

# Lezione IV

## Lavoro di una forza ed energia cinetica

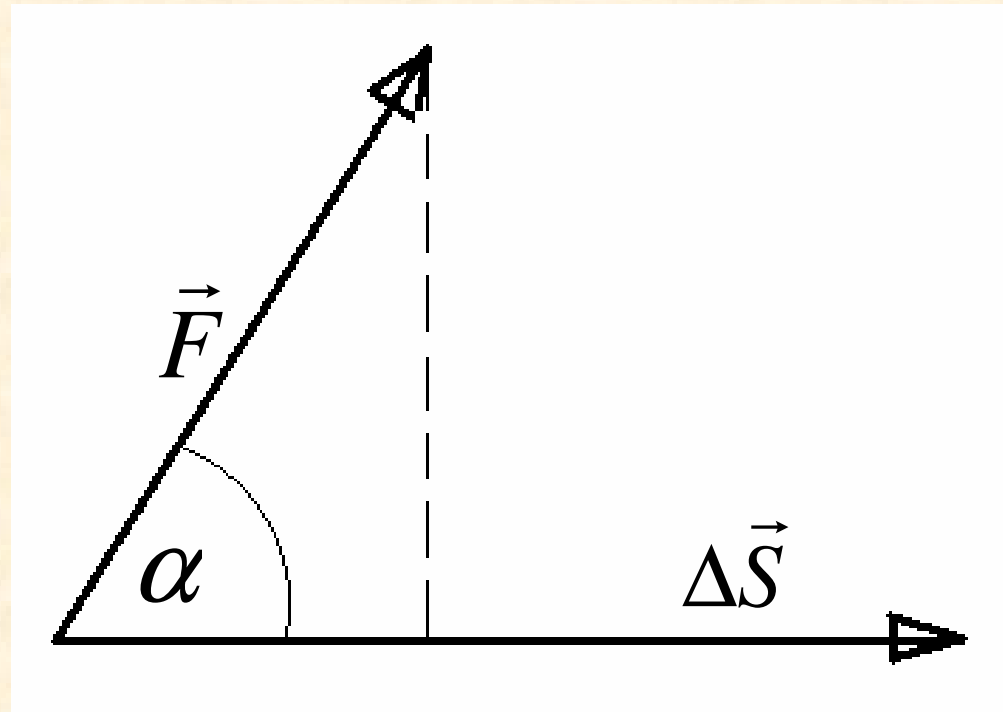
Consideriamo una forza  $\vec{F}$  che, applicata ad un corpo, lo sposti di  $\Delta\vec{S}$ . Indichiamo con  $\vec{F} \cdot \Delta\vec{S}$  il loro prodotto scalare dato da

$$\vec{F} \cdot \Delta\vec{S} = |\vec{F}| |\Delta\vec{S}| \cos(\alpha)$$

### Prodotto scalare

$$\vec{F} \cdot \Delta\vec{S} = 0 \quad \text{per } \alpha = \pi/2$$

$$\vec{F} \cdot \Delta\vec{S} = |\vec{F}| |\Delta\vec{S}| \quad \text{per } \alpha = 0$$



Il lavoro  $L$  compiuto da una forza  $\vec{F}$  che, applicata ad un corpo, lo sposti di  $\Delta\vec{S}$  è dato da  $L = \vec{F} \cdot \Delta\vec{S}$   
[L]=N m=J (Joule)

Si noti che, dalla espressione del lavoro,

$$L = \vec{F} \cdot \Delta\vec{S} = |\vec{F}| |\Delta\vec{S}| \cos(\alpha)$$

- il lavoro è massimo nel caso in cui forza e spostamento siano paralleli concordi
- il lavoro è minimo nel caso in cui forza e spostamento siano paralleli discordi
- il lavoro è nullo nel caso in cui forza e spostamento siano perpendicolari

Si consideri un corpo che abbia inizialmente velocità  $\vec{v}_i$  e sul quale agisca una forza  $\vec{F}$  per il tempo che occorre al corpo a percorrere  $\Delta\vec{S}$ . Sia  $\vec{v}_f$  la sua velocità finale.

$$L = \vec{F} \cdot \Delta\vec{S} = m \vec{a} \cdot \vec{v}_m \Delta t \cong m \frac{(\vec{v}_f - \vec{v}_i) (\vec{v}_f + \vec{v}_i)}{\Delta t} \Delta t$$

$$L = m \frac{|\vec{v}_f|^2}{2} - m \frac{|\vec{v}_i|^2}{2} \quad \text{Si noti che} \quad \vec{V} \cdot \vec{V} = |\vec{V}|^2$$

Il lavoro compiuto da una forza è pari alla variazione dell'energia cinetica. **Teorema delle forze vive.**

**Energia cinetica**

$$E_{cin} = m \frac{|\vec{v}|^2}{2} \quad [E_{cin}] = N m = \text{Joule}$$

**Es.:**

Su di un corpo dalla massa di 1 Kg agisce una forza che compie il lavoro di 100 J. Se il corpo era inizialmente in quiete quale sarà la sua velocità finale?

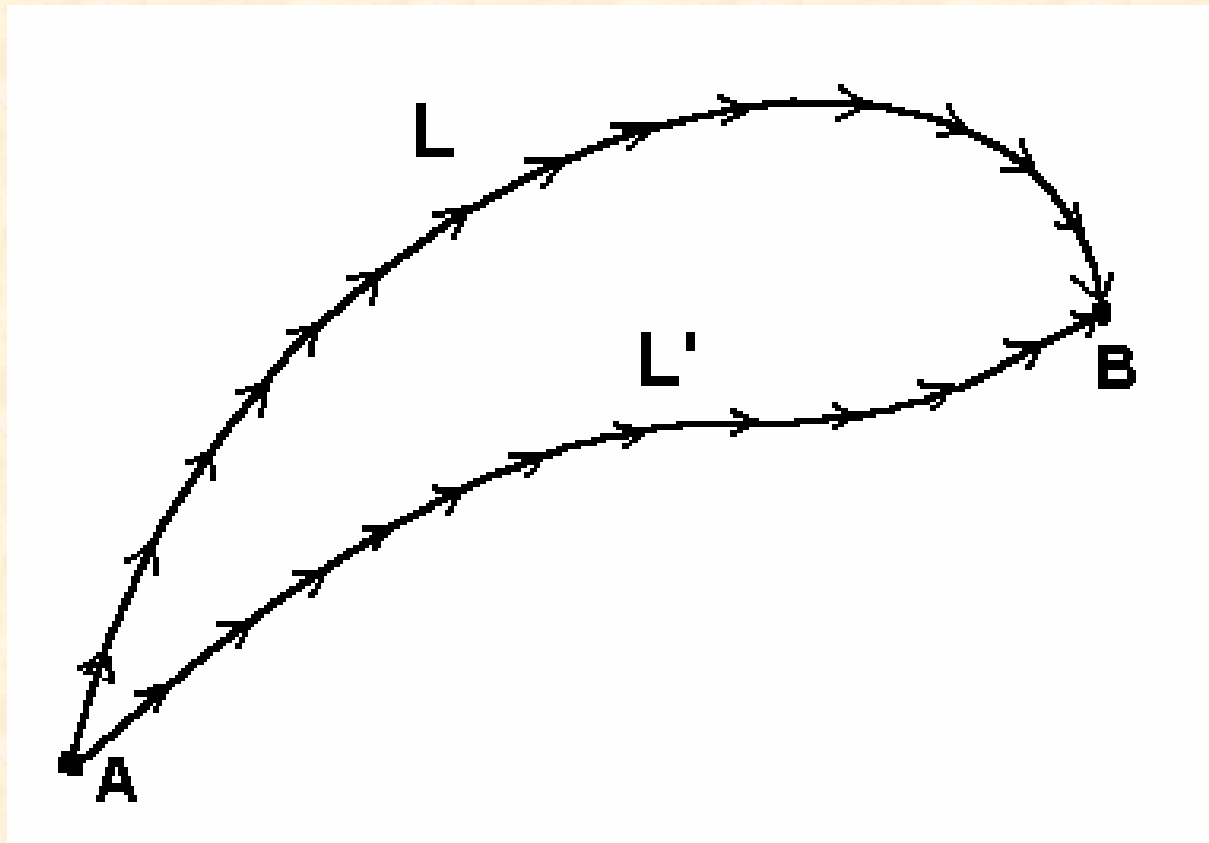
L'espressione da usare è quella data dal teorema delle forze vive:

$$L = m \frac{|\vec{v}_f|^2}{2} - m \frac{|\vec{v}_i|^2}{2}$$

Essendo il corpo inizialmente in quiete  $\vec{v}_i = 0$ . Dunque

$$L = m \frac{|\vec{v}_f|^2}{2} \quad \text{da cui} \quad |\vec{v}_f| = \sqrt{\frac{2L}{m}} = \sqrt{200} \frac{m}{s} = 14.14 \frac{m}{s}$$

Mentre su un punto materiale agisce una forza  $\vec{F}$  il punto stesso può percorrere traiettorie molto complicate.



Il lavoro  $\mathbf{L}$  dipende in generale da  $\mathbf{A}$ , da  $\mathbf{B}$  e dal percorso scelto per andare da  $\mathbf{A}$  a  $\mathbf{B}$ .

Per alcune forze, dette conservative, il lavoro dipende dai soli punti iniziali e finali, ovvero **A** e **B**, e non dal percorso scelto. In questo caso scriveremo allora

$$L = m \frac{|\vec{v}_f|^2}{2} - m \frac{|\vec{v}_i|^2}{2} = - (E_{pot}^f - E_{pot}^i)$$

da cui ricaviamo che la seguente quantità, detta **Energia Meccanica**, somma di energia cinetica e di energia potenziale, è costante:

$$m \frac{|\vec{v}_i|^2}{2} + E_{pot}^i = m \frac{|\vec{v}_f|^2}{2} + E_{pot}^f$$

La somma di energia cinetica e potenziale è una costante del moto.

## La forza gravitazionale

Su ogni corpo agisce una forza di attrazione verso il centro della Terra che indichiamo con

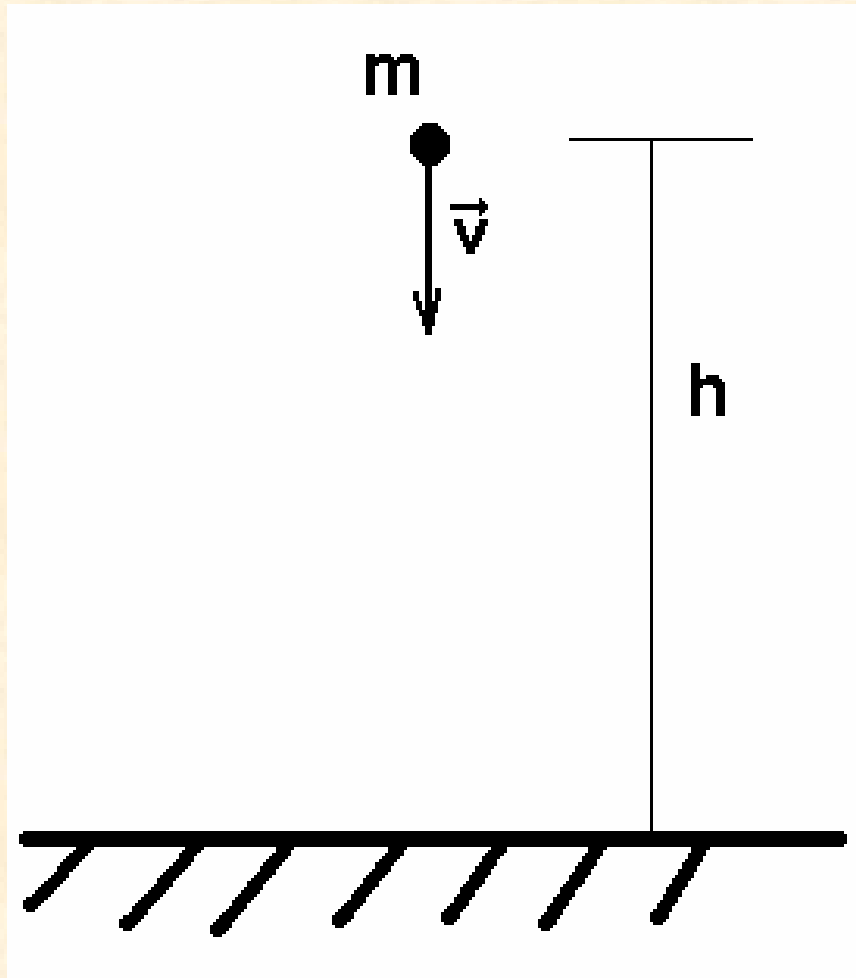
$$\vec{P} = m \vec{g}$$

dove  $\vec{g}$  è detta accelerazione di gravità e vale  $9.81 \text{ m/s}^2$

La forza di gravità è una forza conservativa, ad essa è associata una energia potenziale pari a

$$E_{pot} = m g h$$





$$\frac{m}{2} |\vec{v}|^2 + m g h = \text{cost}$$

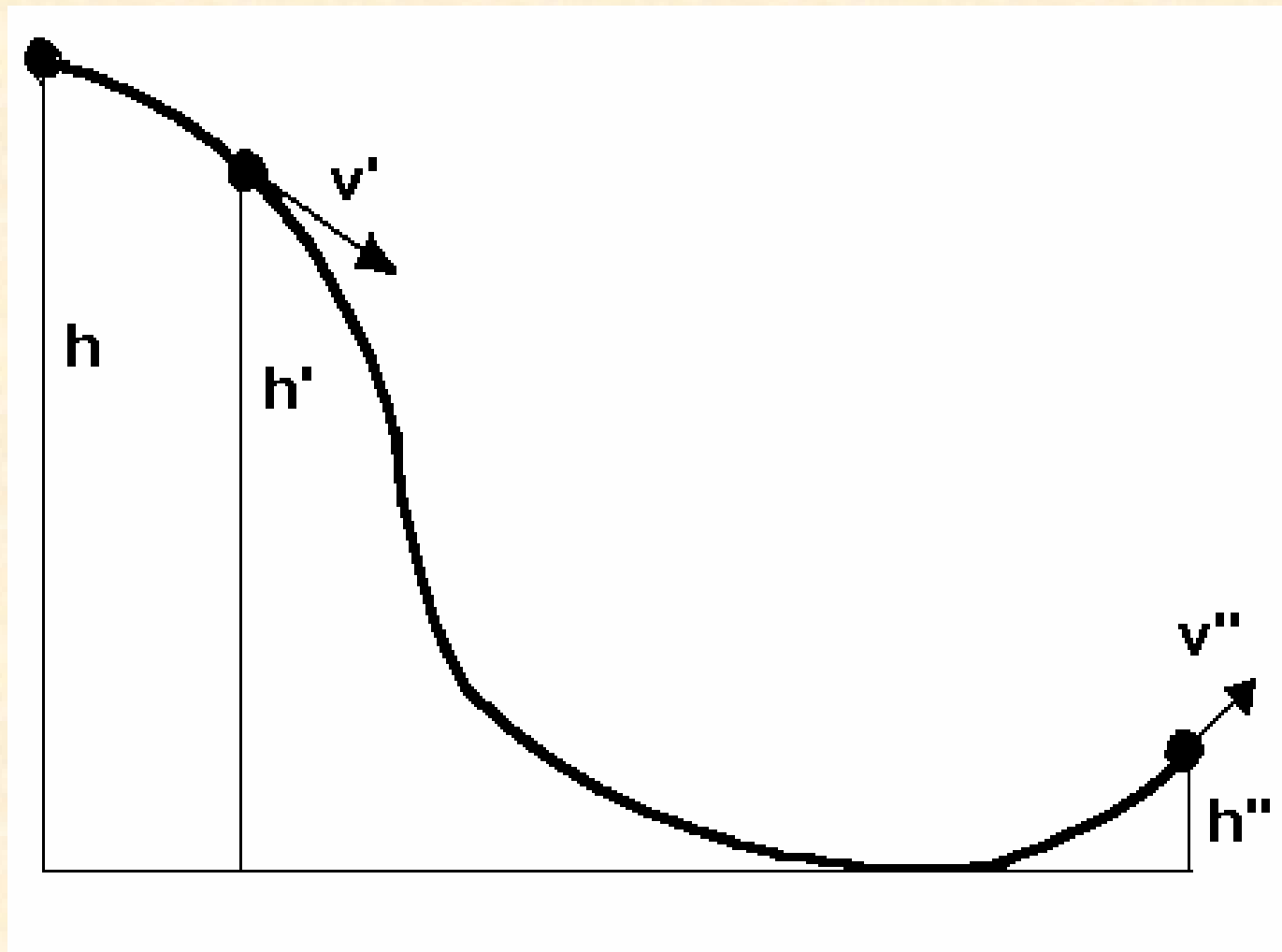
Se il corpo, inizialmente posto alla quota  $h$ , era in quiete, con che velocità raggiungerà il suolo?

$$m g h = \frac{m}{2} |\vec{v}_f|^2$$

da cui

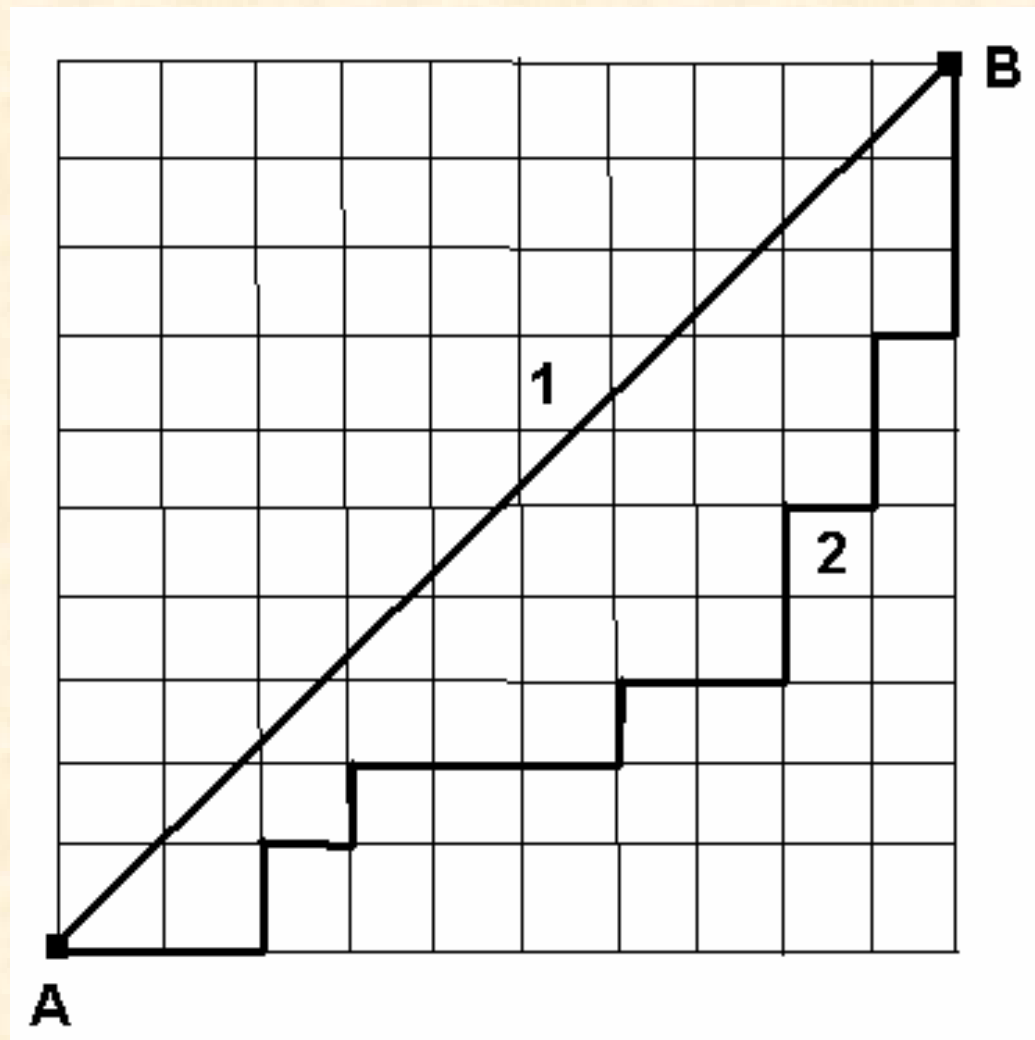
$$|\vec{v}_f| = \sqrt{2 g h}$$

indipendentemente da  $m$



*Le montagne russe: esempio di conservazione dell'energia meccanica*

## Non tutte le forze sono conservative



Immaginiamo di voler trascinare un pesante scatolone dal punto **A** al punto **B**, avendo come alternativi i due percorsi **1** e **2**.

**Pensate che faremmo lo stesso sforzo (lavoro)?**

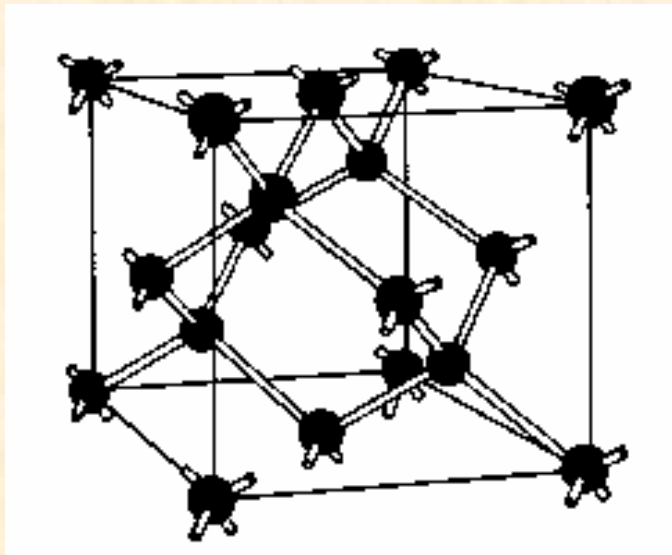
Le forze di attrito sono la risultante macroscopica delle infinite azioni tra molecole che si oppongono allo scorrimento di una superficie su un'altra.

In generale una superficie di un corpo è sempre caratterizzata da una certa scabrosità, inoltre le diverse sostanze che compongono le superfici in scorrimento tra loro possono avere una certa affinità e quindi essere particolarmente coese. In tutti questi casi l'effetto complessivo è di un ostacolo allo scorrimento.

La presenza di attrito o di dissipazione fa venir meno la conservazione dell'energia meccanica, che invece degrada in forme diverse di energia (energia termica). Un corpo sottoposto ad attrito si riscalda.

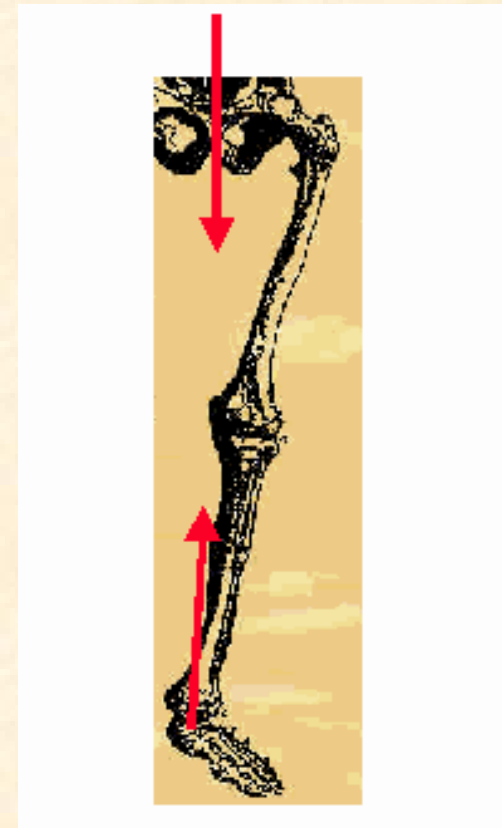
## Stato di aggregazione della materia e proprietà elastiche

Le caratteristiche macroscopiche dei corpi sono la risultante della loro struttura microscopica.



La rigidità, la durezza, il punto di fusione, la tensione superficiale, etc. sono proprietà fisiche determinate dal livello di aggregazione dei costituenti elementari (atomi o molecole).

La risposta di un generico corpo a sollecitazioni esterne è una funzione della sua composizione e struttura interna.



## GLI SFORZI

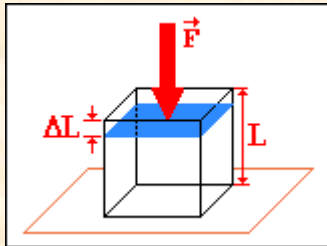
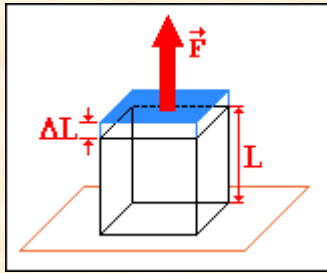
Un corpo solido può trovarsi in equilibrio statico pur essendo sottoposto a forze: in tal caso queste ultime tendono a deformarlo.

Il rapporto tra l'intensità  $F$  della forza applicata e l'area  $A$  del corpo sulla quale detta forza agisce uniformemente è chiamato **sforzo**.

$$\sigma = \frac{F}{A}$$

Si hanno vari tipi di sforzi:

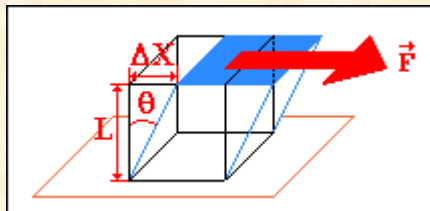
- **di trazione:** quando la forza viene applicata perpendicolarmente ed uniformemente ad una superficie del corpo, in modo da tendere ad allungarlo;
- **di compressione:** nelle stesse condizioni del punto precedente, solo che la direzione della forza è tale da tendere ad accorciare il corpo;
- **di taglio:** quando una forza è applicata tangenzialmente ad una superficie del corpo. L'effetto di questo tipo di sforzo è chiamato deformazione di scorrimento.



Trazione e compressione producono variazioni della lunghezza che si definiscono deformazioni:

$$\varepsilon = \frac{\Delta L}{L}$$

Gli sforzi di taglio producono deformazioni di scorrimento:

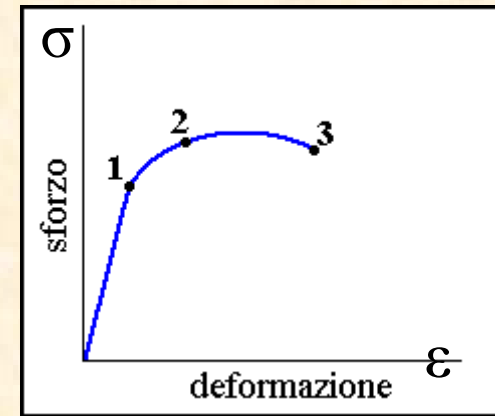


$$\text{deformazioni di scor.} = \frac{\Delta X}{L}$$

## Elasticità

La deformazione che può subire un corpo sottoposto a sforzo, ha un andamento come quello mostrato nel grafico.

Il grafico è lineare fino al punto 1: in questo regime, detto *elastico*, il corpo si deforma sotto l'azione delle forze esterne ed al cessare di queste riprende la configurazione primitiva. Sottoposto ad uno sforzo maggiore, nella regione tra il punto 1 e il punto 2 (detta di deformazione *plastica*), il corpo arriva ad un livello di deformazione oltre il quale non ritorna al proprio stato iniziale (anche se viene eliminato lo sforzo applicato). Applicando uno sforzo ancora maggiore (*carico di rottura*), arrivando al punto 3, il corpo si rompe.





## Legge di Hook

Se la deformazione di un corpo prodotta da una forza gradatamente crescente, varia in modo proporzionale alla forza, si dice che il materiale che forma il corpo in esame segue la legge di Hook.

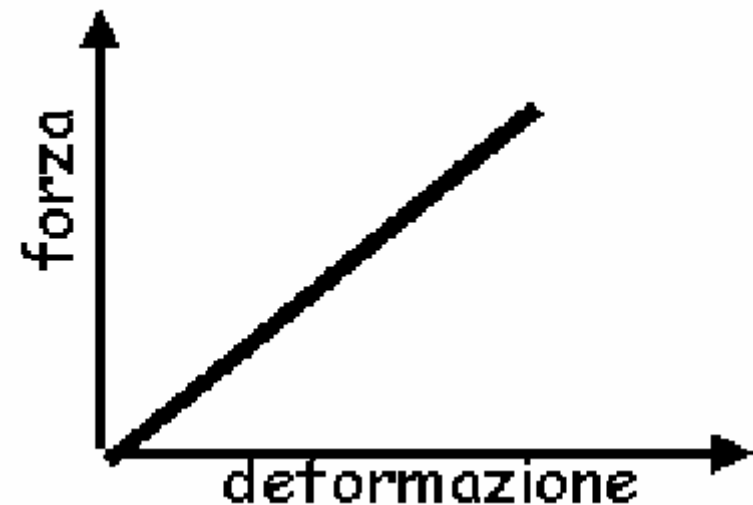
**Il materiale ha un comportamento lineare (diretta proporzionalità)**

$$\sigma = E \varepsilon$$

$$\frac{\sigma}{\varepsilon} = E = \text{modulo di elasticità di Young}$$

$$y = a x + b \text{ linearità}$$

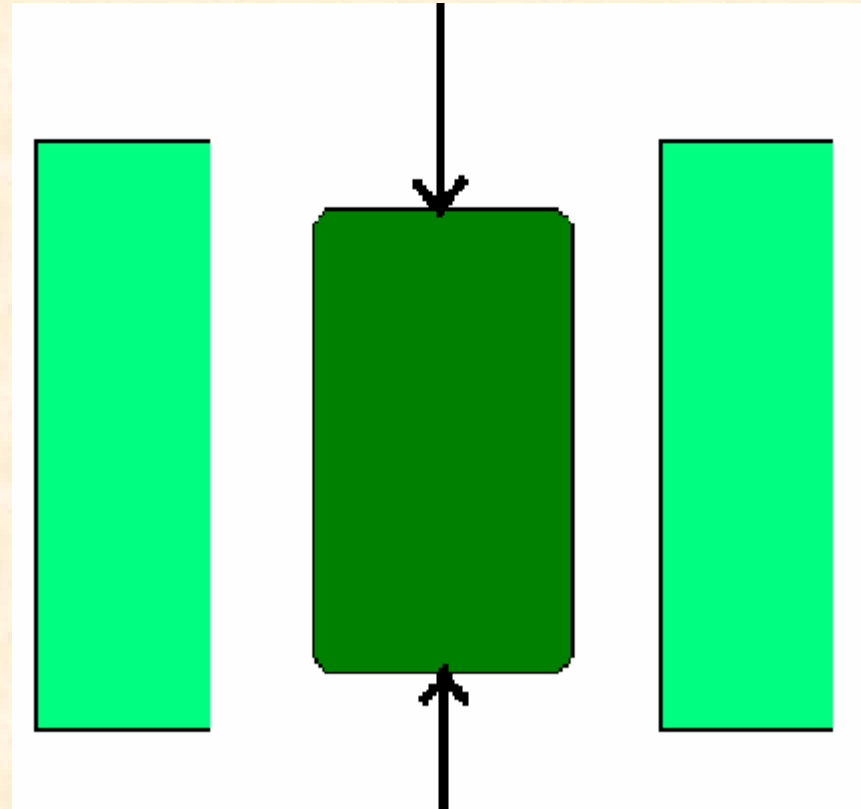
$$y = a x \text{ diretta proporzionalità}$$



## Corpi Elastici

Tutti i corpi, nel regime in cui le cui deformazioni sono molto piccole rispetto alle loro dimensioni geometriche, hanno comportamento elastico e quindi obbediscono alla **legge di Hook**.

- Un materiale è **isotropo** se le sue proprietà elastiche sono uguali in tutte le direzioni
- Un materiale è **anisotropo** se le sue proprietà elastiche non sono uguali in tutte le direzioni



## Altri tipi di Comportamento Meccanico



- Se la deformazione sotto carico varia nel tempo si parla di comportamento viscoso

- Si possono avere materiali a comportamento

**elastoplastico, viscoelastico o viscoplastico**

- I tessuti biologici hanno comportamento viscoelastico.