabilisce attraverso la resistenza del circuito una differenza di potenziale che, applicata fra griglia e catodo, sbilancia il ponte. Poiché lo strumento M arriva a fondo scala quando alla griglia viene applicata una d.d.p. di 0.25 V, la sensibilità dell'elettrometro risulta di $2.5 \cdot 10^{-10} \div 2.5 \cdot 10^{-12}$ A.

L'isolamento del circuito d'ingresso (griglia, collegamento alla camera, commutatore di scala) deve essere totale. Tutte le sue parti devono essere ricoperte con uno strato di vernice dielettrica idrorepellente ad alto isolamento.

Cap. 5 - I rivelatori a semiconduttore

Introduzione	106
5.1 - Principi fisici dei semiconduttori.....	106
5.2 - Semiconduttori a giunzione np.....	109
5.4 - Caratteristiche di rivelazione di un semiconduttore.....	110
5.6 - Rivelatori di germanio	112
5.7 - Spettroscopia γ con rivelatori di germanio.....	114

Introduzione

I rivelatori a semiconduttore (Fig. 5.1) sono assimilabili a camere a ionizzazione, il cui mezzo attivo sia costituito da un solido di bassa conducibilità. Per ottenere la ionizzazione del mezzo solido devono essere soddisfatte le seguenti condizioni:

- elevata probabilità di creare coppie di ioni, cioè piccola energia media per la formazione di una coppia (3.3 o 2.1 eV per silicio (Si) e germanio (Ge) rispettivamente, contro i 30 eV per un gas);
- il numero di cariche formate da una particella ionizzante deve essere superiore al numero di cariche libere presenti normalmente nella regione sensibile per garantire un segnale di ampiezza maggiore del rumore di fondo. Da ciò deriva la necessità di utilizzare un mezzo ad elevata resistività, cosa non facile per un semiconduttore al contrario che per un gas.
- le cariche devono essere separate e raccolte dagli elettrodi molto rapidamente, in modo da rendere trascurabile la probabilità che si ricombinino o siano catturate dalle impurità, sempre presenti. Il semiconduttore deve essere, quindi, un cristallo perfetto di elevata purezza.

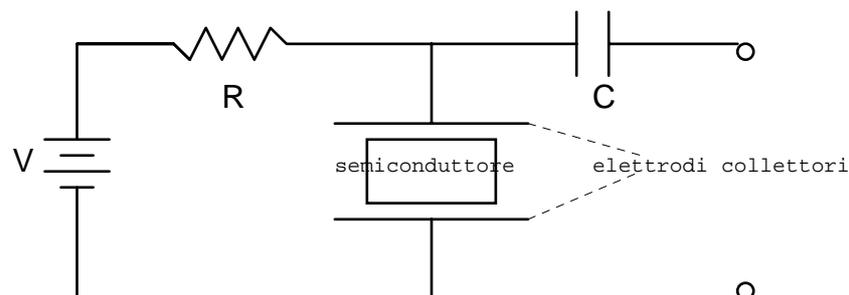


Fig. 5.1 - Schema di funzionamento di un rivelatore a semiconduttore.

5.1 - Principi fisici dei semiconduttori

Gli elettroni di un conduttore solido appartengono a tre diverse categorie:

1. gli elettroni degli strati K , L , M ,... più interni dei singoli atomi, più strettamente legati all'atomo di appartenenza;
2. gli elettroni degli strati più esterni, che concorrono alla formazione dei legami interatomici e che appartengono all'insieme di atomi che tengono uniti fra loro. Questi elettroni si trovano sui livelli energetici che costituiscono la banda di valenza;

3. gli elettroni liberi di muoversi entro il conduttore, i quali provengono dagli strati più esterni degli atomi e occupano i livelli energetici della banda di valenza.

Mentre in un metallo (Fig. 5.2c) la banda di valenza non è completamente piena e al di sopra di essa non esistono livelli energetici proibiti, in un isolante gli elettroni riempiono completamente la banda di valenza; la banda di conduzione, vuota, è separata da essa da una regione proibita (*gap*) di ampiezza V_I (Fig. 5.2a).

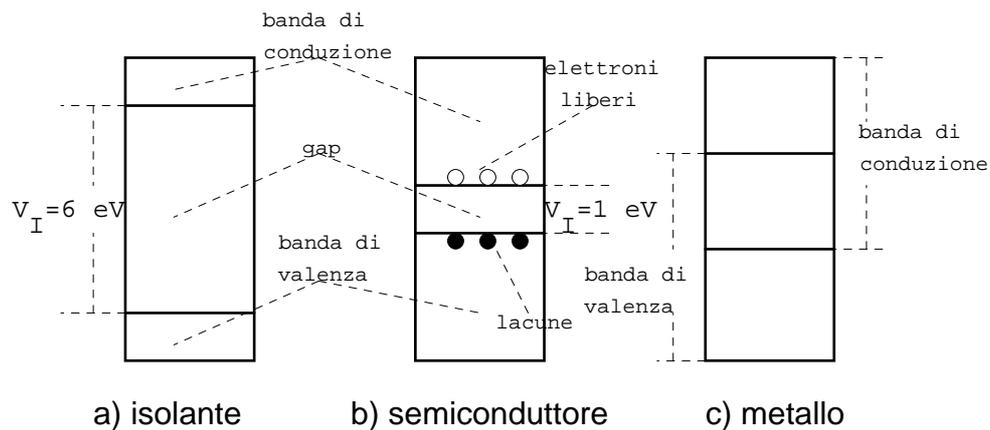


Fig. 5.2 - Struttura delle bande di energia per isolanti (a), semiconduttori (b) e conduttori (c).

Un semiconduttore è simile ad un isolante la cui ampiezza V_I di banda proibita sia molto bassa, dell'ordine di 1 eV (Fig. 5.2b). Esso si comporta, quindi, come un isolante a bassa temperatura, mentre a temperatura più elevata alcuni elettroni possono acquistare sufficiente energia termica per raggiungere la banda di conduzione. La conduzione è peraltro garantita anche dalle lacune positive, prodotte nella banda di valenza dalla mancanza degli elettroni fuorusciti, in quanto anch'esse in grado di migrare da un atomo a un altro di conserva con gli elettroni.

Indicando con n la densità degli elettroni liberi presenti, in un semiconduttore puro o intrinseco (in cui si ha $n = p$) la **conducibilità** risulta essere

$$5.4) \quad \sigma = n \cdot e (\mu_e + \mu_l) = \sqrt{A} e (\mu_e + \mu_l) \sqrt{T^3} e^{-\frac{V_I}{2V_T}}$$

in cui μ_e e μ_l sono le rispettive mobilità [in $\text{cm}^2/\text{V}\cdot\text{s}$];
 A = costante tipica del rivelatore, non dipendente da T ;
 e = carica dell'elettrone;

T = temperatura assoluta;
 V_I = ampiezza della banda interdotta;
 $V_T = \frac{kT}{e}$, con k = costante di Boltzman.

È da notare la caratteristica tipica dei semiconduttori, per i quali la resistività ρ diminuisce con la temperatura.

Esaminiamo come si modificano le caratteristiche di un semiconduttore quando gli vengono aggiunte piccole quantità di elementi diversi, analizzando un cristallo di silicio (stesse considerazioni per il germanio).

Il silicio è tetravalente ed ognuno dei quattro elettroni di valenza è in comune con i quattro atomi più vicini. La sua struttura cristallina è un tetraedro, che si ripete nelle tre dimensioni, con un atomo in ogni vertice.

Se sostituiamo nel reticolo un atomo di silicio con uno pentavalente (donatore), per es. arsenico (As), quattro dei suoi cinque elettroni saturano i legami con gli atomi più vicini, mentre il quinto resta legato all'atomo solo per l'attrazione coulombiana (Fig. 5.3a). Esso ha un'energia di legame di soli 0.03 eV e per la sola agitazione termica può rendersi libero e passare nella banda di conduzione. Di conseguenza un cristallo drogato con donatori presenta una **conducibilità** per mezzo di elettroni più elevata e per questo è detto cristallo n (negativo).

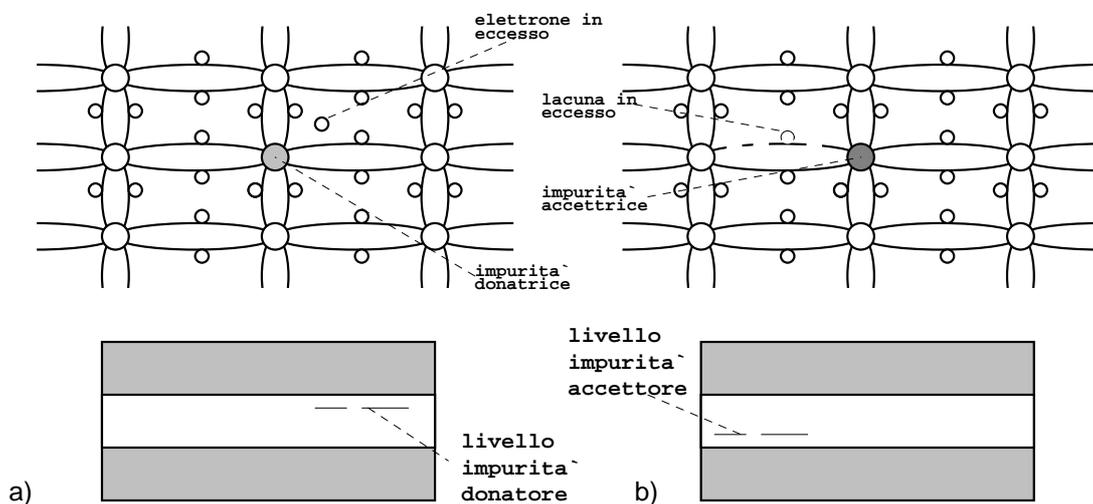


Fig. 5.3 - Aggiunta di un atomo donatore per formare un semiconduttore tipo n (a) e di un atomo accettore per formare un tipo p (b).

Analogamente, la sostituzione con una impurità trivalente, per es. un atomo di boro, porta alla formazione di una lacuna in uno dei legami con gli atomi vicini (Fig. 5.3b). A causa dell'agitazione termica, un elettrone di valenza degli atomi di silicio può occupare la lacuna in vicinanza del boro, formando così una lacuna nella banda di valenza del cristallo. Pertanto un cristallo drogato con accettori presenta una **conducibilità** per lacune più elevata e per questo è detto cristallo *p* (positivo).

5.2 - Semiconduttori a giunzione *np*

Il funzionamento di tutti i rivelatori a semiconduttore è basato sulla formazione di una giunzione semiconduttrice. Tali giunzioni sono meglio note in elettronica come diodi rettificatori, sebbene non siano utilizzate come tali nei rivelatori. Una semplice configurazione, utilizzabile a scopo illustrativo, è la giunzione *pn* formata dall'unione di un semiconduttore di tipo *p* con un materiale di tipo *n*. Tale giunzione non può essere ottenuta per semplice pressione dei due materiali, ma richiede tecniche particolarmente delicate. Un metodo è costituito dalla diffusione di un certo numero di impurità *p* entro l'estremità di una barra omogenea di materiale *n* in modo da trasformare tale porzione in un semiconduttore *p*. Altri metodi saranno illustrati successivamente.

La formazione di una giunzione *pn* crea una zona particolare attorno alla superficie di separazione tra i due materiali (Fig. 5.4). A causa delle differenti concentrazioni di elettroni e di lacune entro i due materiali, si ha inizialmente una diffusione di lacune attraverso la regione *n* e una analoga diffusione di elettroni attraverso la regione *p*. Di conseguenza gli elettroni diffusi si combinano con le lacune nella zona *p* e le lacune diffuse catturano elettroni nella zona *n*. Ricordando che inizialmente le due regioni *p* e *n* erano neutre, questi fenomeni di ricombinazione danno luogo ad uno squilibrio di cariche ai due estremi della giunzione: la regione *p* diventa negativa a causa dell'eccesso di elettroni diffusi, mentre la regione *n* diventa positiva per l'eccesso di lacune. Tale situazione genera, attraverso la giunzione, un gradiente di campo elettrico, che inibisce ulteriori processi di diffusione e crea una regione di carica spaziale statica (Fig. 5.4a). Il campo elettrico stabilisce attraverso la giunzione una differenza di potenziale, detta potenziale di contatto (~ 1 V), che deforma la struttura della banda energetica (Fig. 5.4b).

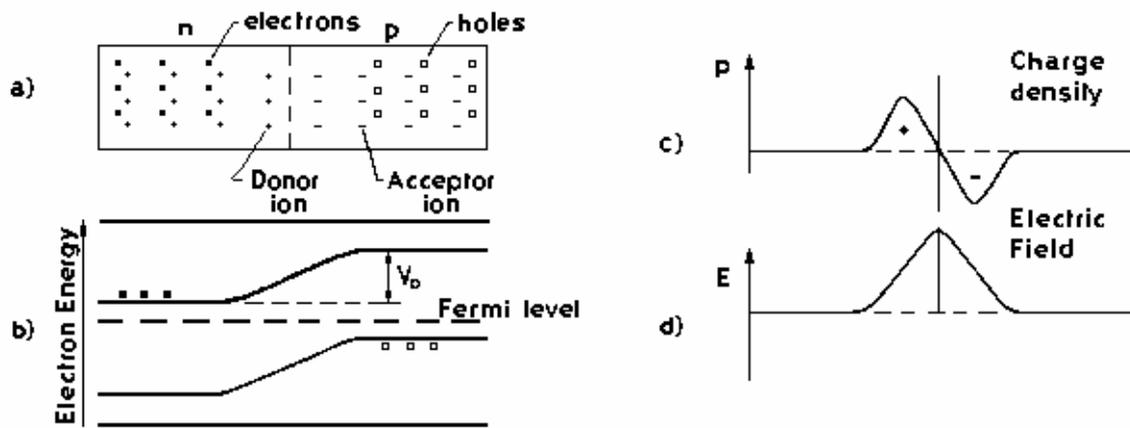


Fig. 5.4 - Diagramma di una giunzione np (a), dei livelli elettronici di energia con un potenziale di contatto V_0 (b), della densità di carica ρ (c) e dell'intensità del campo elettrico E (d).

La regione di potenziale variabile, nota come zona di svuotamento o regione di carica spaziale, ha la particolare proprietà di essere svuotata di tutti i portatori di carica mobili, perché di fatto tutti gli elettroni o le lacune create o entranti in questa zona ne sono portati fuori dal campo elettrico. Tale caratteristica è particolarmente utile ai fini della rivelazione: qualsiasi radiazione ionizzante, che l'attraversa, crea coppie elettrone-lacuna, subito portate fuori dal campo elettrico. Se ai due estremi della giunzione sono posti dei contatti elettrici, è possibile ottenere un segnale in corrente proporzionale alla ionizzazione, in evidente analogia con le camere a ionizzazione.

5.4 - Caratteristiche di rivelazione di un semiconduttore

In **Fig. 5.6** è mostrata la configurazione base di un diodo a giunzione utilizzato come rivelatore di radiazioni. Al fine di assicurare la raccolta delle cariche prodotte dalla radiazione, gli elettrodi devono essere inseriti nei due estremi della giunzione. Nei semiconduttori, tuttavia, non è possibile formare un contatto ohmico metallico depositando direttamente il metallo entro il materiale semiconduttore, perché si crea una giunzione rettificatrice con una zona di svuotamento estesa all'interno del semiconduttore. Per evitare questo effetto, una porzione di materiale n^+ e p^+ fortemente drogata viene interposta fra il semiconduttore ed il metallo. Per l'elevata concentrazione del drogaggio, la regione di svuotamento si riduce a zero (5.17) e ciò genera il voluto contatto ohmico.

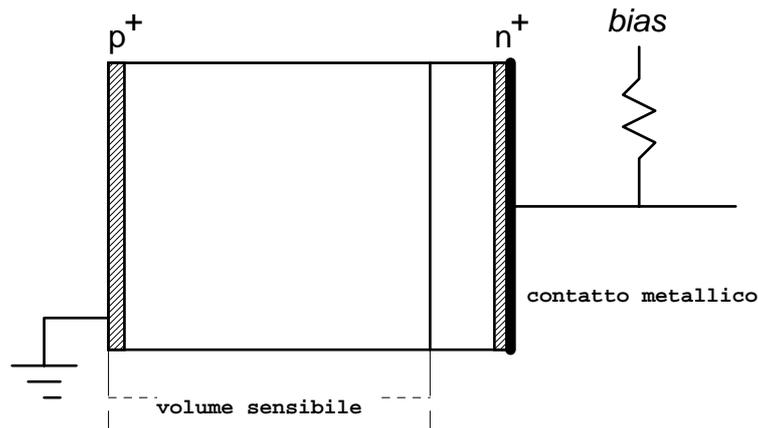


Fig. 5.6 - Schema di base per un rivelatore a giunzione.

A - Energia media per coppia elettrone-lacuna.

Questa energia w , che come per i gas non dipende dal tipo e dall'energia della radiazione ionizzante ad una data temperatura, è notevolmente piccola, come si vede in Tab. 5.1. Di conseguenza, il numero di cariche generato a parità d'energia incidente è notevolmente più elevato che nei gas. Volendo fare un confronto con i fotoelettroni creati in un fotomoltiplicatore, si hanno circa due ordini di grandezza a favore dei semiconduttori, che quindi presentano una elevata risoluzione in energia.

Tab. 5.1 - Energia media w per creazione di coppie ioniche in silicio e germanio a diverse temperature.

T	Si	Ge
$300^\circ K$	$3.62 eV$	-
$77^\circ K$	$3.81 eV$	$2.96 eV$

Ricordando che circa $1 eV$ è l'energia della banda proibita, si può notare che circa un terzo dell'energia depositata è spesa per la produzione di coppie elettrone-lacuna, mentre due terzi producono l'eccitazione di vibrazioni reticolari.

B - Linearità

Se assumiamo che la regione di svuotamento è sufficientemente grande da fermare completamente tutte le particelle, la risposta di un semiconduttore sarà perfettamente lineare con l'energia. Detta E l'energia della radiazione, si produrranno E/w coppie elettrone-lacuna, dove w è l'energia media necessaria per creare una coppia di ioni. Se Γ è l'efficienza di raccolta, sugli elettrodi verrà

raccolta una carica $Q=\Gamma eE/w$ e, poiché la regione di svuotamento ha una capacità C , la tensione media fra gli elettrodi sarà

$$5.24) \quad V = \frac{Q}{C} = \Gamma e \frac{E}{wC}$$

che varia linearmente con E .

C - Risoluzione intrinseca in energia.

La risoluzione in energia dipende intrinsecamente, come già visto, dal numero di portatori di carica e dal fattore di Fano. Quest'ultimo, nonostante i numerosi esperimenti, non è ancora ben determinato, ma il suo valore è circa $F \sim 0.12$ per silicio e germanio. Ciò contribuisce fortemente a migliorare la risoluzione di un semiconduttore, oltre al fatto che l'energia media w per la formazione di una coppia elettrone-lacuna è molto bassa. La risoluzione attesa è data da

$$5.25) \quad R = 2.35 \sqrt{\frac{Fw}{E}}$$

Per una particella α di 5 MeV, la risoluzione intrinseca di un silicio è $R=0.07\%$ o 3.5 keV. Tuttavia le effettive risoluzioni sono tipicamente di circa 18 keV, il che indica che il contributo dovuto ad altre cause, come per esempio l'elettronica, è più rilevante.

E - Efficienza intrinseca.

L'efficienza intrinseca di rivelazione per i semiconduttori è del 100%, poiché difficilmente una particella non è in grado di generare coppie $e-l$, dato il basso w . Il vero limite alla sensibilità di rivelazione è dato proprio dalla corrente di perdita e dai disturbi dell'elettronica associata al rivelatore.

Per la rivelazione γ si preferisce il germanio rispetto al silicio per il suo maggiore numero atomico.

5.6 - Rivelatori di germanio

Come già detto, per la rivelazione dei γ il germanio è preferito al silicio per il suo più elevato numero atomico ($Z_{Ge}=32$, $Z_{Si}=14$), per cui la sezione d'urto fotoelettrica è circa 60 volte maggiore. Pur dovendo operare a temperature molto basse a causa della sua piccola *gap*, offre sempre un'efficienza più elevata. Non si utilizza normalmente per la rivelazione di particelle cariche a causa del suo

maggiore potere frenante e si preferisce il silicio, che non deve essere raffreddato.

A - Germanio a deriva di litio - Ge(Li).

I primi rivelatori furono costruiti di germanio compensato con litio al fine di ottenere un sufficiente spessore sensibile (circa 15÷20 mm); a tale scopo ben si adatta una geometria coassiale (Fig. 5.13). In questa configurazione il litio si diffonde all'interno dalla superficie laterale di un cristallo cilindrico di germanio tipo *p*, formando una *shell* cilindrica di materiale compensato, mentre al centro rimane una zona di materiale *p* insensibile. Se questa zona centrale si estende per tutta la lunghezza dell'asse, allora la configurazione è detta "veramente coassiale" o *open-ended coaxial*. Per aumentare ulteriormente il volume sensibile, il litio può essere diffuso verso l'interno anche dalla superficie frontale del cilindro ed in tal caso viene ridotta la zona insensibile interna. Al fine di una elevata efficienza di conteggio, la zona centrale può anche essere rimossa per ottenere un rivelatore *well type* (Fig. 5.13). Per γ di basse energie possono essere costruiti *Ge(Li)* piani.

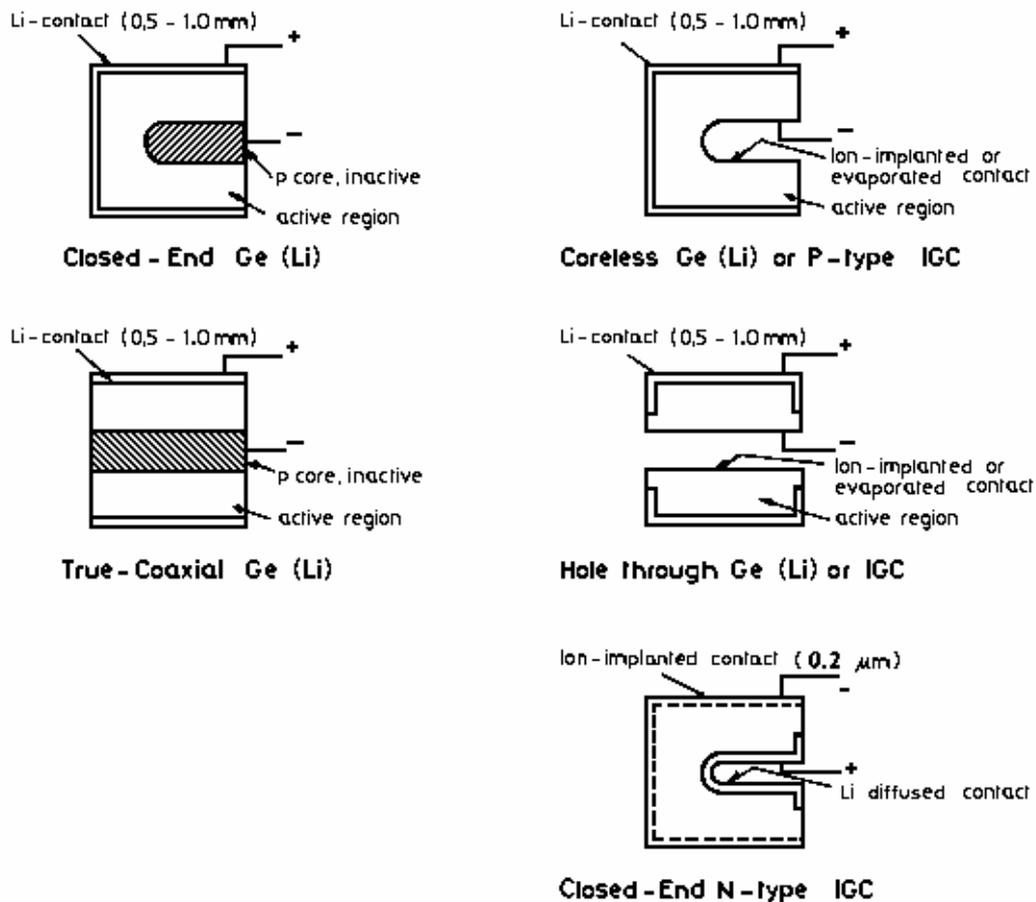


Fig. 5.13 - Configurazioni coassiali per rivelatori al germanio.

L'elevata mobilità degli ioni litio nel germanio anche a temperatura ambiente costringe a mantenere sempre a bassa temperatura questi rivelatori, che di conseguenza sono montati in un criostato rigidamente connesso a un dewar per l'azoto liquido. Naturalmente tale montaggio implica alcune limitazioni nell'impiego.

I rivelatori di germanio intrinseco (*HPGe = High Purity Germanium*) sono costruiti ed utilizzati nello stesso modo dei *Ge(Li)* e li stanno gradualmente rimpiazzando. Un indiscutibile vantaggio è la possibilità di usare semiconduttori di tipo *n* piuttosto che di tipo *p*, richiesti dal processo di diffusione del litio. In tale modo può essere formata una finestra estremamente sottile mediante impiantazione di ioni, così da estendere la sensibilità dei rivelatori coassiali sotto i 10 *keV*.

5.7 - Spettroscopia γ con rivelatori di germanio

Attualmente i rivelatori di germanio presentano la più elevata **risoluzione** possibile per γ da qualche *keV* fino oltre i 10 *MeV*, come appare chiaramente in **Fig. 5.14**, dove sono comparati gli spettri del ^{60}Co acquisiti con un rivelatore di *NaI* e con un rivelatore di germanio intrinseco. A 1.33 *MeV* il germanio presenta una risoluzione di circa 0.15%, mentre per lo *NaI* si ha circa l'8%! Inoltre il rapporto picco/Compton è molto più elevato a causa della più alta sezione d'urto fotoelettrica del germanio.

Per misure spettrali di precisione la risoluzione in energia e il rapporto segnale/rumore sono i principali parametri. Pertanto è molto importante schermare il rivelatore col piombo così da minimizzare il fondo. Il rapporto segnale/rumore può essere ulteriormente aumentato facendo uso di un **preamplificatore** di carica. Particolare attenzione si deve porre alla frequenza di conteggio per evitare effetti di affollamento (*pile-up*), che distorcono lo spettro.

Per ottenere misure assolute di intensità è necessario conoscere l'**efficienza** assoluta mediante sorgenti di calibrazione (commercialmente all'1 \div 2%) distribuite su tutta la zona energetica di interesse. In molti casi si deve conoscere l'**efficienza** di conversione fotoelettrica o l'**efficienza** fotopicco (*full peak*). Essa è data dal rapporto fra i conteggi totali del fotopicco per ogni γ e i conteggi totali di sorgente, esclusa la parte derivante dalla **diffusione Compton**.

Ulteriore attenzione va posta nella geometria sorgente-rivelatore. La calibrazione va effettuata con una distanza tra sorgente e rivelatore riproducibile esattamente nella misura. Inoltre, disponendo di sole sorgenti puntiformi, si può simulare una sorgente estesa e, quindi, ricavarne l'efficienza misurandola per punti con la sorgente fuori asse e integrando numericamente i risultati.

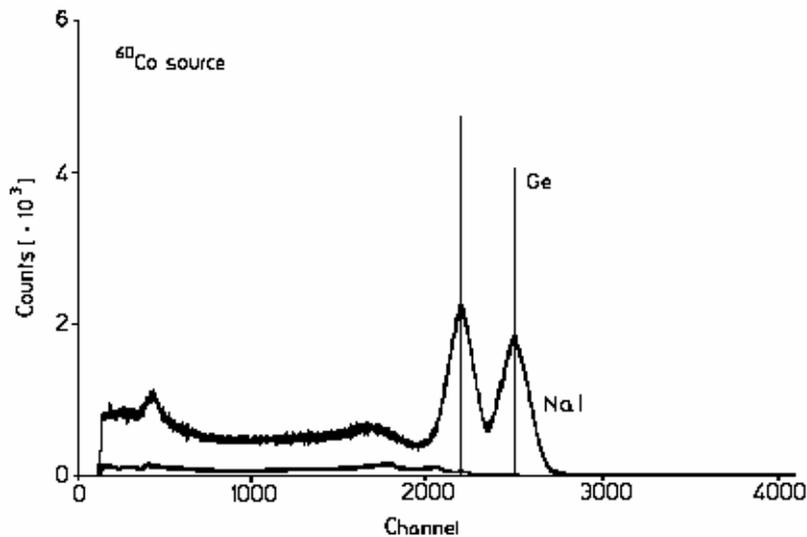


Fig. 5.14 - Confronto fra spettri di ^{60}Co acquisiti con un rivelatore di *NaI* (curva superiore) ed un rivelatore *Ge(Li)*.

L'acquisizione degli spettri deve essere effettuata con una ragionevole frequenza di conteggio e, possibilmente, anche la calibrazione deve avvenire alla stessa frequenza. A frequenze elevate, infatti, la probabilità di coincidenze accidentali può dare luogo al fenomeno del *pile-up*, riducendo il numero di conteggi reali sotto il picco e registrando un unico γ di energia pari alla somma delle due energie. In Fig. 5.15 è riportato un esempio di curva di efficienza al fotopicco per un germanio intrinseco coassiale a 5 cm dalla sorgente.

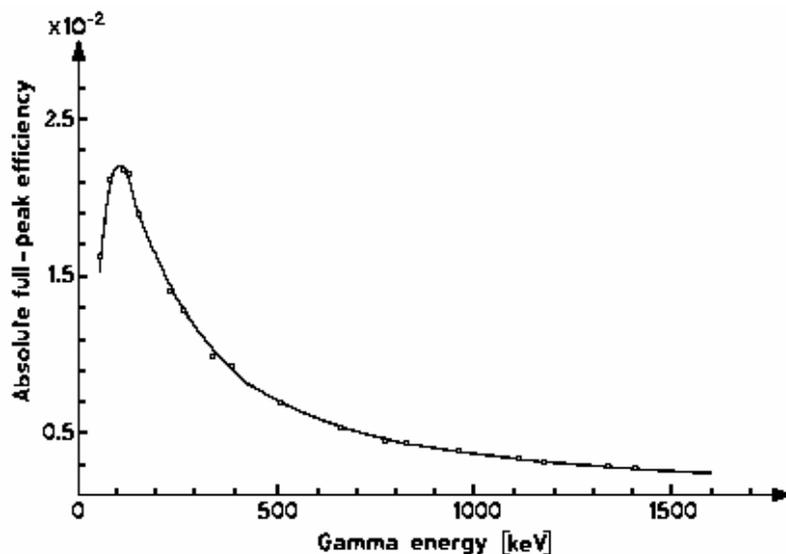


Fig. 5.15 - Efficienza di picco per un germanio intrinseco coassiale.

Un ultimo fattore da non dimenticare è il *tempo morto*.

Cap. 6 - I rivelatori per la dosimetria personale

6.1 - Dosimetri a film sottile (film badge)	118
6.2 - Dosimetri a termoluminescenza (TLD)	121

6.1 - Dosimetri a film sottile (film badge)

Sono costituiti essenzialmente da un contenitore, in cui è inserita una pellicola fotografica. Questa è formata da un supporto, normalmente acetato di cellulosa, su cui è depositata l'emulsione, cioè uno strato di gelatina (da 1 *mm* a qualche centinaia di micron) contenente piccoli granuli di bromuro di argento (AgBr).

Sotto l'azione della radiazione, un granulo di AgBr viene **ionizzato** e durante i processi di sviluppo e fissaggio il bromo viene asportato, lasciando solo l'argento. Di conseguenza sul fondo di gelatina trasparente si passa (sviluppo) dalla cosiddetta **immagine latente**, formata dall'argento metallico, all'annerimento della pellicola (fissaggio) proprio nei punti dove è fissato l'argento.

Il processo di sviluppo è una fase estremamente delicata in quanto un errore di 2°C nella temperatura di sviluppo porta ad un errore del 10% sulla lettura, mentre l'errore di 1 minuto sulla durata conduce a un errore del 20%.

La misura dell'annerimento della pellicola viene effettuata mediante il densitometro (Fig. 6.1), su cui incide con intensità I il fascio di luce prodotto da una sorgente di intensità I_0 dopo avere attraversato un diaframma e la pellicola stessa. Una cellula fotoelettrica libera a questo punto un numero di elettroni proporzionali all'intensità della luce incidente, generando una corrente misurabile con un microamperometro in un circuito esterno. Questo strumento richiede una taratura preventiva per il controllo dello zero del circuito della cella: in assenza di film interposto, la lettura della corrente deve essere nulla, mentre si deve avere corrente quando viene esaminata una pellicola esposta. Operatori esperti riescono ad effettuare letture al 1%.

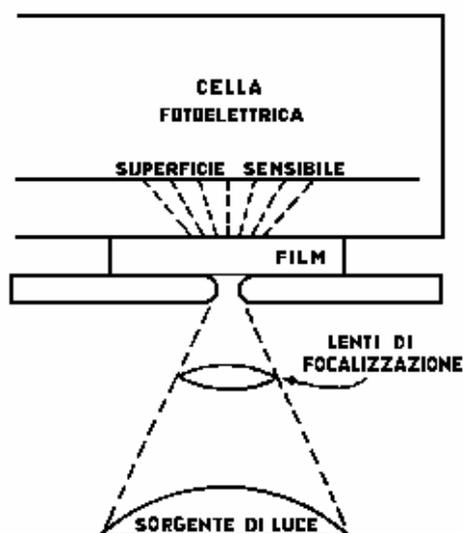


Fig. 6.1 - Schema di funzionamento di un densitometro.

Per definizione di densità ottica d_0

$$6.1) \quad d_0 = \log_{10} \frac{I_0}{I}$$

un'emulsione ha densità ottica 1 se trasmette 1/10 della luce incidente. Poiché la densità ottica in un punto dipende dall'energia ceduta nel punto dalle radiazioni, essa è in diretta relazione con la dose, purché si abbia l'avvertenza di sottrarre prima il fondo della pellicola.

Se indichiamo con S la sezione di un granulo, con n il numero di grani anneriti per cm^2 , con N il numero totale di grani per cm^2 di superficie e con Φ la fluena di particelle, si ha

$$6.5) \quad d_0 = SN(1 - e^{-S\Phi}) \log_{10} e$$

che per piccole fluene ($S\Phi \ll 1$) diventa

$$6.6) \quad d_0 = S^2 N \Phi \log_{10} e$$

La (6.6) mostra che nel caso di modeste intensità di radiazione la densità ottica risulta proporzionale alla fluena (e quindi alla dose assorbita o all'equivalente di dose), allo spessore dell'emulsione (N) e al quadrato dell'area di ciascun granulo.

Le emulsioni sono utilizzate negli intervalli di linearità fra la densità ottica e la fluena. Questi sono ricavabili dai grafici H-D (dal nome degli autori Hurter e Driffield), del tipo riportato in Fig. 6.2. Da tali grafici si ricava la definizione di alcune grandezze, che caratterizzano la qualità delle pellicole:

- **Contrasto:** è l'aumento della densità ottica al crescere della fluena di un fattore 10 nella zona di linearità.
- **Sensibilità:** è l'inverso della fluena necessaria per produrre una determinata densità ottica (di norma 0.3).

Naturalmente prima del suo impiego una pellicola deve essere tarata, per avere la curva di densità ottica netta in funzione della grandezza dosimetrica da misurare (esposizione, dose, ecc.).

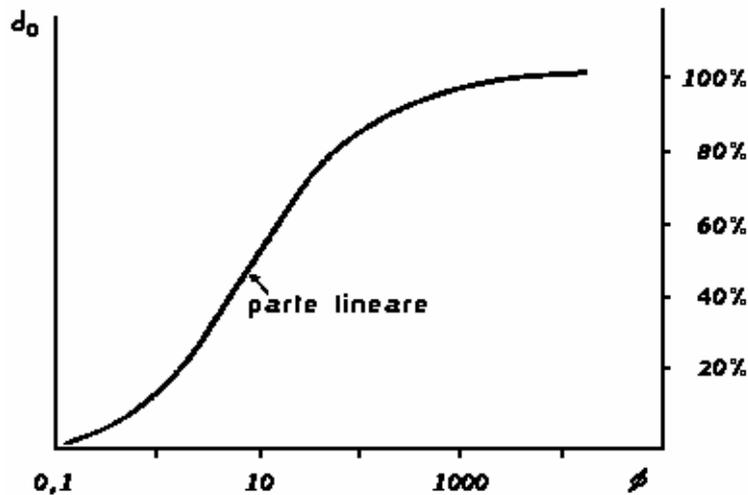


Fig. 6.2 - Curva della densità ottica in funzione della fluena d'energia (grafico H-D).

L'intervallo di applicazione dei film va da qualche decimo di mSv a molti Sv .

Fading

I film subiscono solo una lieve perdita d'informazione (*fading*) al passare del tempo (20÷30% mensile), per cui è consigliabile sostituirli al personale ogni 1÷2 mesi, mentre la lettura può essere ripetuta in ogni momento. Per questo motivo sono ancora oggi spesso preferiti ai TLD.

I dosimetri a film sensibile sono impiegati per fotoni e particelle β . Con le stesse emulsioni sono utilizzabili anche per **neutroni lenti**, ricoprendo parte della pellicola con un filtro di Sn, che non ferma i neutroni, ma riduce i γ poco energetici che li accompagnano, e parte con un filtro di Cd, che ferma i neutroni lenti e riduce i γ quanto lo Sn. L'annerimento sotto i due filtri si presenta confrontabile in assenza di neutroni lenti, mentre è molto più forte sotto il Cd a causa dei fotoni emessi per cattura radiativa dei neutroni lenti. La calibrazione viene effettuata con una sorgente nota di neutroni lenti.

Per i **neutroni veloci** si utilizza un'emulsione più spessa, contenente materiale idrogenato per la produzione di protoni di rinculo, e si contano le tracce di annerimento prodotte da questi ultimi, invece di misurare la densità ottica. Le misure, però, non risultano soddisfacenti quanto per la dosimetria γ perché il film è insensibile a neutroni di energia minore di 0.5 MeV in quanto per la lettura al microscopio almeno tre grani devono essere allineati: ciò corrisponde a protoni di 250÷300 keV, ossia neutroni di almeno 0.5 MeV. Inoltre, anche per energie superiori a 1 MeV l'efficienza di rivelazione è molto bassa ed interviene il fenomeno del *fading*.

6.2 - Dosimetri a termoluminescenza (TLD)

La termoluminescenza

Il fenomeno della termoluminescenza si presenta in alcune sostanze isolanti (CaF_2 , LiF , BeO , ecc.), dette fosfori, sotto forma di una debole luce emessa per riscaldamento dopo esposizione a radiazione.

Il meccanismo del fenomeno è spiegabile con la presenza di livelli energetici nella *gap* (Fig. 6.4a), originati dalla presenza di attivatori (impurità e difetti reticolari) nel cristallo. L'energia ceduta dalla radiazione incidente produce il passaggio di alcuni elettroni dalla banda di valenza V alla banda di conduzione C , con la conseguente formazione di lacune nella banda di valenza. Mentre alcuni elettroni e lacune si ricombinano immediatamente, altri sono catturati in questi livelli energetici metastabili e vi possono rimanere intrappolati a lungo, a meno che non intervengano fenomeni in grado di fornire loro energia. Proprio il riscaldamento del fosforo fornisce agli elettroni energia sufficiente per sfuggire alle trappole, passare nella banda di conduzione e ricadere nella banda di valenza, dove si ricombinano con le lacune. In questo processo, detto di termoluminescenza, si ha l'emissione di luce visibile (Fig. 6.4b).

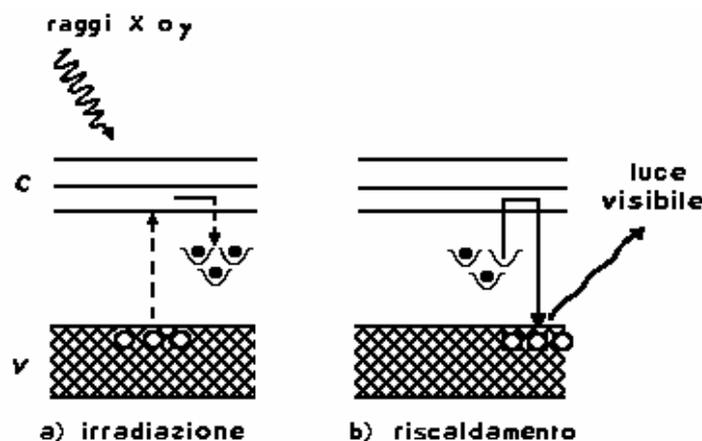


Fig. 6.4 - Modello a bande per l'interpretazione della termoluminescenza.

La temperatura necessaria per ottenere lo svuotamento delle trappole, corrispondenti a un determinato ΔE , dipende dal ΔE stesso. All'aumentare della temperatura del cristallo, aumenta lo svuotamento delle trappole, finché a una determinata temperatura tutte le trappole di un determinato livello energetico risultano vuote. Questo procedimento si ripete per tutti i livelli intermedi, per cui il grafico dell'intensità della luce emessa in funzione della temperatura (o del tempo di riscaldamento) presenta una successione di picchi (completa liberazione delle trappole di un dato livello), preceduti da lente risalite (inizio

svuotamento di un nuovo livello, più energetico del precedente e quindi più basso) e seguiti da una discesa ripida (Fig. 6.5).

Questa curva, caratteristica di ogni sostanza, è detta curva di **luminescenza** (*glow curve*) e l'area di ogni picco (integrale di luce) è proporzionale alla dose assorbita. Anche l'altezza dei picchi è proporzionale ad essa, ma poiché dipende dalla velocità del riscaldamento è meno affidabile.

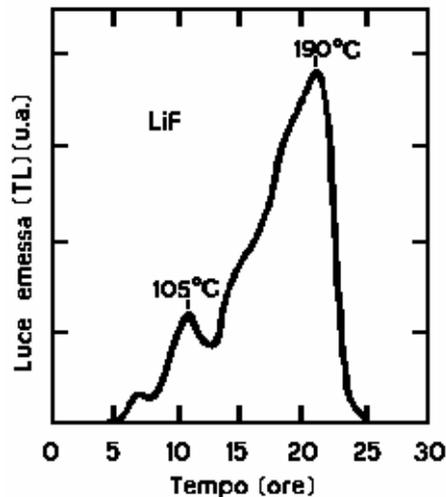


Fig. 6.5 - Esempio di curva di luminescenza (*glow curve*).

In Fig. 6.6 è riportato lo schema dello strumento di lettura di un TLD.

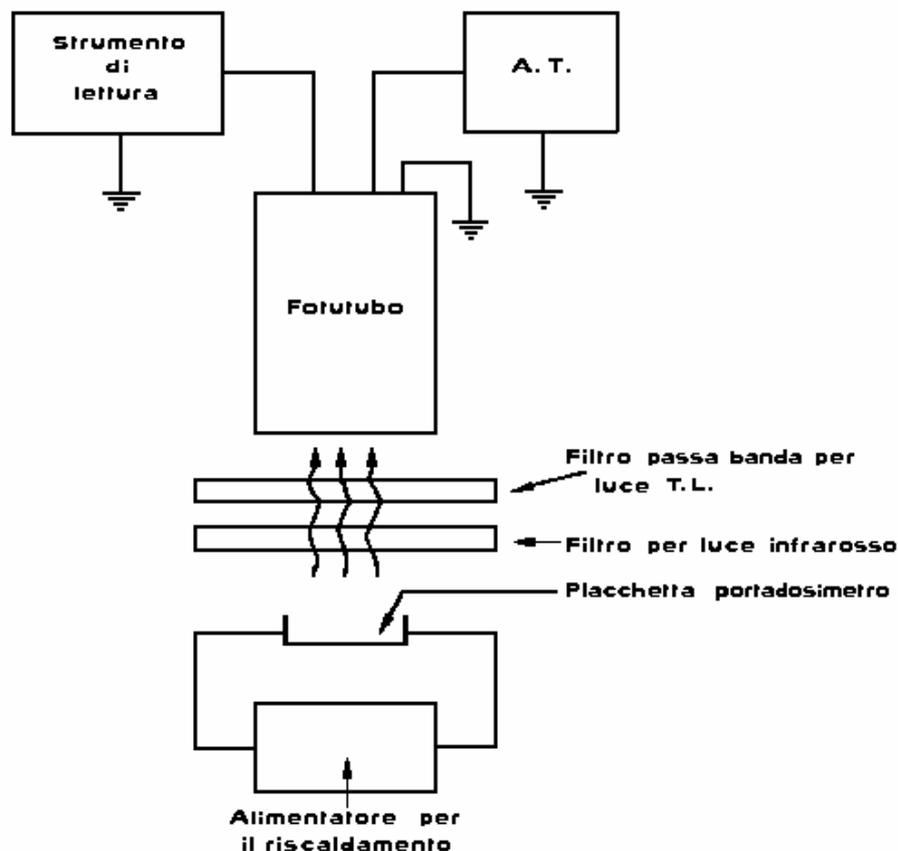


Fig. 6.6 - Schema di lettore per dosimetri a termoluminescenza.

Prima di essere usato, il TLD deve essere azzerato (*annealing*), allo scopo di svuotare le trappole e di renderle stabili, secondo procedimenti diversi per ogni sostanza (Tab. 6.2). Per dosi modeste, come negli impieghi di dosimetria personale, l'azzeramento è effettuato dalla stessa operazione di lettura.

Tab. 6.2 - Normali trattamenti di azzeramento.

Materiale TL	Trattamenti di azzeramento dopo irraggiamento e lettura	Azzeramenti parziali prima della lettura
LiF (TLD-100)	1 ora a 400°C + 20 ore a 80°C (oppure 2 ore a 100°C)	10 minuti a 100°C
Li ₂ B ₄ O ₇ :Mn	15 minuti a 300°C	10 minuti a 100°C
BeO	15 minuti a 600°C	
CaF ₂ :Dy (TLD-200)	1 ora a 400°C	
CaF ₂ :Mn (TLD-400)	1 ora a 400°C	
CaSO ₄ :Dy	alcuni minuti a 400°C	
Al ₂ O ₃ :Cr	15 minuti a 350°C	15 minuti a 150°C
Vetro Fosfato:Mn	300-350°C (durante il ciclo di lettura)	15 minuti a 80°C
LiF (PTL-710)	240-250°C (durante il ciclo di lettura)	(effettuato nel lettore)
LiF (TLD-100)+Teflon	30 minuti a 300°C + 2 ore a 100°C	10 minuti a 100°C
LiF+gomma al silicone	30 minuti a 280°C + 2 ore a 100°C	10 minuti a 100°C
Mg ₂ SiO ₄ :Tb	2-3 ore a 500°C	

Cap. 8 – La radiazione di fondo e le schermature

8.1 - Le sorgenti della radiazione di fondo	126
8.2 - La radiazione di fondo nella spettroscopia gamma.....	131
8.4 - Materiali per le schermature	133

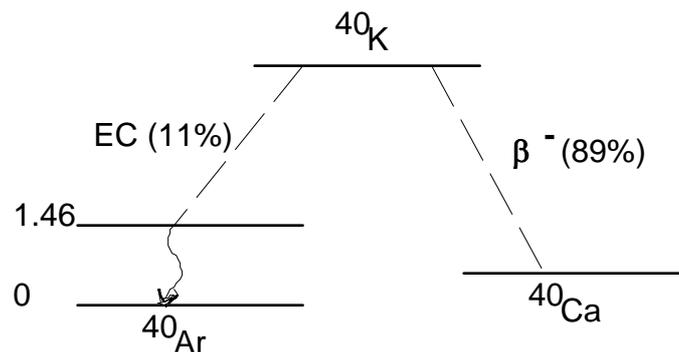
8.1 - Le sorgenti della radiazione di fondo

Esistono almeno tre tipi diversi di sorgenti di radiazione, che contribuiscono al fondo:

1. La **radioattività naturale** dei materiali costituenti lo stesso rivelatore, la strumentazione ausiliaria e le schermature e quella proveniente dalla superficie terrestre, dalle mura del laboratorio e da altre strutture vicine;
2. La radioattività dell'aria circostante il rivelatore;
3. Le componenti primaria e secondaria dei **raggi cosmici**.

1 - Radioattività dei materiali comuni.

La radioattività dei comuni materiali da costruzione è in gran parte dovuta a basse concentrazioni di radionuclidi, che si presentano come impurità. Essi sono principalmente potassio, torio, uranio e radio. Il potassio naturale contiene lo 0.012% di ^{40}K , che decade con una vita media di $1.26 \cdot 10^9$ anni secondo il seguente schema di decadimento



Le radiazioni emesse sono β^- con energia massima di 1.314 MeV (89%), raggi γ di 1.46 MeV (11%) e raggi X caratteristici dell'Ar susseguenti la cattura elettronica. I γ di alta energia contribuiscono con un picco rilevante allo spettro di fondo dei rivelatori γ in quanto il potassio è un componente del cemento e di altri materiali da costruzione.

Torio, uranio e radio con i componenti delle loro catene di decadimento contribuiscono con uno spettro misto α , β e γ . In uno spettro di radiazione terrestre (Fig. 8.1) si possono distinguere i seguenti radionuclidi:

a-serie del torio: ^{228}Ac , ^{224}Ra , ^{212}Bi , ^{212}Pb e ^{208}Tl ;

b-serie dell'uranio: ^{226}Ra , ^{214}Pb e ^{214}Bi .

Sono anche evidenti le attività naturali del ^{235}U e del ^{40}K , oltre ad un piccolo picco dovuto al ^7Be prodotto dall'interazioni dei **raggi cosmici**.

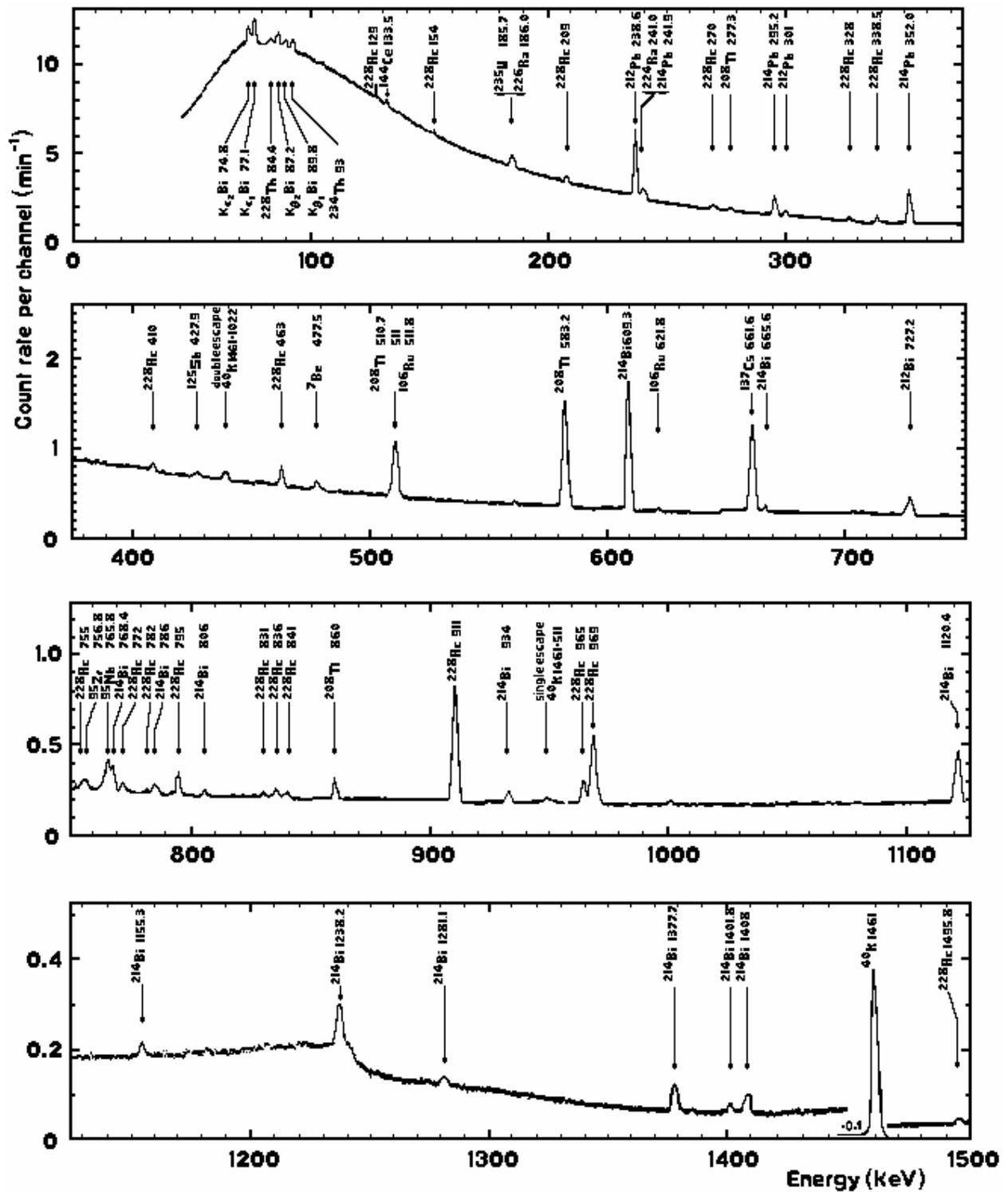


Fig. 8.1 - Spettro γ terrestre registrato in 170 ore mediante un Ge(Li) di 60 cm^3 a 1 m da terra.

Oltre alla radioattività naturale, esistono i contributi al fondo originati dalla ricaduta atmosferica (*fallout*) di alcuni prodotti di fissione generati dai test di armi nucleari. I principali radionuclidi identificabili sono: ¹³⁷Cs, predominante, ⁹⁵Zr, ⁹⁵Nb, ¹⁰⁶Ru, ¹²⁵Sb e ¹⁴⁴Ce.

In Tab. 8.1 sono listate le attività specifiche di alcuni materiali comunemente usati per la costruzione di sistemi di rivelazione. Alcuni materiali, come il vetro pyrex, contengono potassio e torio quali normali costituenti e pertanto il loro livello di radioattività non può essere ridotto come per altri, che contengono radionuclidi sotto forma di impurità e per i quali è possibile raggiungere un maggiore grado di purezza mediante raffinazione. Per tale motivo nella costruzione di rivelatori a basso fondo si preferisce usare rame o magnesio preparati elettroliticamente. L'acciaio inossidabile mostra bassi livelli di fondo mentre l'alluminio ha un sufficiente livello di impurità di uranio e/o radio da essere escluso per applicazioni di elevata qualità. L'ottone possiede una bassa attività se il suo contenuto di piombo è scarso. Le saldature e alcuni materiali dei circuiti stampati possono avere un'attività relativamente alta, per cui è necessario porre una certa attenzione al contributo che possono dare.

Tab. 8.1 - Livelli di attività naturale in comuni materiali da costruzione.

Disintegrazioni/min per grammo di materiale			
Materiale	²³² Th (583 keV)	²³⁸ U	⁴⁰ K
Alluminio (6061 da Harshaw)	0.42	0.04	<0.05
Alluminio (1100 da Harshaw)	0.24	<0.017	<0.06
Alluminio (1100 da ALCOA)	0.08	<0.026	<0.11
Alluminio (3003 da ALCOA)	0.10	<0.026	0.56
Acciaio inox (304)	<0.006	<0.007	<0.06
Acciaio inox (304-L)	<0.005	<0.005	<0.02
Magnesio (barra)	0.06	<0.04	0.1
Magnesio (lingotto)	<0.01	<0.002	<0.02
Magnesio (4"x4" da Dow)	<0.005	<0.002	<0.02
Magnesio (da PGT)	<0.05	<0.03	<0.05
Berillio-Rame	<0.02	<0.06	<0.2
Rame (foglio)	<0.05	<0.06	<0.2
Pyrex (finestra)	0.45	0.27	3.8
Quarzo (finestra)	<0.018	<0.018	<0.07
Griglia molecolare	4.4	3.0	9.0
Neoprene	<0.008	<0.01	0.36
Gomma	0.12	1.0	2.0
Apiezon Q	4.5	4.5	2.7
Nastro magnetico - 3M	<0.04	<0.06	<0.1
Cemento(Portland)	0.25	1.3	4.5
Epoxy	0.006	0.01	0.19
Smalto	0.002	0.005	0.04

Nei rivelatori a scintillazione il vetro del fotomoltiplicatore e i materiali dello zoccolo sono potenziali sorgenti di fondo. Per misure di bassa attività si preferiscono fototubi rivestiti di quarzo, il cui costo è però più elevato. Lo stesso ioduro di sodio è attualmente più esente da impurità di potassio, che una volta costituivano una sorgente rilevante di fondo.

I rivelatori di Ge(Li) sono per loro natura esenti da impurità, ma i filtri molecolari usati per mantenere il basso vuoto nel contenitore possiedono discrete concentrazioni di impurezze radioattive in quanto costituiti da materiali organici e pertanto è opportuno che vengano schermati.

Anche le schermature attorno al rivelatore per ridurre la radiazione di fondo possono essere a loro volta sorgenti di fondo come si vedrà più avanti parlando dei singoli materiali. Inoltre le superfici possono essere contaminate sia per *fallout* che per contaminazione diretta, per cui è opportuno che la superficie interna della schermatura sia pulita prima dell'installazione.

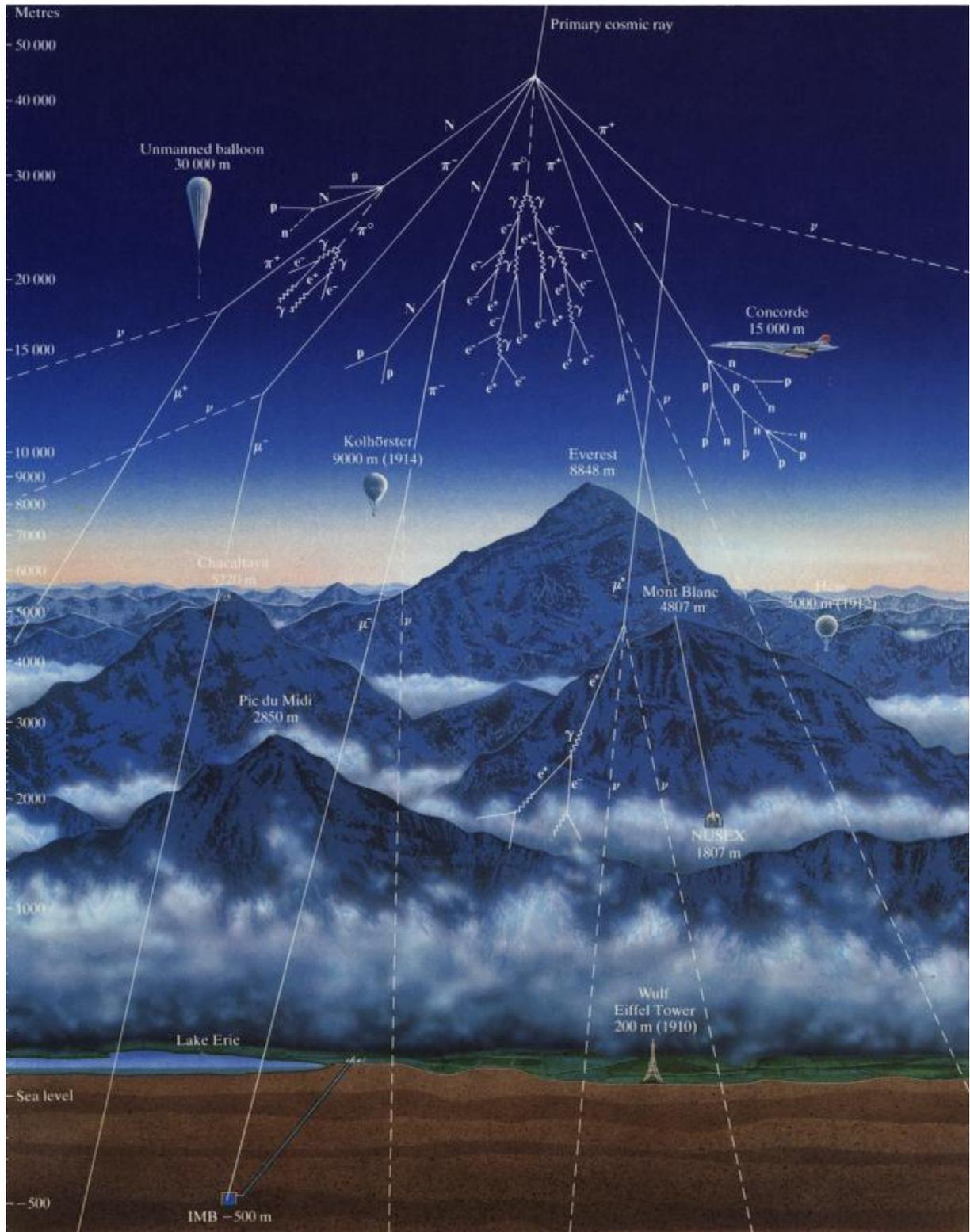
2 - *Radioattività dell'aria.*

Un considerevole contributo alla radiazione di fondo è dato dalla radioattività dell'aria, sia per la presenza di gas che di polvere. Il radon (^{222}Rn) e il toron (^{220}Rn) sono gas radioattivi a breve vita media, prodotti nelle catene di decadimento dell'uranio e del torio e presenti nel suolo e nei materiali da costruzione del laboratorio. La loro concentrazione nell'atmosfera può variare anche molto con l'ora e con le condizioni meteorologiche. La polvere radioattiva può essere costituita da radioattività naturale o da *fallout* atmosferico, eliminabile mediante filtraggio dell'aria della sala di conteggio.

3 - *Raggi cosmici.*

Un contributo significativo alla radiazione di fondo è dato dalle radiazioni secondarie prodotte dall'interazione dei raggi cosmici con l'atmosfera terrestre. La radiazione cosmica primaria (vedi **Figura**) di provenienza galattica o solare è composta da particelle cariche pesanti e da ioni pesanti di altissima energia. Interagendo con l'atmosfera, producono un gran numero di particelle secondarie, tra cui mesoni π e μ , elettroni, protoni, neutroni e fotoni, le cui energie raggiungono alcune centinaia di *MeV*. Molte di queste radiazioni giungono al suolo e generano impulsi di fondo nei rivelatori.

A causa della loro elevatissima energia cinetica, i cosmici primari e secondari hanno una bassa perdita di energia specifica ($-dE/dx$), confrontabile con quella degli elettroni veloci. Di conseguenza l'ampiezza del corrispondente impulso è piccola nei rivelatori sottili, destinati a fermare particelle cariche ma non elettroni. Tuttavia nei rivelatori solidi spessi, come NaI(Tl) o Ge(Li), l'energia depositata può essere di molti *MeV* e gli impulsi corrispondenti possono essere grandi in confronto con gli impulsi che si vogliono rivelare.



Figura

Le diverse componenti della radiazione secondaria differiscono molto nella loro capacità di penetrare la materia (la componente dura è più penetrante) ed una notevole pulizia del segnale è ottenibile con modeste schermature. Altre componenti riescono ad attraversare vari metri di materiale. Poiché i cosmici

provengono prevalentemente dall'alto, un'efficace schermatura contro di essi deve essere posta sopra il rivelatore.

I neutroni veloci, prodotti dall'interazione dei cosmici, possono creare raggi γ secondari entro il materiale della schermatura. Di grande importanza sono i γ di cattura quando un neutrone è rallentato ed assorbito. Se il materiale contiene idrogeno (per esempio il cemento), il γ di cattura a 2.22 MeV può essere visibile sullo spettro di fondo.

8.2 - La radiazione di fondo nella spettroscopia gamma

A - Contributi relativi.

L'incidenza dei vari componenti la radiazione di fondo sugli spettri γ varia a seconda delle condizioni di misura. Una buona schermatura riduce le sorgenti di fondo connesse con i raggi cosmici e con l'ambiente, ma introduce la contaminazione dovuta alle strutture e allo stesso materiale di schermo. Persino alcune centinaia di metri di terra non riescono a eliminare la componente dura dei cosmici nei laboratori sotterranei!

In Fig. 8.2 è riportato a titolo di esempio uno spettro di fondo ottenuto con un NaI(Tl) di $7.62 \times 7.62 \text{ cm}^2$, schermato da 10 t di Pb e 160 kg di miscela di paraffina e acido borico: le varie componenti della radiazione di fondo sono state separate e i contributi di quelle al di sopra dei 100 keV sono tabulati in Tab. 8.2.

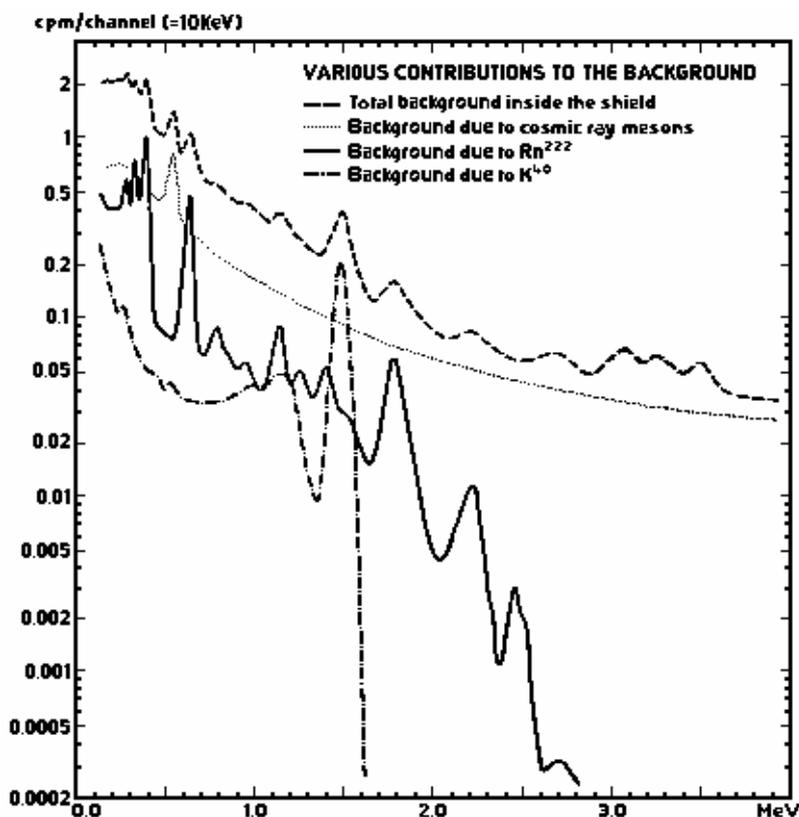


Fig. 8.2 - Componenti del fondo in un NaI(Tl) di $7.62 \times 7.62 \text{ cm}^2$.

Tab.8.2 - Conteggi di fondo sopra i 100 keV per il rivelatore di NaI(Tl) utilizzato in Fig. 8.2.

a) Fuori dallo schermo:	29200 conteggi/minuto
b) Entro lo schermo:	
mesoni da raggi cosmici	116.4
neutroni da raggi cosmici	19.4
figli del ^{222}Ra	25.9
^{40}K	8.6
fondo rimanente	33.1
Totale	203.4 conteggi/minuto

Nei rivelatori γ i conteggi dovuti al fondo crescono circa con il volume del rivelatore, per cui è opportuno scegliere delle dimensioni ottimali, compatibili con una buona efficienza di conteggio e con la minimizzazione del fondo. Un buon criterio rimane quello di massimizzare il rapporto S^2/F (Cap. 2), dove S rappresenta i conteggi della sorgente e F quelli del fondo, come d'altra parte è opportuno fare anche per altri parametri operativi (per esempio la soglia di discriminazione).

B - Variazioni nei conteggi del fondo.

In generale il fondo risulta praticamente costante nel tempo per un dato rivelatore e negli esperimenti, in cui la frequenza dei conteggi è elevata, il contributo della radiazione di fondo risulta inferiore alle fluttuazioni statistiche della stessa misura. In tal caso una misura di fondo può essere utilizzata per più giorni per la sua sottrazione dallo spettro totale.

Nelle misure con bassa frequenza di conteggi, invece, il fondo contribuisce quanto la sorgente e deve essere considerato con attenzione. In tal caso è necessario misurare le variazioni di intensità sia dei cosmici che della radioattività dell'aria, rimanendo costante la radioattività del rivelatore e del materiale circostante. Le principali variazioni della radioattività dell'aria appaiono correlate con i prodotti di decadimento del ^{222}Rn e dipendono, quindi, dalla geometria dell'apparato di misura e dalla sua ventilazione, raggiungendo differenze di qualche percento. Di conseguenza è opportuno ripetere i rilevamenti del fondo in prossimità delle misure, spesso sia prima che dopo, in certi casi anche parallelamente alla misura stessa.

C - Fondo di sorgente.

Alcuni effetti derivanti dalla sorgente medesima sono già stati trattati nel Cap. 3: si tratta della retrodiffusione Compton dei γ primari, della generazione di

fotoni secondari di annichilazione e dei raggi X caratteristici, dovuti alla produzione di coppie o all'assorbimento fotoelettrico. Questo tipo di contaminazione può essere eliminato solo rimuovendo i materiali presso il rivelatore, cioè a scapito di una buona schermatura. Solo materiali o geometrie particolari delle superfici interne possono ridurre tali effetti.

La Fig. 8.3 mostra la parte di bassa energia dello spettro del ^{22}Na rivelato da un NaI(Tl) ed evidenzia due picchi di retrodiffusione a $\sim 170\text{ keV}$ e a $\sim 77\text{ keV}$ derivanti da X di fluorescenza del Pb per assorbimento fotoelettrico dei γ primari nella schermatura. Per ridurre questa ultima componente, è opportuno ricoprire il piombo con materiali a basso Z, che agiscono da assorbitori per gli X del Pb, emettendo a loro volta X di più bassa energia. Sempre in Fig. 8.3 è visibile l'effetto prodotto da rivestimenti di rame e cadmio, che riducono gli X del Pb, ma aumentano la probabilità di retrodiffusione Compton, esaltandone i picchi.

8.4 - Materiali per le schermature

Materiali convenzionali per basso fondo.

1 - Piombo

Il piombo risulta il materiale più largamente usato per le schermature a causa della sua elevata densità e l'alto numero atomico. La [sezione d'urto](#), d'assorbimento fotoelettrico predomina ad energie superiori a 0.5 MeV e pertanto i γ relativamente duri del fondo esterno (come quelli di 1.46 MeV del ^{40}K) possono essere facilmente assorbiti. Per la sua alta densità, piccoli spessori di alcuni centimetri di Pb riducono fortemente il fondo per i consueti rivelatori γ . Inoltre è in grado di eliminare molte componenti dei [raggi cosmici](#), sebbene spessori di circa 10 cm contribuiscano al fondo con radiazioni secondarie, dovute all'interazione dei [cosmici](#) con lo stesso piombo. Esso è spesso usato sotto forma di "panetti" rettangolari, che possono essere sovrapposti per creare strutture di forme diverse.

Tab. 8.3 - Intensità di emissione α da vari materiali.

Alfa per cm^2 per ora		
Materiale	$E_g = 250\text{ keV}$	$E_g = 100\text{ keV}$
Rame lavorato	0.09	
Ottone commerciale	0.05	0.2
Acciaio dolce	0.03	0.05
Alluminio commerciale	0.31	0.2
Lega per saldature	28	

Alfa per cm^2 per ora		
Materiale	$E_g = 250 \text{ keV}$	$E_g = 100 \text{ keV}$
Nichel		0.03
Piombo	60	
Perspex		0
Solfuro di zinco in strati di Perspex (10 mg/cm^2)		0.1
Aria in una stanza	$32 \div 100 \text{ cont/hr}$	
Cilindro di N_2	0	

Il piombo comune presenta un buon livello di attività naturale; se raffinato, può contenere ancora ^{210}Pb , prodotto dal decadimento del ^{226}Ra , che ha una vita media di 20.4 anni. Mentre alcuni tipi di Pb presentano un'attività di circa 1.5 Bq/g , il piombo più raffinato è di uno o due ordini di grandezza al di sotto di questo valore.

2 - Acciaio

Ferro o acciaio sono talvolta usati quando la schermatura in piombo risulta troppo costosa. Si preferisce l'acciaio di vecchia fabbricazione (residui navali dell'ultima guerra) in quanto quello posteriore al 1950 presenta una più alta attività. Poiché ha più bassa densità del piombo, richiede spessori di alcune decine di centimetri anche per basso fondo.

3 - Mercurio

Sebbene costoso, è il materiale ottimale per le misure con basso fondo. Può essere estremamente purificato mediante distillazione e presenta così un basso livello di contaminazione interna. Poiché è liquido, deve essere posto in contenitori come la lucite, che possono assumere la configurazione voluta. Per la sua elevata densità, superiore a quella del piombo, ne bastano pochi centimetri per ottenere un'efficace schermatura.

4 - Cemento

E' usato spesso per il suo basso costo, ma presenta una elevata attività per il ^{40}K , l'uranio e i prodotti di *fallout*, che contiene. Comunemente è usato come schermo esterno, seguito da acciaio, piombo o mercurio all'interno.

Cap. 9 - Cenni di elettronica

9.1 - Terminologia e definizioni	136
9.2 - Lo standard NIM.....	137
9.3 - Linee di trasmissione	138
9.4 - Elettronica di base per l'analisi dell'impulso.....	139
A - Alimentatore d'alta tensione.....	139
B - Preamplificatore.	139
C - Amplificatore.	140
D - Discriminatore.....	142
E - Discriminatore differenziale (SCA).	143
F - Scala di conteggio.....	144
G - Convertitore analogico digitale (ADC).....	144
H - Analizzatore multicanale (MCA).....	145

9.1 - Terminologia e definizioni

Si riportano alcune definizioni d'uso corrente relative ai segnali impulsati (Fig. 9.1).

- a) *Baseline*: è il livello base di tensione o di corrente, da cui parte il segnale. Normalmente è lo zero, a meno che l'impulso non sia sovrapposto ad una tensione o ad una corrente costante.
- b) *Ampiezza* o *altezza* dell'impulso: è la massima altezza del segnale dal livello base.
- c) *Larghezza* dell'impulso: è la larghezza totale del segnale a metà altezza (FWHM=Full Width at Half Maximum).
- d) *Rise time*: tempo di salita dell'impulso dal 10% al 90% dell'ampiezza massima.
- e) *Fall time*: tempo di discesa dell'impulso dal 90% al 10% dell'ampiezza massima.
- f) *Tempo di ritardo*: tempo necessario perché l'impulso raggiunga la metà della sua ampiezza.

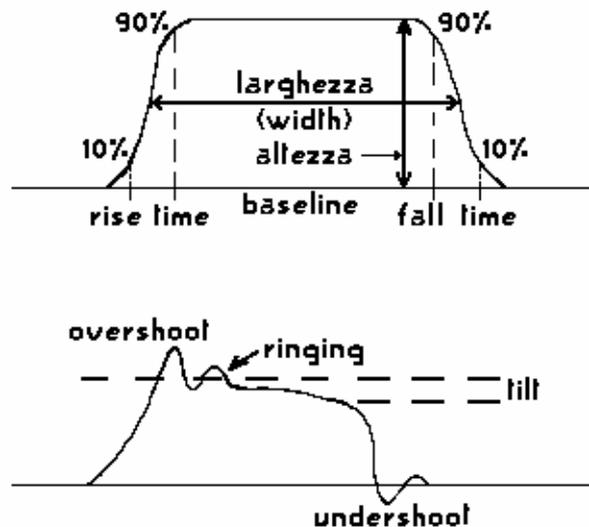


Fig. 9.1-Terminologia relativa ad un segnale impulsato.

- g) *Unipolare*: l'impulso si trova tutto da una parte rispetto al livello base.
- h) *Bipolare*: l'impulso attraversa il livello base.
- i) *Overshoot*: si ha quando un segnale supera il suo valore massimo prima di ritornarvi.
- j) *Undershoot*: si ha quando un segnale positivo attraversa la linea di zero e forma un piccolo impulso negativo.

- k) *Analógico*: il segnale varia con continuità una o più delle sue caratteristiche, cioè ampiezza e/o forma e/o larghezza, ecc.
- l) *Digitale*: il segnale può assumere solo un numero discreto e limitato di stati. Nello standard NIM l'assenza di segnale è definita dallo stato 0 V, mentre la presenza di un segnale di qualsiasi tipo è definito dallo stato 1 V (per esempio il discriminatore).
- m) *Impulso veloce*: ha un tempo di salita di qualche nanosecondo.
- n) *Impulso lento*: ha un tempo di salita superiore al centinaio di nanosecondi.

9.2 - Lo standard NIM

Lo standard NIM (Nuclear Instruments Module) è stato creato per uniformare sia meccanicamente che elettricamente i moduli in uso in Fisica Nucleare. Questi hanno dimensioni di 22.225 cm in altezza e 3.43 cm (o multipli interi) in larghezza e sono alimentati tramite un connettore i cui pins hanno assegnazioni ben definite (Fig. 9.2).

Tutti i moduli sono inseribili in un NIM bin, un crate di dimensioni standard, con 12 posti da una unità. Ogni posto è alimentato su pins assegnati mediante un connettore (Fig. 9.2) con quattro alimentazioni standard ± 12 V e ± 24 V, alle quali di recente spesso si aggiunge ± 6 V.

All'interno della standard NIM esistono due standard logici differenti, la logica lenta-positiva (Tab. 9.1), con segnali di durata dell'ordine delle centinaia di ns, e la logica rapida negativa, la cui durata di segnale è dell'ordine del ns (Tab. 9.2).

Tab. 9.1 - Logica NIM lenta positiva.

	uscita	ingresso
logico 1	+4 ÷ +12 V	+3 ÷ +12 V
logico 0	+1 ÷ -2 V	+1.5 ÷ -2 V
impedenza dei cavi	< 100 Ω	

Tab. 9.2 - Logica NIM rapida negativa.

	uscita	ingresso
logico 1	-14 ÷ -18 mA	-12 ÷ -36 mA
logico 0	-1 ÷ +1 mA	-4 ÷ +20 mA
impedenza dei cavi	50 Ω	

Esistono, poi, due tipi di segnali logici, che non fanno parte dello standard NIM: TTL (*Transistor-Transistor-Logic*) ed ECL (*Emitter-Coupled Logic*, logica veloce), i cui valori sono riportati in Tab. 9.3 a puro titolo d'informazione.

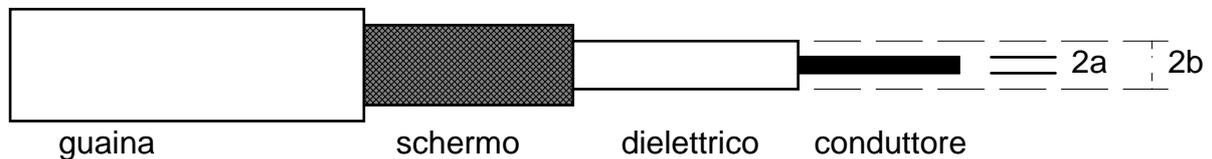
Tab. 9.3 - Tipi di segnale logico non NIM.

	TTL	ECL
logico 1	+2 ÷ +5 V	-1.75 V
logico 0	0 ÷ 0.8 V	-0.90 V

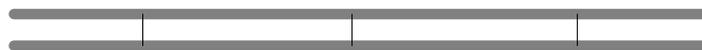
9.3 - Linee di trasmissione

Anche i cavi rispondono a caratteristiche ben definite sia costruttive (Fig. 9.3), sia elettriche, che riportiamo in Tab. 9.4 per quelli di uso corrente, cioè RG58 e RG59, che montano connettori BNC, e RG174, che monta connettori in miniatura LEMO. E' importante l'uso corretto del cavo opportuno per ogni utilizzo, in quanto esso, pur essendo un elemento passivo del circuito, può creare distorsioni dei segnali e perfino riflessioni, che simulano impulsi doppi o peggio. In tali casi è necessario terminare il cavo con una resistenza in parallelo (da 50 Ω per RG58 e RG174), che serve per l'adattamento d'impedenza fra due elementi di un circuito (per esempio su un oscillografo).

a) Cavo coassiale



b) Linea bifilare



c) Trecciola



Fig. 9.3 - Caratteristiche di alcuni tipi di cavo.

Il cavo coassiale (Fig. 9.3) offre la migliore protezione contro i disturbi elettromagnetici esterni ed è quindi normalmente usato in misure di fisica nucleare.

Tab. 9.4-Caratteristiche elettriche di due tipi di cavo.

Sigla	ritardo [ns/m]	diametro [cm]	capacità [pF/m]	max. V [kV]	Z [Ω]	uso
RG58	5.14	0.307	93.5	1.9	50	segnale
RG174	5.14	0.152	98.4	1.5	50	segnale
RG59	5.14	0.381	68.9	2.3	73	HV

9.4 - Elettronica di base per l'analisi dell'impulso

In un sistema di acquisizione ed analisi di segnali elettronici sono indispensabili alcuni strumenti, che qui descriviamo sinteticamente.

A - Alimentatore d'alta tensione.

E' uno strumento che, alimentato a 115 o 220 V in alternata, fornisce una tensione variabile da 0 V fino ad alcuni kV in continua, atta ad alimentare fotomoltiplicatori, camere a ionizzazione, rivelatori a semiconduttori e vari altri rivelatori. Esso deve essere dotato di buona stabilità, della possibilità di invertire la polarità dell'alimentazione, di un basso livello di rumore, di poca o nessuna deriva su tempi lunghi.

B - Preamplificatore.

E' utilizzato per amplificare i deboli segnali provenienti da un rivelatore e inviarli alla successiva elettronica, possibilmente senza aggiungere disturbi. Per i suddetti motivi è montato il più vicino possibile al rivelatore onde evitare attenuazioni del segnale, disturbi derivanti da campi magnetici, ecc. In alcuni rivelatori, come gli scintillatori, una prima amplificazione è già intervenuta precedentemente nel fotomoltiplicatore (PMT) e in tal caso le caratteristiche di guadagno e basso disturbo del preamplificatore sono meno critiche.

Ne esistono di tre tipi: a)sensibili alla tensione, b)sensibili alla carica e c)sensibili alla corrente. Il terzo tipo non ci interessa, vediamo rapidamente i primi due:

a - Sensibile alla tensione (Fig. 9.6):

la tensione in ingresso è quella che la carica Q , prodotta dal rivelatore, forma su C , somma delle capacità intrinseca del rivelatore e del circuito d'ingresso:

$$9.1) \quad V = \frac{Q}{C}$$

E' importante, quindi, che C resti costante, come effettivamente succede nei PMT, nei contatori proporzionali e nei Geiger-MÜller. Nei rivelatori a semiconduttore ciò non accade, perché la capacità intrinseca del rivelatore varia con la temperatura a causa delle correnti di perdita del diodo semiconduttore. Per questi rivelatori si usa perciò il terzo tipo di preamplificatore.

B - Sensibile alla carica (Fig. 9.7):

in questi la carica viene integrata su una capacità C_f e la tensione in uscita è data da

$$9.2) \quad V_o = -\frac{Q}{C_f}$$

indipendente quindi dalla capacità intrinseca del rivelatore.

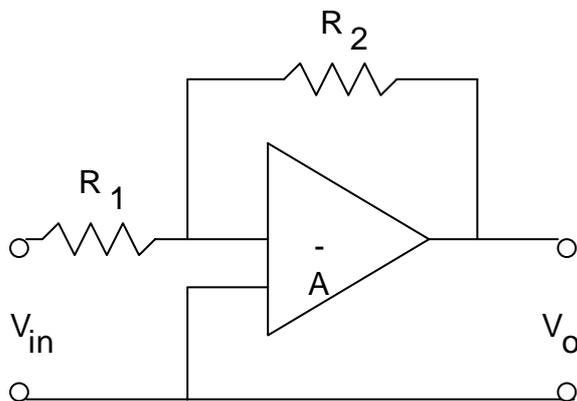


Fig. 9.6 - Schema di preamplificatore di tensione

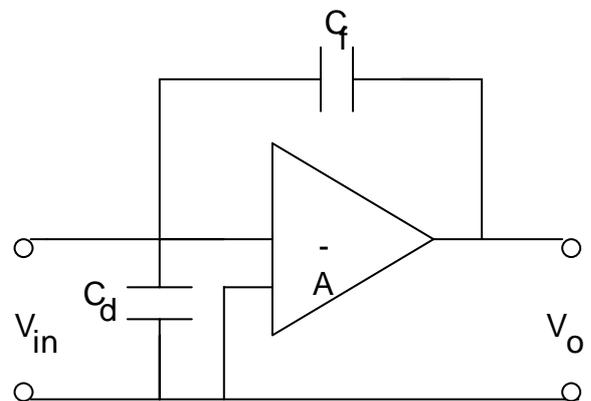


Fig. 9.7 - Schema di un preamplificatore di carica.

C - Amplificatore.

Serve principalmente a due scopi: amplificare il segnale, che proviene dal preamplificatore, e riformarlo in modo conveniente per essere utilizzato successivamente. In ogni caso deve conservare le informazioni che interessano. Se è importante l'ampiezza dell'impulso, deve conservare una rigorosa proporzionalità fra il segnale di ingresso e quello di uscita (amplificatore lineare). Il guadagno deve essere variabile, in modo da potere adattare il segnale a un analizzatore di spettro.

Negli amplificatori per la spettroscopia è fondamentale la forma dell'impulso che, provenendo dal preamplificatore, presenta una coda di tipo esponenziale con un τ variabile da qualche μs fino a $100 \mu s$, mentre l'altezza è proporzionale all'energia.

Pile-up

Se un secondo segnale arriva entro il tempo τ della coda del segnale precedente, si posiziona sulla coda del precedente e simula un'ampiezza maggiore di quella reale (Fig. 9.8). Questo fenomeno di sovrapposizione (*pile-up*), che distorce il segnale, può essere evitato o riducendo i conteggi al secondo al di sotto di $1/\tau$ (non è sempre possibile senza far perdere significato alle misure), oppure riducendo la coda mediante la riformazione del segnale.

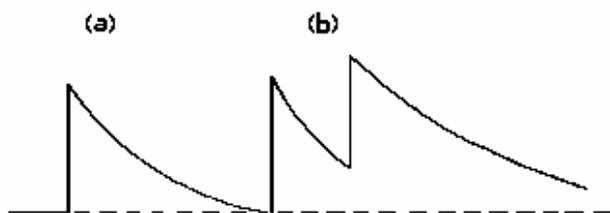


Fig. 9.8 - a) Coda esponenziale dovuta al preamplificatore; b) un secondo impulso giunge sulla coda del primo (*pile-up*).

Un ulteriore motivo rende importante la forma dell'impulso: l'ottimizzazione del rapporto segnale/fondo, che risulta tanto migliore quanto più il segnale è gaussiano o triangolare. I più sofisticati e costosi amplificatori sono dotati di circuiti ausiliari, fra i quali citiamo solo:

a) CR-RC formazione dell'impulso: attraverso una serie di circuiti CR di differenziazione ed RC di integrazione (Fig. 9.9), il segnale è filtrato a basse (differenziazione) e ad alte (integrazione) frequenze, migliorando il rapporto segnale/fondo.

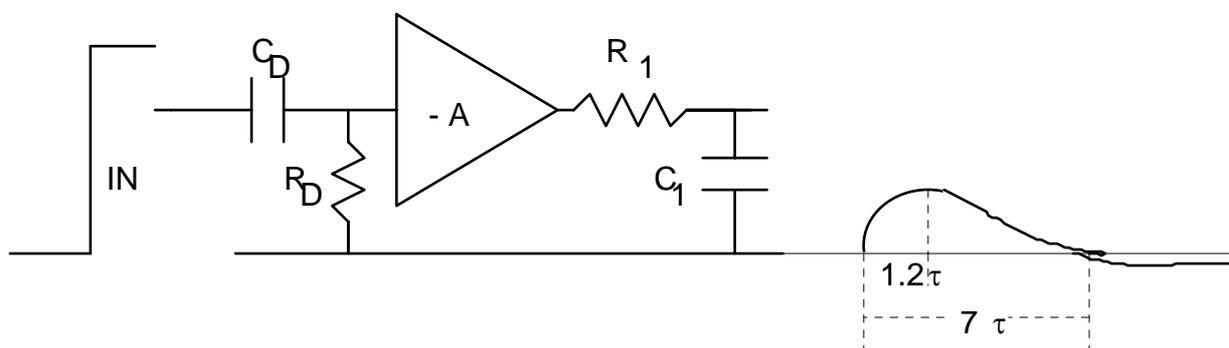


Fig. 9.9 - Circuito CR-RC (dal catalogo ORTEC).

b) cancellazione di polo zero: serve a ridurre l'*undershoot* residuo dovuto all'integrazione RC, che altrimenti simulerebbe un segnale successivo di

ampiezza inferiore (Fig. 9.10). E' in sostanza una resistenza variabile posta in parallelo alla capacità.



Fig. 9.10 - a) Difetto di ampiezza causato dall'*undershoot* dovuto al circuito CR-RC; b) Circuito di cancellazione del polo zero (dal catalogo ORTEC).

D - Discriminatore.

E' uno strumento utilizzato per fornire un segnale logico solo se l'impulso è superiore a un determinato valore, detto soglia, selezionabile mediante un regolatore variabile (Fig. 9.11). Si usa per eliminare segnali non voluti di piccola ampiezza e in tal caso si comporta come un [convertitore analogico digitale](#). Risultano importanti due sue caratteristiche:

- la risoluzione di un doppio impulso, che è data dal più piccolo intervallo di tempo fra due impulsi consecutivi che il discriminatore riesce ad apprezzare, generando due impulsi separati in uscita (un discriminatore veloce arriva ad alcuni *ns*);
- la frequenza massima di un continuo di impulsi, che consiste nella più elevata frequenza di impulsi equispaziati che il discriminatore è in grado di accettare (il solito discriminatore veloce può arrivare fino a 200 *Mhz*).

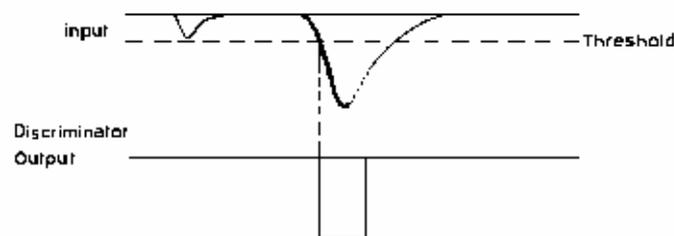


Fig. 9.11 - Modalità di funzionamento di un discriminatore: solo segnali di ampiezza maggiore della soglia forniscono un impulso logico.

E - Discriminatore differenziale (SCA).

Detto anche analizzatore di singolo canale, può fornire come il discriminatore un segnale logico ogni volta che un impulso ha l'ampiezza superiore alla soglia LLD (Lower Level Discriminator). In più possiede una soglia superiore ULD (Upper Level Discriminator), che elimina i segnali di ampiezza superiore, permettendo in tale modo di formare una finestra (Fig. 9.12). Spostando questa finestra sistematicamente su tutto uno spettro di ampiezza, si può ottenere il numero di conteggi al secondo in ogni posizione e quindi un istogramma dello spettro d'ampiezza.

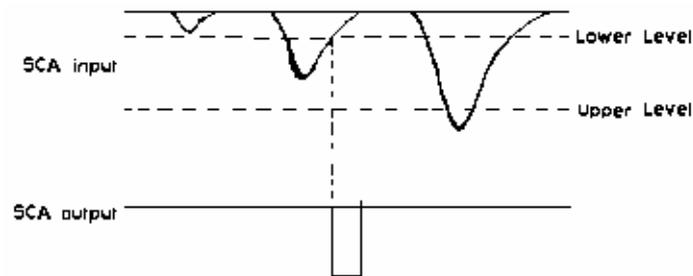


Fig. 9.12 - Modalità di funzionamento di un discriminatore differenziale (SCA): solo segnali di ampiezza compresa entro la finestra forniscono un impulso logico.

Il discriminatore differenziale può lavorare nei seguenti tre modi:

a - Modo normale o differenziale:

le due soglie LLD e ULD possono essere posizionate e spostate indipendentemente l'una dall'altra.

b - Modo finestra:

una volta definita la finestra, questa rimane costante anche se si varia la soglia inferiore LLD. Questo è il modo giusto per l'analisi spettrale.

c - Modo integrale:

eliminando la soglia superiore ULD, il funzionamento è uguale a quello di un discriminatore.

Caratteristiche importanti sono:

- la *linearità integrale* (Fig. 9.13), che determina il grado di corrispondenza tra la soglia di riferimento e la soglia reale, è definita come

$$9.3) \quad L_i = 100 \frac{|\Delta V_{\max}|}{V_{\max}}$$

dove ΔV_{\max} è la massima deviazione della soglia reale dalla soglia ideale e V_{\max} è la tensione massima in ingresso allo SCA.

- la *linearità differenziale* (Fig. 9.14), che fornisce la misura della costanza della ampiezza della finestra al variare della LLD, è definita dalla

$$9.4) \quad L_d = 100 \frac{\Delta V_w}{V_w}$$

dove ΔV_w è la massima variazione di ampiezza della finestra al variare della LLD e V_w è l'ampiezza ideale della finestra.

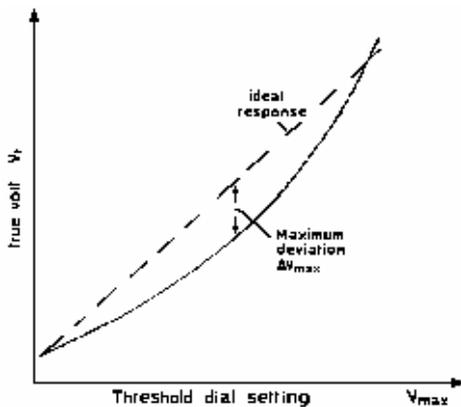


Fig. 9.13 - Linearità integrale di un SCA.

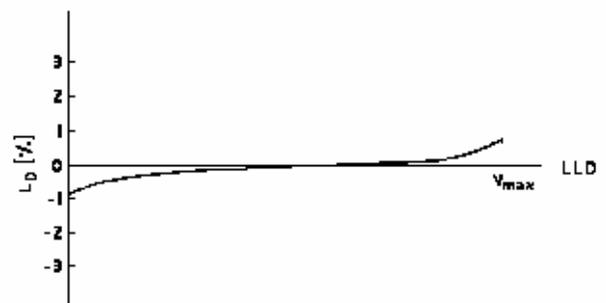


Fig. 9.14- Linearità differenziale di un SCA.

F - Scala di conteggio.

Questo strumento conta il numero di impulsi inviati al suo ingresso e lo presenta in un *display*. Per funzionare correttamente, una scala deve ricevere impulsi adatti, che normalmente è opportuno provengano da un discriminatore o da un formatore. Spesso le scale sono dotate di *preset* oltre ai pulsanti di azzeramento, di *start* e di *stop*.

G - Convertitore analogico digitale (ADC).

E' uno strumento che converte l'informazione di un segnale analogico in una equivalente forma digitale. Per esempio, impulsi di ingresso fra 0 e 10 V sono trasformati in numeri digitali fra 0 e 100 (in realtà gli ADC convertono in

binario, non in decimale). Un impulso di 2 V verrà convertito nel numero digitale 20; 100 mV diverranno 2 e così via. Naturalmente la risoluzione migliora se la conversione avviene su 1000 o più canali anziché 100.

Gli ADC possono essere di due tipi: sensibili al picco o sensibili alla carica. Nei primi è digitalizzato il massimo di un impulso di tensione, negli altri la corrente totale integrata. Questi ultimi sono utilizzati, per esempio, con i PMT nel modo corrente (rivelatori veloci), mentre quelli di picco per i PMT nel modo tensione, cioè per segnali più lenti, che sono già stati integrati.

Esistono diversi metodi di conversione, che non riportiamo. Piuttosto è utile sapere che il tempo di conversione, dell'ordine di alcune decine di μs o più, dipende dal numero di digits desiderati. Le linearità integrale e differenziale degli ADC usano le stesse definizioni che per lo SCA.

H - Analizzatore multicanale (MCA).

È uno strumento molto sofisticato, che digitalizza l'ampiezza dell'impulso d'ingresso mediante un ADC, quindi incrementa il canale di una memoria, il cui indirizzo è proporzionale al valore convertito. Il contenuto dei canali viene memorizzato e può essere visualizzato su uno schermo e/o stampato. Viene definito guadagno di conversione il numero di canali in cui viene convertito l'intervallo di tensione accettato; questo determina la risoluzione del MCA. Esistono in commercio MCA da 128 fino 16K canali.

Schematicamente un multicanale risulta formato da un ADC, uno SCA ed una memoria, più eventuali periferiche (Fig. 9.15).

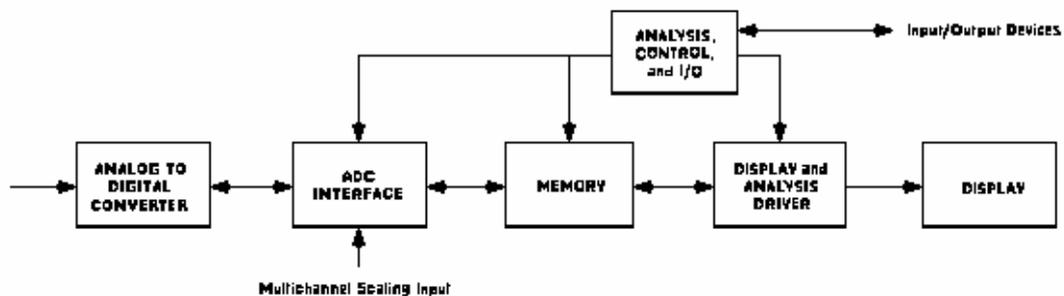


Fig. 9.15 - Schema dei componenti un analizzatore multicanale (MCA)