Über die Kerntheorie.

Von **Ettore Majorana**, zur Zeit in Leipzig.

Mit 3 Abbildungen. (Eingegangen am 3. März 1933.)

Es wird eine Neubegründung der Heisenbergschen Kerntheorie diskutiert, die zu einer etwas abweichenden Hamiltonfunktion führt. Dementsprechend wird eine statistische Behandlung der Kerne entwickelt.

Die Entdeckung des Neutrons, d. h. eines schweren und ladungslosen Elementarteilchens, hat die Möglichkeit geboten, eine Kerntheorie aufzubauen, die, ohne allerdings die grundsätzlichen mit dem β-Zerfall verbundenen Schwierigkeiten aufzulösen, wohl aber die Begriffe der Quantenmechanik in einem Bereich zu benutzen gestattet, der geschlossen schien. Nach Heisenberg[1]) ist es möglich, für viele Zwecke die Kerne als aus Protonen und Neutronen bestehend, d. h. aus Teilchen mit fast der gleichen Masse, die den Drehimpuls $\frac{1}{2}\frac{h}{2\pi}$ haben und der Fermischen Statistik gehorchen, zu betrachten. Das Studium der Kerne ist also zurückgeführt auf die Aufsuchung einer geeigneten Hamiltonfunktion, die für ein solches System materieller Punkte gültig sei, und zwar in nichtrelativistischer Näherung, da die Geschwindigkeiten der Teilchen vermutlich ziemlich klein im Vergleich zur Lichtgeschwindigkeit sind $\left(v \sim \frac{c}{10}\right)$. Um eine zweckmäßige Wechselwirkung zwischen den Bausteinen der Kerne aufzustellen, hat sich Heisenberg von einer offenbaren Analogie leiten lassen. Das Neutron wird als aus einem Proton und einem Elektron bestehend, also wie ein nach einem den jetzigen Theorien unzugänglichen Prozeß konzentriertes Wasserstoffatom gedacht und zwar so, daß es seine statistische Eigenschaften und seinen Drehimpuls verändere. Heisenberg nimmt nun an, daß zwischen Protonen und Neutronen Austauschkräfte wirken denjenigen ähnlich, die für die Molekularbindung von H und H^+ vor allem verantwortlich sind. Zu einer solchen Wechselwirkung zwischen Neutronen und Protonen, die als maßgebend für die Kernstabilität betrachtet wird, fügen sich die Coulombabstoßungskräfte zwischen Protonen, Anziehungskräfte vom van der Waals-Typus zwischen Neutronen und eine Art von „elektrostatischer" Wechselwirkung zwischen Protonen und Neutronen[2]).

[1]) W. Heisenberg, ZS. f. Phys. **77**, 1, 1932; **78**, 156, 1933.
[2]) W. Heisenberg, ebenda **80**, 587, 1933.

Man kann natürlich an der Gültigkeit dieser Analogie zweifeln, denn einerseits gibt die Theorie keine Auskunft über die innere Struktur des Neutrons, andererseits scheint die Wechselwirkung zwischen Neutron und Proton groß im Vergleich zum Massendefekt des Neutrons, wie er von Chadwick bestimmt worden ist, zu sein. Ich glaube also, es sei nicht ohne Interesse zu zeigen, wie man zur Aufstellung einer der von Heisenberg betrachteten sehr ähnlichen Hamiltonfunktion gelangen kann, wenn man nur die allgemeinsten und offenbarsten Kerneigenschaften am einfachsten wiedergeben will. Wir werden dafür ein statistisches Verfahren zu benutzen haben, an dessen Zulässigkeit für Größenordnungsbestimmungen kaum zu zweifeln ist. Ich möchte noch darauf aufmerksam machen, daß infolge des von mir festgelegten Kriteriums für die Auswahl der Hamiltonfunktion jetzt die Austauschkräfte das umgekehrte Vorzeichen wie in der Heisenbergschen Theorie haben, daher sind die Symmetriecharaktere der Eigenfunktionen, die zum Normalzustand gehören, und die ganze statistische Behandlung verschieden von der in Heisenbergs Arbeit.

1. Die ziemlich zahlreichen Auskunftquellen, die wir über die Kernstruktur besitzen, d. h. radioaktive Zerfälle, künstliche Zerfälle und Anregungen, anomale Streuung von α-Teilchen, Massendefektmessungen usw., scheinen einstimmig darauf hinzudeuten, daß den Kernen keine stark unitäre, den Atomen ähnliche Organisation zuzuschreiben ist. Im Gegenteil sieht es so aus, als ob die Kerne aus ziemlich unabhängigen Konstituenten bestehen, die nur bei unmittelbarer Berührung aufeinander wirken. Man findet so im Zentrum des Atoms eine Art von Materie wieder, die mit denselben Eigenschaften von Ausdehnung und Undurchdringlichkeit versehen ist wie die makroskopische Materie. Aus einer solchen Materie sind die leichten und schweren Kerne ebenfalls konstituiert und der Unterschied zwischen den einen und den anderen hängt vor allem von ihrem verschiedenen Inhalt von „Kernmaterie" ab. Eine solche Vorstellung kann natürlich nur richtig sein, wenn die Coulombabstoßung zwischen den positiven Konstituenten der Kerne keine sehr große Rolle spielt; das ist sicher der Fall für ziemlich leichte Kerne; für die schwereren Kerne muß infolgedessen eine gewisse Korrektur eingeführt werden.

Nehmen wir nach dem oben Gesagten an, daß die Kerne aus Protonen und Neutronen bestehen, so ist unser Problem, das einfachste Wechselwirkungsgesetz zwischen diesen Teilchen, aufzustellen, welches, sofern die elektrostatische Abstoßung vernachlässigbar ist, zur Definition einer undurchdringlichen Materie führt. Es handelt sich eigentlich darum, drei

Wechselwirkungsgesetze aufzustellen, und zwar zwischen Protonen, zwischen Protonen und Neutronen und zwischen Neutronen. Wir werden aber der Einfachheit halber annehmen, daß zwischen jedem Paar von Protonen nur die Coulombsche Kraft wirke; diese Annahme kann sich darauf einigermaßen stützen, daß der klassische Radius der Protonen viel kleiner als der mittlere Abstand der Teilchen innerhalb des Kernes ist. Ferner kommt der Coulombschen Kraft keine große Wichtigkeit für leichte Kerne zu, und da diese aus beinahe ebensovielen Neutronen wie Protonen bestehen, liegt es nahe, als wichtigste Ursache der Kernstabilität eine besondere Wechselwirkung zwischen Protonen und Neutronen zu betrachten; zwischen den Neutronen aber nehmen wir an, daß keine merkliche Wechselwirkung sich abspiele, da kein sicherer Grund für das Gegenteil vorliegt. Also müssen wir nunmehr nur eine geeignete Kopplung zwischen Protonen und Neutronen aufstellen. Infolge der schon hervorgehobenen, scheinbaren Ähnlichkeit zwischen der Kernstruktur und derjenigen der festen Körper oder der Flüssigkeiten könnte es plausibel scheinen, eine Wechselwirkung von demselben Typus wie für Atome und Moleküle, d. h. Anziehungskräfte bei großem Abstand und stark abstoßende Kräfte bei kleinem Abstand festzulegen, so daß die „Undurchdringlichkeit" der Teilchen gesichert ist (siehe Fig. 1). Außerdem müßte man aber noch Abstoßungskräfte zwischen Neutronen bei kleiner Entfernung annehmen, um die gewünschte Proportionalität zwischen Teilchenzahl und Kernvolumen zu erhalten. Eine solche Lösung des Problems ist aber vom ästhetischen Standpunkt aus unbefriedigend, denn man muß nicht nur Anziehungskräfte von unbekanntem Ursprung zwischen den Elementarteilchen annehmen sondern noch, bei kleinem Abstand, Abstoßungskräfte von ungeheurer Größenordnung, die von einem Potential von etwa einigen hundert Millionen Volt abhängen. Wir wollen deshalb einen anderen Weg einschlagen, mit Einführung von so wenigen willkürlichen Elementen, wie es möglich ist. Die Hauptschwierigkeit, die zu überwinden ist, besteht in der Frage, wie man zu einer von der Masse des Kernes unabhängigen Dichte gelangen kann, ohne die freie Beweglichkeit der Teilchen durch eine künstliche Undurchdringlichkeit zu hindern. Wir dürfen z. B. nach einem Typus von Wechselwirkung suchen, bei dem die mittlere Energie pro Teilchen nie eine gewisse Grenze überschreiten kann, wie groß auch die Dichte sein mag; das könnte eintreten infolge irgendeiner Absättigungserscheinung, die der Valenzsättigung einigermaßen analog sein dürfte. Eine solche Wechselwirkung zwischen Neutronen

Fig. 1.
Potentielle Energie zwischen zwei Atomen.

und Protonen wird, wie wir beweisen werden, durch folgenden Ausdruck gegeben:

$$(Q', q' \mid J \mid Q'', q'') = -\delta(q' - Q'')\,\delta(q'' - Q')\,J(r). \tag{1}$$

Hierbei ist $r = | q' - Q' |$ gesetzt worden und Q und q sind die Koordinaten eines Neutrons bzw. eines Protons. Die Funktion $J(r)$ ist positiv und sie darf den in Fig. 2 bezeichneten Gang aufweisen. Der Ausdruck (1) bedeutet, daß zwischen dem Neutron und dem Proton Anziehung bzw. Abstoßung stattfindet, je nachdem die Wellenfunktion ungefähr symmetrisch oder antisymmetrisch in den beiden Teilchen ist. Um der besonderen Stabilität des α-Teilchens Rechnung zu tragen, werden wir noch annehmen, daß Q und q in (1) nur die Schwerpunktskoordinaten mit Ausschließung des Spins sein sollen. So erhält man, daß auf jedes Proton im α-Teilchen beide Neutronen statt eins wirken und umgekehrt, da wir eine symmetrische Funktion in den Schwerpunktskoordinaten aller Protonen und Neutronen (was streng bei Vernachlässigung der Coulombschen Energie der Protonen gilt) annehmen können. Im α-Teilchen sind alle vorhandenen vier Partikeln in demselben Zustand, so daß es eine abgeschlossene Schale in höherem Sinne als das Heliumatom ist. Geht man vom α-Teilchen zu schwereren Kernen über, so kann man nicht mehr, wegen des Pauliverbots, weitere Teilchen in demselben Zustand ansetzen, und da außerdem die Austauschenergie (1) nur dann im allgemeinen groß ist, wenn Proton und Neutron sich in demselben Zustand befinden, muß man erwarten, was genau der Erfahrung entspricht, daß bei schweren Kernen der Massendefekt pro Partikel nicht wesentlich größer als beim α-Teilchen sein dürfte.

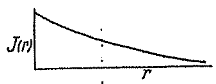

Fig. 2.
Gang der Resonanzkräfte.

Wir wollen jetzt den Ausdruck (1) der Wechselwirkungsenergie zwischen Proton und Neutron mit demjenigen vergleichen, den man aus dem Resonanzglied der Heisenbergschen Hamiltonfunktion herleiten kann, wenn man durch Betrachtung der Neutronen und Protonen als verschiedener Teilchen die unbequeme ϱ-Spinkoordinate eliminiert. Dann findet man einen zu (1) ähnlichen Ausdruck, aber mit zwei grundsätzlichen Unterschieden. Erstens nach Heisenbergschem Ausdruck sollen Q und q in (1) alle Koordinaten einschließlich des Spins bezeichnen. Zweitens nimmt Heisenberg für die Resonanzkräfte das umgekehrte Vorzeichen an, was für die statistischen Folgen am wichtigsten ist, denn infolgedessen sind die Symmetriecharakter der Eigenfunktionen bei der Heisenbergschen Theorie solche, daß keine Absättigung stattfindet und noch Abstoßungskräfte bei kleinen Entfernungen notwendig sind[1]). Wir werden jetzt näher untersuchen, in welcher Weise diejenige Absättigung eintritt, die zur experimentellen Erscheinung der Undurchdringlichkeit der Kernkonstituenten führt.

2. In erster Näherung betrachten wir die Eigenfunktion des Kernes als durch ein Produkt zweier Funktionen darstellbar, die von den Koordinaten der n_1, Neutronen, bzw. der n_2, Protonen, abhängen:

$$\psi = \psi_N(Q_1, \Sigma_1, \ldots, Q_{n_1}, \Sigma_{n_1})\, \psi_P(q_1, \sigma_1, \ldots, q_{n_2}, \sigma_{n_2}) \tag{2}$$

und denken wir uns ψ_N und ψ_P als aus Produkten von individuellen, orthogonalen Eigenfunktionen durch Antisymmetrisierung erhalten:

$$\left.\begin{aligned} \psi_N &= \frac{1}{\sqrt{n_1!}} \Sigma_R \pm R\, \psi'_N(Q_1, \Sigma_1) \ldots \psi_N^{n_1}(Q_{n_1}, \Sigma_{n_1}), \\ \psi_P &= \frac{1}{\sqrt{n_2!}} \Sigma_R \pm R\, \psi'_P(q_1, \sigma_1) \ldots \psi_P^{n_2}(q_{n_2}, \sigma_{n_2}). \end{aligned}\right\} \tag{3}$$

Im Falle einer großen Anzahl von Teilchen dürfen die individuellen Wellenfunktionen ψ mit freie Teilchen darstellenden Wellenpaketen identifiziert werden. Aus der Rechnung wird es sich ergeben, daß jedes Proton im Mittel der Wirkung einer kleinen Anzahl (eins oder zwei) Neutronen unterliegt und umgekehrt; daher führt die Annahme von zu freien Teilchen gehörenden Wellenfunktionen infolge merklicher Polarisationseffekte einen gewissen Fehler ein. Die Methode ist aber für Größenordnungsbestimmungen ohne Zweifel anwendbar.

Wir müssen also den über die Eigenfunktion (2) genommenen Mittelwert der gesamten Energie berechnen und nach den Bedingungen suchen, unter denen er minimal wird. Die Energie besteht aus drei Teilen:

$$W = T + E + A, \tag{4}$$

wobei T die kinetische Energie, E die elektrostatische Energie der Protonen und A die Austauschenergie bezeichnen sollen. Wir nehmen der Einfachheit halber an, daß alle individuellen im Schwerpunkt festgesetzten Zustände entweder frei oder zweimal mit entgegengesetzter Spinrichtung besetzt seien. Dann sind n_1 und n_2 gerade Zahlen. Wir führen noch die Diracschen Dichtenmatrizen ein:

$$\left.\begin{aligned} (q'|\varrho_N|q'') &= \sum_{\sigma_i=1}^{2} \sum_{i=1}^{n_1} \psi_N^i(q', \sigma_i)\, \overline{\psi}_N^i(q'', \sigma_i), \\ (q'|\varrho_P|q'') &= \sum_{\sigma_i=1}^{2} \sum_{i=1}^{n_2} \psi_P^i(q', \sigma_i)\, \overline{\psi}_P^i(q'', \sigma_i). \end{aligned}\right\} \tag{5}$$

[1]) W. Heisenberg, ZS. f. Phys. 80, 587, 1933. Für die Möglichkeit, diese Arbeit vor der Publikation zu sehen, bin ich Herrn Prof. Heisenberg zum größten Dank verpflichtet.

Es gelten die Gleichungen:

$$\varrho_N^2 = 2\,\varrho_N, \quad \varrho_P^2 = 2\,\varrho_P, \tag{6}$$

wobei der Faktor 2 vom Spin herrührt, und daraus folgt:

$$\varrho_N = \left\langle\begin{matrix}2\\0\end{matrix}\right., \quad \varrho_P = \left\langle\begin{matrix}2\\0\end{matrix}\right.. \tag{7}$$

Wenn M die Masse jedes Teilchens, näherungsweise dieselbe für Neutronen und Protonen, ist, wird sich ergeben:

$$T = \frac{1}{2\,M}\,\mathrm{Spur}\,[(\varrho_N + \varrho_P)\,p^2], \tag{8}$$

$$E = \frac{e^2}{2}\int (q'\,|\,\varrho_P\,|\,q')\,\frac{1}{|q' - q''|}\,(q''\,|\,\varrho_P\,|\,q'')\,\mathrm{d}q'\,\mathrm{d}q'' + \cdots \tag{9}$$

Wir haben in (9) ein Glied, das im wesentlichen die *gewöhnliche*, von der Coulombschen Wechselwirkung der Protonen abhängige Austauschenergie darstellt, weggelassen. Dieses Glied ist von Dirac[1]) berechnet worden, und es ist nicht sehr wichtig, wenn die Anzahl der Teilchen groß ist.

Wir haben schließlich:

$$A = -\int (q'\,|\,\varrho_N\,|\,q'')\,J\,|\,q' - q''\,|\,(q''\,|\,\varrho_P\,|\,q')\,\mathrm{d}q'\,\mathrm{d}q''. \tag{10}$$

Wenn die Zahl der Teilchen groß ist, dürfen ϱ_N und ϱ_P als fast diagonale Matrizen und sogar als klassische Funktionen von p und q betrachtet werden, und zwar ist die beste Bindung zwischen Matrizen und klassischen Funktionen[2]) durch folgende Beziehungen gegeben:

$$\left.\begin{aligned}\left(q - \frac{v}{2}\,\middle|\,\varrho_N\,\middle|\,q + \frac{v}{2}\right) &= \frac{1}{h^3}\int \varrho_N(p, q)\,e^{-\frac{2\pi i}{h}(p, v)}\,\mathrm{d}p,\\ \left(q - \frac{v}{2}\,\middle|\,\varrho_P\,\middle|\,q + \frac{v}{2}\right) &= \frac{1}{h^3}\int \varrho_P(p, q)\,e^{-\frac{2\pi i}{h}(p, v)}\,\mathrm{d}p\end{aligned}\right\} \tag{11}$$

und durch diejenige, die man aus Umkehrung der Fourierschen Integrale erhält.

Wenn man in die vorigen Ausdrücke (11) einsetzt, bekommt man:

$$T = \frac{1}{2\,M}\int \frac{\varrho_N(p, q) + \varrho_P(p, q)}{h^3}\,p^2\,\mathrm{d}p\,\mathrm{d}q, \tag{12}$$

$$E = \frac{e^2}{2}\,\frac{\varrho_P(p, q)\,\varrho_P(p', q')}{h^6}\,\frac{1}{|q - q'|}\,\mathrm{d}p\,\mathrm{d}q\,\mathrm{d}p'\,\mathrm{d}q', \tag{13}$$

$$A = \int \frac{\varrho_N(p, q)\,V_N(p, q)}{h^3}\,\mathrm{d}p\,\mathrm{d}q = \int \frac{\varrho_P(p, q)\,V_P(p, q)}{h^3}\,\mathrm{d}p\,\mathrm{d}q, \tag{14}$$

---

1) P. A. M. Dirac, Proc. Cambridge Phil. Soc. **26**, 376, 1930.
2) Siehe z. B. Dirac, ebenda.

wobei $V_N(p, q)$ und $V_P(p, q)$ die klassischen Funktionen, die den Matrizen

$$\left.\begin{aligned}(q'|V_N|q'') &= -(q'|\varrho_P|q'')\,J\,|q'-q''|,\\ (q'|V_P|q'') &= -(q'|\varrho_N|q'')\,J\,|q'-q''|\end{aligned}\right\}\tag{15}$$

entsprechen, bezeichnen sollen.

Wir nehmen nun an, daß in der Nähe eines Punktes q die Zustände kleiner Energie besetzt seien, sowohl von den Neutronen wie von den Protonen. Es wird dann einen maximalen Wert des Impulses $P_N(q)$ für die Neutronen und einen solchen für die Protonen geben; und als Folge von (7) wird sein:

$$\varrho_N(p, q) = \left\langle\begin{matrix}2, & \text{wenn } p < P_N(q),\\ 0, & \text{,,} \quad p > P_N(q),\end{matrix}\right\}\tag{16}$$

$$\varrho_P(p, q) = \left\langle\begin{matrix}2, & \text{wenn } p < P_P(q),\\ 0, & \text{,,} \quad p > P_P(q).\end{matrix}\right\}\tag{17}$$

Betrachten wir zunächst einen Grenzfall, d. h. den Fall sehr hoher Dichte, so daß h/p_N und h/p_P, die der Größenordnung nach der gegenseitigen Entfernung der Teilchen im Kern entsprechen, klein im Vergleich zum Wirkungsradius der Resonanzkräfte sind. Nehmen wir noch an, daß $P_N > P_P$, also die Dichte der Neutronen größer als diejenige der Protonen sei, und bemerken wir, daß man in der zweiten Gleichung (15) infolge der praktischen Diagonalität von $\varrho_N\, J\,|q'-q''|$ durch den Grenzwert $J(0)$ ersetzen kann, wenn $J(0)$ endlich ist, so wird diese Gleichung einfach

$$(q'|V_P|q'') = -J(0)\,(q'|\varrho_N|q''),$$

woraus folgt

$$V_P(p, q) = -J(0)\,\varrho_N(p, q).\tag{18}$$

Wenn wir nun in (14) diese einsetzen und bemerken, daß, wenn $\varrho_P(p, q) > 0$, auch immer $\varrho_N = 2$ ist, bekommen wir

$$A = -2\,J(0)\int\frac{\varrho_P(p, q)}{h^3}\,d\,p\,d\,q = -2\,J(0)\,n_2.\tag{19}$$

Das bedeutet, daß die von den Austauschkräften abhängige Bindungsenergie pro Proton im Falle sehr hoher Teilchendichte bloß gleich $-2\,J(0)$ ist, wenn die Neutronendichte nur größer ist als die Protonendichte. Vernachlässigen wir zunächst die Coulombsche gegenseitige Abstoßung zwischen den Protonen, was für leichte Kerne mit einer gewissen Näherung zulässig ist, und setzen wir das Verhältnis n_1/n_2, aber nicht die Dichte fest; dann wird die potentielle Energie pro Teilchen eine gewisse Funktion der gesamten Dichte:

$$a = a(\mu), \qquad \mu = \frac{8\pi}{3\,h^3}\,(P_N^3 + P_P^3),\tag{20}$$

die natürlich für $\mu = 0$ verschwindet und sich dem konstanten Wert $-\frac{2\,n_2}{n_1 + n_2}\,J\,(0)$ für $\mu \to \infty$ nähert. Dieser Grenzwert wird das Minimum $-J\,(0)$ erreichen, wenn $n_1 = n_2$ ist. Für mittlere Dichten ist der allgemeine Ausdruck von $a\,(\mu)$ wegen (10) und (11) durch

$$a = \frac{1}{\mu\,(q)} \int\!\!\int \frac{\varrho_N\,(p,q)\,\varrho_P\,(p',q)}{h^6}\,G\,(p,p')\,\mathrm{d}\,p\;\mathrm{d}\,p' \tag{21}$$

gegeben, wobei $G\,(p,p')$ eine Funktion von $|\,p - p'\,|$ ist, die folgendermaßen mit $J\,(r)$ zusammenhängt:

$$G\,(p,p') = \int e^{-\frac{2\pi i}{h}\,(p-p',\,v)}\,J\,|v|\;\mathrm{d}\,v. \tag{22}$$

Die kinetische Energie pro Teilchen wird die Form haben:

$$t = \varkappa\,\mu^{2/3}$$

und die gesamte Energie $a + t$ kann ein Minimum für einen gewissen, nur vom Verhältnis n_1/n_2 abhängigen Wert erreichen (Fig. 3). Man erhält also

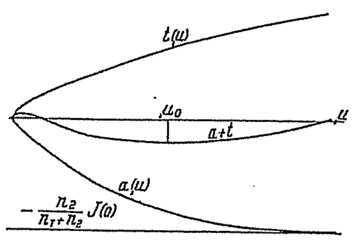

Fig. 3. Kinetische und potentielle Energie pro Teilchen.

eine konstante, von der Masse des Kernes unabhängige Dichte, und so ein Kernvolumen und einen Energieinhalt bloß proportional der Anzahl der Teilchen, wie die Erfahrung verlangt. Man kann versuchen, die Funktion $J\,(r)$ so zu bestimmen, daß die experimentellen Angaben am besten wiedergegeben werden. Der Ausdruck

$$J\,(n) = \lambda\,\frac{e^2}{r},$$

z. B. mit einer willkürlichen Konstante ist zweckmäßig, wenn er auch unendlich bei $r = 0$ wird. Er ist aber bei großem Abstand zu modifizieren, da er einen unendlichen Wirkungsquerschnitt für den Zusammenstoß zwischen Proton und Neutron gibt; außerdem scheint er ein zu kleines Verhältnis für die Massendefekte vom α-Teilchen und vom Wasserstoffisotop zu liefern. So muß man einen Ausdruck mit mindestens zwei Konstanten benutzen, z. B. eine Exponentialfunktion, $J(r) = A e^{-\beta r}$. Wir werden aber auf diese Untersuchung nicht näher eingehen, denn, wie schon hervorgehoben, kann die erste statistische Näherung zu erheblichen Fehlern führen, wie groß auch die Anzahl der Teilchen ist. Für schwere Kerne spielt die Coulombsche Kraft eine wichtige Rolle, und sie hat zur Folge, daß die Kernausdehnung etwas anwächst, und auch die Dichte, sowohl der Neutronen wie der Protonen, nicht mehr örtlich konstant ist. Die Austauschbindungsenergie wird jetzt nicht bloß vom Verhältnis n_1/n_2 abhängen, sie wird sogar etwas kleiner als im Falle leichter Kerne sein, infolge der von den Coulombschen Kräften verursachten Verminderung der Dichte.

Ich möchte Herrn Prof. Heisenberg für zahlreiche Ratschläge und Erörterungen herzlich danken. Auch Herrn Prof. Ehrenfest sei für wertvolle Diskussion bestens gedankt. Endlich danke ich noch dem Consiglio Nazionale delle Ricerche für die Ermöglichung meines Aufenthaltes in Leipzig.