

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI NAPOLI
FEDERICO II

FACOLTÀ DI SCIENZE MATEMATICHE, FISICHE E NATURALI

TESI DI LAUREA IN FISICA

Decoerenza e misura quantistica
Decoherence and quantum measurement

Relatore
Prof. Fedele Lizzi

Candidato
Florio Maria Ciaglia
matr. 567/495

ANNO ACCADEMICO 2009/2010

Sommario

L'emergere di una natura classica del mondo fisico al livello macroscopico risulta essere un fenomeno tanto comune quanto contrastante con le teorie quantistiche. Nell'ambito della meccanica quantistica non relativistica il formalismo della decoerenza quantistica permette di spiegare alcuni degli aspetti di questa classicità del mondo quantistico macroscopico.

In questa tesi esporremo una trattazione di questo formalismo e della definizione di misura quantistica.

Indice

Introduzione	5
1 Struttura matematica della meccanica quantistica	7
1.1 Principi della meccanica quantistica	8
1.2 Sviluppi matematici	10
1.2.1 Stati puri e stati misti	10
1.2.2 Stati entangled e stati non-entangled	11
1.2.3 Operatore di stato ridotto	12
2 Problema della misura	15
2.1 Misura e processo di misura	15
2.2 Formulazione matematica del processo di misura	16
2.3 Osservazioni	17
3 Decoerenza quantistica	19
3.1 Formalismo generale	20
3.2 Modello di spin bidimensionale	21
3.3 Pointer states e criterio di commutatività	23
3.4 Osservazioni	26
Conclusioni	27
Bibliografia	29

Introduzione

Sin dalla nascita della meccanica quantistica¹ le particolari assunzioni ed implicazioni teoriche della stessa hanno mostrato la complessità di una corretta (fino a prova contraria) descrizione del mondo fisico. È risultato inoltre necessario riesaminare alcuni concetti, la cui precisa definizione era stata fino ad allora ignorata o volutamente assunta senza alcuna definizione rigorosa. Il problema della misura, problema tutt'ora non completamente risolto, rappresenta uno dei più profondi interrogativi sollevati dalla meccanica quantistica.

La difficoltà di tale problema risiede nel definire esattamente cosa sia il processo di misura e nello spiegare come la classicità della natura quotidianamente esperibile sia connessa ad un ipotizzato sottofondo quantistico dell'universo. Una notevole, anche se parziale, soluzione al suddetto problema si sviluppò nei primi anni '80 in seno al nascente formalismo della decoerenza quantistica.

La decoerenza quantistica si fonda sulla semplice applicazione dell'apparato teorico della meccanica quantistica, al processo di misura schematizzato come interazione tra il sistema H_S , il sistema H_A ed il sistema H_E , rappresentanti rispettivamente il sistema in studio, l'apparato sperimentale ed il resto dell'universo. Tale approccio si differenzia dallo schema di Von Neumann, in cui l'interazione sistema-apparato di misura è considerata isolata dal resto dell'universo. Questo impone un particolare approccio intellettuale allo studio ed alla seguente collocazione di tale formalismo all'interno della fisica quantistica, poiché, discendendo dai soli postulati cardine della meccanica quantistica, diviene un elemento irrinunciabile per qualunque interpretazione della meccanica quantistica. La decoerenza quantistica (così come le teorie ad essa collegate²), è ancora ad uno stato embrionale, e continui

¹Qui e nel seguito, per ragioni di semplicità, si utilizzerà l'espressione meccanica quantistica in riferimento alla meccanica quantistica non relativistica.

²Ad esempio la teoria dell'*envariance* proposta da Zurek.

sono gli sviluppi cui è soggetta, tuttavia l'importanza pratica e teorica della stessa è tale da renderne utile una comprensione, anche solo sommaria, a chiunque voglia capire come poter conciliare la natura classica del mondo in cui viviamo con la descrizione quantistica dell'universo tipica della Fisica dei nostri giorni.

Nel presente lavoro di tesi si esporrà una trattazione del problema della misura e della decoerenza quantistica, iniziando, nel primo capitolo, con un'esposizione degli strumenti matematici e di alcuni dei principi fondamentali della meccanica quantistica. Saranno poi sviluppati nel dettaglio alcuni concetti legati al formalismo della meccanica quantistica quali l'operatore di stato, l'operatore di stato ridotto e l'entanglement.

Il secondo capitolo sarà dedicato alla definizione di misura, di processo di misura, di problema della misura ed alla formalizzazione matematica del concetto di processo di misura secondo Von-Neumann.

Il formalismo della decoerenza quantistica sarà presentato nel terzo capitolo, si svilupperà inoltre un modello di decoerenza esattamente risolubile, ed un criterio (*criterio di commutatività*) per la determinazione degli osservabili misurabili in un processo di misura.

Capitolo 1

Struttura matematica della meccanica quantistica

Verranno ora presentati gli strumenti matematici, ed alcuni dei principi fondamentali della meccanica quantistica, così da fornire gli elementi necessari alla comprensione del formalismo della decoerenza quantistica. È bene precisare che una trattazione completa di tali strumenti matematici esula dallo scopo di questo lavoro di tesi, non saranno quindi formalizzati concetti quali:

- la definizione di spazio di Hilbert;
- la definizione di operatore lineare agente in uno spazio di Hilbert;
- la definizione di traccia di un operatore lineare;
- il teorema di risoluzione spettrale;
- la definizione di prodotto tensoriale;
- ecc.

Verranno inoltre trascurati i principi necessari alla formulazione specifica della dinamica. Per un'esposizione completa dei precedenti argomenti e simili si veda [3].

1.1 Principi della meccanica quantistica

Qualunque teoria fisica nasce indissolubilmente legata ad una particolare associazione: sistema fisico-struttura matematica. Tale associazione è imposta dall'utilizzo della matematica come strumento interpretativo della realtà.

Nella meccanica quantistica l'associazione sistema fisico-struttura matematica è definita dal seguente:

Principio 1 *Ad ogni sistema fisico S è associato uno spazio di Hilbert H_S .*

Tale principio non definisce cosa, nel mondo reale, rappresenti un sistema fisico, tuttavia ne garantisce la modellizzazione attraverso uno spazio di Hilbert. Sia ora:

Principio 2 *Al sistema S_{tot} , visto come composizione di n sistemi S_i con $i \in [1; \dots; n]$, è associato lo spazio di Hilbert $H_{S_{tot}}$ tale che:*

$$H_{S_{tot}} = H_{S_1} \otimes \dots \otimes H_{S_n}$$

Dove \otimes rappresenta l'operazione di prodotto tensoriale.

Una volta stabilito l'ambiente matematico in cui si svilupperà la meccanica quantistica è necessario definire cosa tale teoria utilizza come corrispettivi formali all'insieme di informazioni descriventi lo stato fisico di un sistema S , ed alle quantità fisiche osservabili (variabili dinamiche); a tal proposito vi sono i seguenti:

Principio 3 *Allo stato fisico di un sistema S , rappresentato dallo spazio di Hilbert H_S , è associato un unico operatore lineare agente in H_S indicato con $\hat{\rho}$ tale che:*

- $\hat{\rho}$ è autoaggiunto;
- $\hat{\rho}$ è definito positivo;
- $\hat{\rho}$ ha traccia unitaria.

Tale operatore $\hat{\rho}$ è chiamato operatore di stato.

Principio 4 *Ad ogni variabile dinamica O relativa al sistema S è associato un operatore lineare autoaggiunto \hat{O} agente in H_S i cui autovalori rappresentano i possibili valori ottenibili da una misura della corrispondente variabile dinamica. Il generico operatore così definito è chiamato osservabile.*

Necessario a stabilire una connessione tra lo stato di un sistema ed i risultati di una misura di una variabile dinamica ad esso associata è il seguente:

Principio 5 *Il valore di aspettazione, o valor medio, $\langle \hat{O} \rangle$ di un generico osservabile \hat{O} su infiniti stati identicamente preparati (insieme di stati virtuali), è dato da:*

$$\langle \hat{O} \rangle \equiv \text{Tr}(\hat{\rho}\hat{O})$$

Tale principio è legato all'assunzione della cosiddetta regola di Born, secondo cui l' i -esimo coefficiente d'espansione di uno stato sugli autovettori di un osservabile rappresenta la probabilità che una misura di tale osservabile dia come risultato l'autovalore i -esimo.

Infine:

Principio 6 *L'evoluzione dinamica di uno stato $\hat{\rho}$ di un sistema S , vista come variazione dello stato in funzione di un parametro t , è completamente determinata da un osservabile \hat{H} chiamato Hamiltoniana del sistema, secondo l'equazione:*

$$\hat{\rho}_t = e^{-\frac{it}{\hbar}\hat{H}}\hat{\rho}_0e^{\frac{it}{\hbar}\hat{H}} \equiv \hat{U}(t)\hat{\rho}_0\hat{U}^{-1}(t)$$

Dove $\hat{\rho}_0$ rappresenta l'operatore di stato in $t = 0$, $\hat{\rho}_t$ l'operatore di stato in un generico t e $\hat{U}(t)$ l'operatore di evoluzione temporale associato ad \hat{H} .

Una corretta comprensione ed interpretazione del principio (6) presupporrebbe conoscenze specifiche superflue in funzione alla comprensione di questo lavoro di tesi, per cui, in quanto segue, utilizzeremo l'operatore \hat{H} unicamente per la sua esistenza e per le caratteristiche della sua azione su $\hat{\rho}$ definite nel principio (6). Questo principio può essere riformulato in termini di vettori di stato per cui l'evoluzione temporale risulta dettata dall'operatore \hat{H} secondo l'equazione:

$$i\hbar\partial_t|\Psi\rangle = \hat{H}|\Psi\rangle$$

Tale equazione è detta equazione di Schrödinger.

È necessario affiancare ai principi sopraelencati una definizione di sistema fisico. Una tale definizione deve essere coerente con le necessità d'utilizzo del concetto di sistema fisico. Nel seguito dovrà essere possibile considerare una stessa collezione di oggetti reali sia come un unico sistema fisico autointeragente, che come più sistemi fisici interagenti l'uno con l'altro. Risulta naturale, in questo contesto, la seguente:

Definizione 1 *Si definisce sistema fisico S una collezione di oggetti reali stabilita, in maniera del tutto arbitraria, da un osservatore.*

1.2 Sviluppi matematici

1.2.1 Stati puri e stati misti

Iniziamo con la seguente:

Definizione 2 L'operatore di stato $\hat{\rho}$ è detto puro se esiste $|\Psi\rangle \in H$ tale che:

$$\hat{\rho} = |\Psi\rangle\langle\Psi|$$

Dove $|\Psi\rangle\langle\Psi|$ è l'operatore di proiezione associato al vettore $|\Psi\rangle$, e $\langle\Psi|\Psi\rangle = 1$. Se una tale rappresentazione non esiste $\hat{\rho}$ è detto impuro (misto).

Si può provare che condizione necessaria e sufficiente affinché lo stato $\hat{\rho}$ sia puro è la seguente:

$$\hat{\rho}^2 = \hat{\rho} \quad (1.1)$$

Esplicitamente uno stato puro è:

$$\hat{\rho} = |\psi\rangle\langle\psi| \quad (1.2)$$

con $|\psi\rangle$ vettore in uno spazio di Hilbert, mentre uno stato misto è:

$$\hat{\rho} = \sum_i p_i |\psi_i\rangle\langle\psi_i| \quad (1.3)$$

Tale stato misto è diverso dallo stato che si otterrebbe considerando il proiettore associato alla sovrapposizione lineare $|\Psi\rangle \equiv \sum_i \sqrt{p_i} |\psi_i\rangle$, infatti:

$$\begin{aligned} \hat{\rho} &= |\Psi\rangle\langle\Psi| = \sum_{i,j} \sqrt{p_i p_j} |\psi_i\rangle\langle\psi_j| \\ &= \sum_i p_i |\psi_i\rangle\langle\psi_i| + \sum_{i,j} \sqrt{p_i p_j} |\psi_i\rangle\langle\psi_j| \neq \sum_i p_i |\psi_i\rangle\langle\psi_i| \end{aligned} \quad (1.4)$$

Il concetto matematico di stato misto serve a poter implementare nella teoria della meccanica quantistica situazioni in cui non è possibile specificare in quale degli stati $|\psi_i\rangle$ si trovi il sistema, ma è possibile dare una probabilità specifica al presentarsi di ogni stato. Questa situazione è fondamentale diversa da quella in cui il sistema è nello stato specificato dalla sovrapposizione lineare degli stati $|\psi_i\rangle$, poiché nel primo caso le diverse $|\psi_i\rangle$ non possono presentarsi contemporaneamente, nel secondo caso, invece, le $|\psi_i\rangle$ coesistono nella loro sovrapposizione lineare.

Spesso si è soliti formalizzare il concetto di stato fisico non attraverso l'operatore di stato ma attraverso il vettore di stato, ossia attraverso quel vettore che, in base alla definizione (3), è univocamente associato ad un determinato stato puro. Tale scelta risulta semplificativa ma limitante, infatti se da un lato ci si trova a manipolare un vettore e non un operatore, dall'altro si esclude la possibilità di descrivere situazioni in cui la conoscenza dello stato del sistema, da parte di un osservatore, non è massima. Nel seguito saremo interessati a situazioni descritte da stati puri per le quali adotteremo sia il formalismo dell'operatore di stato sia il formalismo del vettore di stato.

1.2.2 Stati entangled e stati non-entangled

Il principio 2 associa ad un sistema composto S_{tot} lo spazio di Hilbert H_{tot} prodotto tensoriale degli spazi di Hilbert associati ai sistemi costituenti S_{tot} , in tale spazio è possibile una classificazione dei vettori appartenentevi, classificazione riassunta nella seguente:

Definizione 3 Sia $H_{tot} = \bigotimes_i H_i$ uno spazio di Hilbert, un vettore $|\psi\rangle$ di H_{tot} tale che:

$$|\psi\rangle = \bigotimes_i |\phi_i\rangle$$

con $|\phi_i\rangle \in H_i$ è detto vettore non entangled, se tale condizione non è verificata $|\psi\rangle$ è detto vettore entangled.

L'entanglement così definito è una semplice caratteristica matematica degli spazi di Hilbert prodotto tensore, conseguenza fisica di tale caratteristica è la possibilità di considerare, nel caso di uno stato non entangled, i sottosistemi costituenti il sistema totale come individualmente separati, possibilità che cade se lo stato descrivente il sistema globale è uno stato entangled. Per fissare le idee consideriamo lo stato entangled, nello spazio di Hilbert prodotto tensoriale di due spazi di Hilbert bidimensionali, rappresentato da:

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle_1|0\rangle_2 + |1\rangle_1|1\rangle_2) \quad (1.5)$$

dove $|0\rangle$ e $|1\rangle$ sono i vettori di base degli spazi di Hilbert bidimensionali. Supponiamo di poter stabilire con certezza¹ che il sistema 2 è nello stato $|1\rangle_2$, attraverso la (1.5) possiamo dedurre che $|1\rangle_1$ sarà lo stato del sistema

¹Ad esempio attraverso una misurazione di qualche proprietà.

1, stabilendo quindi una precisa correlazione tra i due sistemi. Supponiamo invece di avere lo stato:

$$|\Psi\rangle = (|0\rangle_1 + |1\rangle_1) \otimes (|0\rangle_2 + |1\rangle_2) \quad (1.6)$$

In questo caso stabilire che il sistema 2 è in $|1\rangle_2$ non impone alcuna correlazione univoca ai due sistemi. Alcune tra le implicazioni teoriche derivanti dallo studio dell'entanglement portarono J. Bell alla formulazione delle sue famose disuguaglianze ed alla seguente constatazione sperimentale della natura non locale del mondo fisico.

La correlazione di due o più sistemi attraverso l'entanglement è una correlazione di natura fondamentale, poiché derivante dalla struttura matematica della meccanica quantistica imposta dai principi della meccanica quantistica stessa, e sarà di grande importanza nella definizione di processo di misura e nella trattazione della decoerenza quantistica.

1.2.3 Operatore di stato ridotto

Nel seguito lavoreremo su sistemi fisici composti, sistemi fisici il cui spazio di Hilbert associato è un prodotto tensoriale di diversi spazi di Hilbert, saranno quindi necessari i concetti di operatore ridotto e di operatore di stato ridotto. Entrambi questi concetti si fondano sull'operazione di traccia parziale di un operatore così definita:

Definizione 4 Sia \hat{O} tale che:

$$\hat{O} = \hat{O}_1 \otimes \dots \otimes \hat{O}_n$$

Si definisce traccia parziale di \hat{O} sull' i -esimo sistema:

$$\text{Tr}_i(\hat{O}) = \hat{O}_1 \otimes \dots \otimes \hat{O}_{i-1} \cdot \text{Tr}(\hat{O}_i) \cdot \hat{O}_{i+1} \otimes \dots \otimes \hat{O}_n$$

Da cui:

Definizione 5 Sia $\hat{\rho}$ l'operatore di stato di un sistema composto da n sottosistemi, si definisce operatore di stato ridotto all' i -esimo sottosistema l'operatore:

$$\hat{\rho}^i = \text{Tr}_1 \circ \dots \circ \text{Tr}_{i-1} \circ \text{Tr}_{i+1} \circ \dots \circ \text{Tr}_n(\hat{\rho})$$

L'operatore di stato ridotto è uno strumento indispensabile nel formalismo della meccanica quantistica, per evidenziarne l'importanza supponiamo di voler calcolare il valor medio dell'osservabile

$$\hat{O} = \hat{I}_1 \otimes \dots \otimes \hat{I}_{i-1} \otimes \hat{O}_i \otimes \hat{I}_{i+1} \otimes \dots \otimes \hat{I}_n \quad (1.7)$$

dove \hat{I}_i rappresenta, qui e nel seguito, l'operatore identità relativo allo spazio di Hilbert specificato dall'indice i . In base al principio (6) abbiamo:

$$\langle \hat{O} \rangle = \text{Tr}(\hat{\rho} \hat{O}) \quad (1.8)$$

Da cui:

$$\langle \hat{O} \rangle = \sum_{\vec{k}} \langle \phi_{k_1} \phi_{k_2} \dots \phi_{k_n} | \hat{\rho} \hat{O}_i | \phi_{k_1} \phi_{k_2} \dots \phi_{k_n} \rangle \quad (1.9)$$

Dove $|\Phi_{\vec{k}}\rangle \equiv |\phi_{k_1} \phi_{k_2} \dots \phi_{k_n}\rangle$ è una base ortonormale dello spazio di Hilbert del sistema totale.

Ricordando la definizione di \hat{O} , la proprietà di risoluzione dell'identità e la mutua ortogonalità dei vettori di base otteniamo:

$$\begin{aligned} \langle \hat{O} \rangle &= \sum_{\vec{k}} \langle \Phi_{\vec{k}} | \hat{\rho} \left(\sum_{\vec{j}} |\Phi_{\vec{j}}\rangle \langle \Phi_{\vec{j}}| \right) \hat{O} | \Phi_{\vec{k}} \rangle \\ &= \sum_{\vec{k}, \vec{j}} \langle \Phi_{\vec{k}} | \hat{\rho} | \Phi_{\vec{j}} \rangle \langle \Phi_{\vec{j}} | \hat{O} | \Phi_{\vec{k}} \rangle \\ &= \sum_{\vec{k}, \vec{j}} \langle \Phi_{\vec{k}} | \hat{\rho} | \Phi_{\vec{j}} \rangle \langle \phi_{j_i} | \hat{O}_i | \phi_{k_i} \rangle \langle \phi_{j_1} \dots \phi_{j_{i-1}} \phi_{j_{i+1}} \dots \phi_{j_n} | \phi_{j_1} \dots \phi_{j_{i-1}} \phi_{j_{i+1}} \dots \phi_{j_n} \rangle \\ &= \sum_{\vec{k}, j_i} \langle \Phi_{\vec{k}} | \hat{\rho} | \phi_{k_1} \phi_{k_2} \dots \phi_{k_{i-1}} \phi_{j_i} \phi_{k_{i+1}} \dots \phi_{k_n} \rangle \langle \phi_{k_i} | \hat{O}_i | \phi_{j_i} \rangle \end{aligned} \quad (1.10)$$

Esprimendo $\hat{\rho}$ come prodotto tensoriale $\hat{\rho}_1 \otimes \dots \otimes \hat{\rho}_n$ abbiamo:

$$\begin{aligned} \langle \hat{O} \rangle &= \sum_{\vec{k}, j_i} \langle \phi_{k_1} | \hat{\rho}_1 | \phi_{k_1} \rangle \dots \langle \phi_{k_i} | \hat{\rho}_i | \phi_{k_i} \rangle \dots \langle \phi_{k_n} | \hat{\rho}_n | \phi_{k_n} \rangle \langle \phi_{k_i} | \hat{O}_i | \phi_{j_i} \rangle \\ &= \sum_{k_i, j_i} \text{Tr}(\hat{\rho}_1) \dots \langle \phi_{k_i} | \hat{\rho}_i | \phi_{j_i} \rangle \dots \text{Tr}(\hat{\rho}_n) \langle \phi_{j_i} | \hat{O}_i | \phi_{k_i} \rangle \\ &= \sum_{k_i} \langle \phi_{k_i} | \text{Tr}(\hat{\rho}_1) \dots \hat{\rho}_i \dots \text{Tr}(\hat{\rho}_n) \left(\sum_{j_i} |\phi_{j_i}\rangle \langle \phi_{j_i}| \right) \hat{O}_i | \phi_{k_i} \rangle \end{aligned} \quad (1.11)$$

In accordo con la definizione (5) e con la proprietà di risoluzione dell'identità dei vettori di base di uno spazio di Hilbert la precedente equazione diventa:

$$\langle \hat{O} \rangle = \sum_{k_i} \langle \phi_{k_i} | \hat{\rho}^i(\hat{1}) \hat{O}_i | \phi_{k_i} \rangle = \text{Tr}(\hat{\rho}^i \hat{O}_i) \quad (1.12)$$

Quanto appena scritto mostra come l'operatore di stato ridotto dell' i -esimo sistema contiene tutte le informazioni necessarie a specificare il valori di aspettazione di qualunque osservabile agente esclusivamente sull' i -esimo sistema. Tale caratteristica si rivela di pratica importanza poiché, spesso, è possibile agire sperimentalmente solo su un sottosistema di un sistema S , nel qual caso, come stabilito poc'anzi, le proprietà dello stato del sistema totale sono contenute nell'operatore di stato ridotto al sottosistema accessibile.

Capitolo 2

Problema della misura

Ogni predizione scientifica presuppone l'esistenza di un mondo fisico che un osservatore tenta di descrivere attraverso una qualche modellizzazione, e di uno schema teorico all'interno del quale una tale modellizzazione è possibile. Con l'aiuto di strumenti logico-matematici l'osservatore può costruire un'entità teorica, denominata modello, capace di riflettere la conoscenza che l'osservatore in questione ha del mondo fisico. Tali strumenti sono inevitabilmente legati alla natura dell'osservatore, al suo linguaggio ed alle sue strutture intellettuali, rendendo la Scienza, in qualche modo, antropocentrica.

Il grado di veridicità delle relazioni matematiche modellanti l'universo fisico è testato, dall'osservatore, attraverso gli esperimenti. Un qualsiasi esperimento è un'interazione fisica tra costituenti dell'universo seguita dall'interpretazione teorica, da parte dello sperimentatore, dell'effetto prodotto dall'interazione sull'osservatore come oggetto del mondo fisico.

2.1 Misura e processo di misura

Supponiamo di avere una bilancia analogica ed un oggetto posto in bilico su di una mensola a sua volta posta sopra la bilancia. Supponiamo ora che una folata di vento faccia cadere l'oggetto sulla bilancia, dopo un certo intervallo di tempo l'interazione oggetto-bilancia avrà causato lo spostamento dell'indicatore della bilancia. Senza un osservatore capace di interpretare il movimento dell'indicatore l'interazione oggetto-bilancia rimane un'interazione. Se invece un osservatore capace di interpretare il movimento dell'indicatore è presente,

ed interpreta il risultato dell'interazione, allora l'interazione oggetto-bilancia avrà prodotto una misura.

Quanto appena scritto implica la centralità del processo di interpretazione nella definizione di misura, centralità che, per la comprensione di quanto esposto in questa tesi, non rende di immediata necessità definire cosa il processo di interpretazione stesso effettivamente sia.

Altra implicazione fondamentale, che tuttavia è rimasta implicita nell'esempio sopra descritto, è la correlazione presente tra sistema da misurare ed apparato sperimentale, si è infatti tacitamente assunta una corrispondenza uno-uno tra il peso dell'oggetto e la posizione dell'indicatore della bilancia, corrispondenza che, in generale, non è garantita da tutte le interazioni possibili tra l'oggetto ed un qualunque apparato sperimentale. Possiamo quindi dare le seguenti:

Definizione 6 *Si definisce processo di misura un'interazione tra sistemi quantistici tale da stabilire una corrispondenza univoca tra gli stati dei sistemi in questione.*

Definizione 7 *Si definisce misura il risultato di una particolare interazione tra sistemi quantistici (processo di misura) interpretato da un osservatore.*

Fin'ora si è supposto l'osservatore in grado di prendere coscienza dello stato dell'apparato di misura, senza, tuttavia, specificare come questo sia possibile. Non è possibile giustificare tale supposizione poiché una descrizione della dinamica dei processi intellettuali è oltre le attuali competenze della Scienza. Sotto queste ipotesi una teoria è confermata se le affermazioni deducibili dall'analisi teorica dei processi di misura, concordano con le affermazioni possibili dopo l'interpretazione della misura prodotta dall'attuazione fisica di questi stessi processi di misura.

2.2 Formulazione matematica del processo di misura

Supponiamo di voler misurare una determinata proprietà, associata ad un determinato osservabile, di un sistema H_S , a tal proposito cerchiamo un sistema H_A , detto apparato sperimentale, la cui interazione con H_S è tale

che:

$$|\Psi(0)\rangle_{SA} = \sum_i a_i |s_i(0)\rangle_S \otimes |\varphi(0)\rangle_A \xrightarrow{\hat{U}(t)} |\Psi(t)\rangle_{SA} = \sum_i a_i |s_i(0)\rangle_S \otimes |\varphi_i(t)\rangle_A \quad (2.1)$$

Dove $\hat{U}(t)$ è l'operatore di evoluzione temporale relativo all'interazione tra H_S e H_A , $|s_i\rangle$ la base, in H_S , relativa all'osservabile da misurare, e $|\varphi_i\rangle$ la base, in H_A , relativa ad un'osservabile di H_A . L'interazione dei due sistemi è tale, quindi, da associare ad un vettore di base del sistema H_S un vettore di base del sistema H_A . L'espressione finale nella (2.1) è chiamata rappresentazione di Schmidt e, per uno spazio di Hilbert prodotto tensoriale di due spazi di Hilbert, è sempre possibile.

Per produrre una misura, in linea con quanto stabilito nel precedente paragrafo, un generico apparato sperimentale deve includere il sistema rappresentate l'osservatore come entità fisica. Tale inclusione è piuttosto confusa poichè non è possibile descrivere la totalità delle interazioni fisiologiche inerenti un generico essere umano. Si è quindi costretti a suddividere il sistema quantistico rappresentate l'apparato sperimentale in due sistemi, il primo rappresentante l'apparato sperimentale escluso l'osservatore e chiamato $H_{A'}$, ed il secondo rappresentante l'osservatore e chiamato H_O , ed a supporre che la correlazione tra H_S ed $H_{A'}$ stabilita da un'interazione del tipo (2.1), interazione completamente determinabile in linea teorica, induca una correlazione tra $H_{A'}$ e H_O dello stesso tipo¹. Nel seguito, per ragioni di semplicità, si ometterà il sistema H_O considerando solo il sistema $H_{A'}$, assumendo quindi sempre verificata la supposizione di una correlazione del tipo (2.1) tra $H_{A'}$ e H_O .

2.3 Osservazioni

Dal precedente modello appaiono immediatamente alcune fondamentali incongruenze con i processi di misura classici. In primo luogo la sovrapposizione lineare rappresentante il sistema ammette, in generale, fenomeni di interferenza, che tuttavia in molti casi pratici non sono riscontrabili.

¹Entro certi limiti tale supposizione è effettivamente giustificabile, ad esempio si conosce il meccanismo che permette all'occhio umano di vedere, ed è lecito pensare che il progredire delle scienze fisiologiche permetterà un continuo progresso nella comprensione e formalizzazione di tali interazioni.

In secondo luogo la decomposizione dello stato $|\Psi(t)\rangle_{SA}$ è unica se e solo se è soddisfatta la condizione $a_i \neq a_j$ con $i \neq j$, in caso contrario è possibile trovare un'altra base relativa ad un'altro osservabile di H_S sulla cui base sviluppare lo stato rendendo ambigua la definizione di quale osservabile si sia effettivamente misurato.

Infine lo stato del sistema H_{SA} è, in generale, espresso da una combinazione lineare di vettori di base ad ognuno dei quali è associato un particolare valore dell'osservabile da misurare, tuttavia, all'atto della misurazione, un qualunque osservatore prende coscienza di un solo definito risultato, in evidente contrasto con la sovrapposizione lineare di stati di cui sopra². Questo è, in sostanza, il problema della misura

Le precedenti incongruenze hanno un carattere di profonda novità poiché mai, nella storia della fisica, si era giunti ad avere problemi relativi al processo di misura diversi dal trovare un valore non corrispondente a quello atteso, l'intera fisica classica ha ignorato, per sua stessa struttura formale, questi problemi. Per cercare di rispondere, almeno parzialmente, al problema della misura è necessario introdurre il formalismo della decoerenza quantistica.

²Per questo si è soliti riferirsi allo schema di Von-Neumann con il termine di processo di pre-misurazione.

Capitolo 3

Decoerenza quantistica

Sviluppare una teoria attraverso progressive implementazioni di situazioni ideali sempre più complesse è, probabilmente, la pratica che accomuna la totalità degli uomini di scienza. Perché sia questo il *modus operandi* dei suddetti uomini di scienza è una domanda che, oltre ad esulare dagli obiettivi di questa tesi, è attualmente priva di risposta.

Implementare la complessità di un modello teorico è un processo il cui ultimo passo è l'inclusione della totalità dell'universo e delle interazioni possibili tra i suoi costituenti nel modello teorico in questione. Poter raggiungere quest'ultimo passo è stato sostanzialmente impossibile, nell'ambito delle teorie fisiche, fino alla nascita della meccanica quantistica, la quale permette di includere nella trattazione formale di un fenomeno fisico l'intero Universo attraverso la teoria della decoerenza quantistica.

È necessario essere cauti nell'interpretare la precedente affermazione, poiché, come vedremo in seguito, la teoria della decoerenza quantistica non fornisce la descrizione specifica dello stato dell'universo, ma descrive l'effetto che il complemento all'universo di un dato sistema quantistico S ha sul sistema S stesso¹.

¹Sebbene intuitivamente logica, la divisione dell'Universo in sottosistemi non rappresenta una condizione necessaria allo sviluppo del formalismo della decoerenza quantistica, un recente lavoro ([7]) propone una trattazione teorica della decoerenza per sistemi chiusi (al limite l'universo intero). Nel seguito saranno trattati unicamente sistemi aperti.

3.1 Formalismo generale

Il modello di Von-Neumann per il processo di misura esclude una qualsiasi interazione tra il sistema H_{SA} ed il resto dell'universo, implicando la chiusura del sistema in questione. Sebbene, da un punto di vista puramente teorico, tale situazione è perfettamente lecita, una realizzazione fisica di tale modello è impossibile essendo impossibile, per un qualunque sperimentatore, controllare gli infiniti gradi di libertà del complemento all'universo del sistema in studio.

Questa imprecisione può essere eliminata inserendo un terzo sistema H_E , relativo al resto dell'universo, nello schema di Von-Neumann, ossia assumendo che lo stato iniziale del sistema globale sia:

$$|\Psi(0)\rangle_{SAE} = \sum_i a_i |s_i(0)\rangle_S \otimes |\varphi(0)\rangle_A \otimes |E(0)\rangle_E \quad (3.1)$$

e che, inoltre, l'interazione con l'ambiente sia tale che:

$$|\Psi(0)\rangle_{SAE} \xrightarrow{\hat{U}(t)} |\Psi(t)\rangle_{SAE} = \sum_i a_i |s_i(0)\rangle_S \otimes |\varphi_i(t)\rangle_A \otimes |E_i(t)\rangle_E \quad (3.2)$$

La rappresentazione di $|\Psi(t)\rangle_{SAE}$ come stato di Schmidt pone importanti restrizioni alla forma specifica dell'interazione con l'ambiente poiché per uno spazio di Hilbert prodotto tensoriale di tre spazi di Hilbert una tale rappresentazione non è sempre possibile. Se tale decomposizione è possibile il teorema di unicità della tridecomposizione ne assicura l'unicità.

In diversi modelli specifici è possibile dimostrare che l'introduzione del sistema ambiente è tale da sopprimere i termini di interferenza nell'operatore di stato ridotto al sistema H_{SA} , distruggendo quindi l'interferenza nella misura di un'osservabile $\hat{B}_{SAE} = \hat{B}_{SA} \otimes \hat{I}_E$. È bene notare che lo stato ridotto (3.3) è formalmente identico ad uno stato misto pur essendo impossibile, attraverso l'evoluzione unitaria dovuta all'equazione di Schrödinger, una transizione da stato puro (il nostro stato iniziale) ad uno stato misto. Questa apparente contraddizione si risolve ricordando che lo stato completo del sistema è definito dall'operatore di stato $\hat{\rho}_{SAE}$ e non dall'operatore di stato ridotto, il quale è un semplice strumento di calcolo utile nella computazione del valore di aspettazione di un osservabile del tipo $\hat{B}_{SAE} = \hat{B}_{SA} \otimes \hat{I}_E$, la perdita di coerenza di fase è quindi relativa al sistema ridotto, rimanendo intatta nello stato pertinente al sistema globale.

Tradotto in termini matematici:

$$\hat{\rho}_{SA} = \text{Tr}_E(\hat{\rho}_{SAE}) = \sum_{ij} a_i a_j^* |s_i\rangle \langle s_j| \langle \varphi_j | \langle E_i | E_j \rangle \quad (3.3)$$

con

$$\langle E_i | E_j \rangle_{t \rightarrow \infty} \mapsto \delta_i^j \quad (3.4)$$

Dove l'ortogonalità dei vettori di base di H_E è un'ortogonalità asintotica.

Tale occorrenza, nei modelli di interazione studiati, è dovuta al grande numero di gradi di libertà dell'ambiente, e fornisce un'esauriente risposta, all'interno del formalismo della meccanica quantistica, al perché determinati fenomeni di interferenza non sono sperimentati. Sempre attraverso la semplice introduzione dell'ambiente nella descrizione di un processo di misura, è possibile definire univocamente quale osservabile, attraverso un determinato processo di misura, può essere misurato.

3.2 Modello di spin bidimensionale

Analizziamo ora un modello esattamente risolubile proposto da Zurek ([4, 1]) così da vedere esplicitamente la perdita di coerenza di fase attraverso la decoerenza indotta dall'ambiente.

Consideriamo un sistema bidimensionale $\{| \uparrow \rangle; | \downarrow \rangle\}$ interagente con l'ambiente modellato da una collezione di N sistemi bidimensionali $\{| \uparrow_k \rangle; | \downarrow_k \rangle\}$. Si consideri l'interazione tra i due sistemi come l'unico termine generante la dinamica del problema², termine la cui forma esplicita è data dalla seguente hamiltoniana³:

$$\hat{H}_{SE} = (| \uparrow \rangle \langle \uparrow | - | \downarrow \rangle \langle \downarrow |) \otimes \left[\sum_k g_k (| \uparrow_k \rangle \langle \uparrow_k | - | \downarrow_k \rangle \langle \downarrow_k |) \bigotimes_{k' \neq k} \hat{I}_{k'} \right] \quad (3.5)$$

Dalla quale discende l'operatore di evoluzione temporale:

$$\hat{U}(t) = \exp\left(-\frac{i}{\hbar} \hat{H}_{SE} t\right) \quad (3.6)$$

Sia lo stato iniziale del sistema:

$$| \Psi(0) \rangle_{SE} = (a | \uparrow \rangle + b | \downarrow \rangle) \bigotimes_{k=1}^N (\alpha_k | \uparrow_k \rangle + \beta_k | \downarrow_k \rangle) \quad (3.7)$$

²Tale scelta sarà motivata in seguito nella discussione della scelta di una base preferenziale nel formalismo della decoerenza quantistica.

³Le g_k sono costanti reali dette costanti di accoppiamento.

L'azione di $\hat{U}(t)$ su $|\Psi(0)\rangle_{SE}$ determina:

$$|\Psi(t)\rangle_{SE} = [a|\uparrow\rangle \bigotimes_{k=1}^N (\alpha_k e^{\frac{ig_k t}{\hbar}} |\uparrow\rangle + \beta_k e^{-\frac{ig_k t}{\hbar}} |\downarrow\rangle)] + [b|\downarrow\rangle \bigotimes_{k=1}^N (\alpha_k e^{-\frac{ig_k t}{\hbar}} |\uparrow\rangle + \beta_k e^{\frac{ig_k t}{\hbar}} |\downarrow\rangle)] \quad (3.8)$$

Dall'operatore di stato deducibile dalla precedente equazione è possibile calcolare l'operatore di stato ridotto sul sistema S ottenendo:

$$\hat{\rho}_S = |a|^2 |\uparrow\rangle\langle\uparrow| + |b|^2 |\downarrow\rangle\langle\downarrow| + ab^* \langle\uparrow(t)|\uparrow(t)\rangle |\uparrow\rangle\langle\downarrow| + a^* b \langle\downarrow(t)|\uparrow(t)\rangle |\downarrow\rangle\langle\uparrow| \quad (3.9)$$

Dove si è inteso $|\uparrow(t)\rangle = \bigotimes_{k=1}^N |\uparrow_k(t)\rangle$ e $|\downarrow(t)\rangle = \bigotimes_{k=1}^N |\downarrow_k(t)\rangle$.

Esplicitamente si ha:

$$\langle\uparrow(t)|\uparrow(t)\rangle = \prod_{k=1}^N (|\alpha_k|^2 e^{\frac{2ig_k t}{\hbar}} + |\beta_k|^2 e^{-\frac{2ig_k t}{\hbar}}) \quad (3.10)$$

Assumendo una distribuzione casuale per $\alpha_k; \beta_k; g_k$ è possibile dimostrare ([4, 5]) che:

$$\langle|\langle\uparrow(t)|\downarrow(t)\rangle|^2\rangle_{t \rightarrow \infty} \propto 2^{-N} \quad (3.11)$$

La quale espressione tende ad annullarsi all'aumentare del numero di gradi di libertà dell'ambiente, mostrando quindi come i termini di interferenza si riducono al passare del tempo.

L'intervallo di tempo necessario ad una significativa decrescita dei termini di interferenza dipende dalle condizioni iniziali di sistema ed ambiente, ed è risultato, nei modelli specifici analizzati, sempre estremamente breve. Se i gradi di libertà dell'ambiente rimangono finiti allora esisterà un tempo di ricorrenza t_{rec} in cui i termini di interferenza ritorneranno presenti nell'espressione dell'operatore di stato ridotto $\hat{\rho}_{SE}$, tuttavia è possibile dimostrare ([4];[5]) che $t_{rec} \propto N!$ e che, in generale, t_{rec} può eccedere il tempo di vita dell'universo⁴, rendendo di fatto irreversibile la decoerenza di $\hat{\rho}_{SE}$. Nel caso in cui l'ambiente possiede infiniti gradi di libertà t_{rec} è infinito.

Vi sono condizioni iniziali, quale quella in cui l'ambiente si trova in un autostato dell'Hamiltoniana di interazione, per cui la decoerenza non è assolutamente possibile, tuttavia situazioni così estreme e precarie sono difficilmente realizzabili in pratica.

⁴ t_{rec} è un tempo di ricorrenza simile a quello stabilito, in meccanica analitica, dal *Teorema del ritorno di Poincarè*.

3.3 Pointer states e criterio di commutatività

Punto chiave nella teoria della decoerenza quantistica è l'interazione sistema-ambiente, ed in particolare la correlazione fra i vettori di base di H_S ed i vettori di base di H_E indotta dall'interazione in questione. Tale correlazione è della forma:

$$|s_i(0)\rangle \otimes |E(0)\rangle \xrightarrow{\hat{U}(t)} |s_i(t)\rangle \otimes |E_i(t)\rangle \quad (3.12)$$

La correlazione così stabilita è tale da rendere minimo l'entanglement tra i vettori di base $|s_i\rangle$ ed $|E_i\rangle$, in modo da mantenere una distinguibilità, attraverso il monitoraggio dell'ambiente, tra i diversi $|s_i\rangle$. Data una particolare Hamiltoniana di interazione \hat{H}_{SE} la precedente condizione cade per alcuni vettori di H_S , per vederlo chiaramente consideriamo un sistema bidimensionale H_S con base $\{|\uparrow\rangle; |\downarrow\rangle\}$ ed un sistema H_E con base $\{|E_i\rangle\}$, supponiamo che l'Hamiltoniana di interazione sia tale che:

$$\begin{aligned} |\uparrow(0)\rangle \otimes |E(0)\rangle &\xrightarrow{\hat{U}(t)} |\uparrow(t)\rangle \otimes |E_1(t)\rangle \\ |\downarrow(0)\rangle \otimes |E(0)\rangle &\xrightarrow{\hat{U}(t)} |\downarrow(t)\rangle \otimes |E_2(t)\rangle \end{aligned} \quad (3.13)$$

Consideriamo ora gli stati:

$$\begin{aligned} |+\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow\rangle + |\downarrow\rangle) \\ |-\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow\rangle - |\downarrow\rangle) \end{aligned} \quad (3.14)$$

L'interazione sistema-ambiente (3.13) implica:

$$\begin{aligned} |+(0)\rangle \otimes |E(0)\rangle &\xrightarrow{\hat{U}(t)} \frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow(t)\rangle \otimes |E_1(t)\rangle + |\downarrow(t)\rangle \otimes |E_2(t)\rangle) \\ |-(0)\rangle \otimes |E(0)\rangle &\xrightarrow{\hat{U}(t)} \frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow(t)\rangle \otimes |E_1(t)\rangle - |\downarrow(t)\rangle \otimes |E_2(t)\rangle) \end{aligned} \quad (3.15)$$

È facile notare la natura di stato entangled del lato destro della (3.15), gli stati $\{|+\rangle; |-\rangle\}$ risultano indistinguibili attraverso una misura dell'osservabile associato ai vettori $\{|E_i\rangle\}$. Possiamo quindi concludere che data una particolare Hamiltoniana di interazione \hat{H}_{SE} sarà possibile trovare vettori di H_S che risentono più o meno della correlazione con l'ambiente imposta dall'interazione con quest'ultimo, il grado di intensità di correlazione essendo misurato dal grado di entanglement con l'ambiente. Un vettore per cui la

correlazione indotta da \hat{H}_{SE} è tale da portare ad uno stato non-entangled, se rappresentante lo stato iniziale del sistema H_S , porta attraverso la misura di un'osservabile con autovettori $\{|E_i\rangle\}$, ad una misura non demolitiva, ossia una misura in cui l'interazione sistema-ambiente non disturba lo stato del sistema. Se invece il rappresentante dello stato iniziale del sistema H_S è una combinazione lineare dei vettori di cui sopra si verificherà un fenomeno di decoerenza, esattamente come visto nel modello di spin bidimensionale, che altererà lo stato del sistema. I vettori per cui vale la condizione (3.12) sono chiamati *pointer states*, termine coniato da Zurek ([6]). È possibile ottenere un numero di *pointer states* tale da rendere questo insieme una base per H_S (*pointer basis*) o addirittura un sistema sovracompleto.

L'utilità e l'importanza fisica dei *pointer states* impone la ricerca di un criterio atto a determinare gli osservabili relativi ai suddetti *pointer states*.

L'Hamiltoniana di un generico sistema-ambiente è della forma:

$$\hat{H}_{tot} = \hat{H}_S + \hat{H}_E + \hat{H}_{SE} \quad (3.16)$$

La condizione d'assenza di entanglement con l'ambiente caratterizzante i *pointer states*, implica che, l'evoluzione di uno stato iniziale rappresentato da un prodotto tensoriale involvente uno o più *pointer states*, rimanga esprimibile come prodotto tensoriale:

$$|\Psi(t)\rangle_{SE} = \hat{U}(t) \left[\sum_i a_i |s_i(0)\rangle_S \otimes |E(0)\rangle_E \right] = \sum_i \lambda_i a_i |s_i(0)\rangle_S \otimes \hat{U}(t) [|E(0)\rangle_E] \quad (3.17)$$

Dove le λ_i rappresentano l'azione di $\hat{U}(t)$ sugli $|s_i\rangle$ sotto la condizione d'assenza di entanglement con l'ambiente. La precedente condizione implica che i diversi $|s_i\rangle$ siano autostati di \hat{H}_{tot} , e cioè che i proiettori associati ai diversi $|s_i\rangle$ commutino con \hat{H}_{tot} , ossia:

$$[|s_i\rangle\langle s_i|; \hat{H}_{tot}] = \hat{0} \quad \forall i \quad (3.18)$$

Da qui discende che un qualunque osservabile del tipo:

$$\hat{O}_S = \sum_i \alpha_i |s_i\rangle\langle s_i| \quad (3.19)$$

commuta con \hat{H}_{tot} . Procedendo a ritroso abbiamo che la commutatività di un'osservabile del sistema H_S con \hat{H}_{tot} rende gli autostati dell'osservabile in questione *pointer states*.

Il precedente criterio è detto *criterio di commutatività*.

Analizziamo adesso alcune situazioni in cui il *criterio di commutatività* esplica la sua utilità.

Supponiamo di avere un sistema microscopico H_S immerso in un ambiente H_E per cui l'Hamiltoniana totale sia:

$$\hat{H}_{tot} \approx \hat{H}_S \otimes \hat{I}_E \quad (3.20)$$

supponiamo quindi che le energie tipiche del sistema siano superiori alle altre energie in gioco. In questa situazione gli autostati dell'Hamiltoniana \hat{H}_S rappresentano dei *pointer states* (poiché è ovvio che \hat{H}_S commuti, approssimativamente, con \hat{H}_{tot}). Effettivamente nell'osservazione di sistemi microscopici, il più possibile isolati, la quantità meglio misurabile è l'energia del sistema microscopico, in accordo con quanto previsto mediante il *criterio di commutatività*.

È importante notare che la situazione ora descritta non è in alcun modo simile alla situazione descritta dal sistema H_S isolato (i.e. trascurando completamente l'azione dell'ambiente), poiché in un sistema isolato sono possibili sovrapposizioni lineari di autostati ad energie diverse, le quali sono invece sottoposte, nel modello d'interazione sistema-ambiente di cui sopra, al fenomeno di decoerenza.

Supponiamo ora che:

$$\hat{H}_{tot} \approx \hat{H}_{SE} \quad (3.21)$$

supponiamo quindi che le energie tipiche dell'interazione sistema-ambiente siano superiori alle altre energie in gioco. Nella maggior parte delle interazioni sistema-ambiente le forze in gioco dipendono da una qualche potenza della posizione, l'Hamiltoniana di interazione dipenderà quindi dall'operatore posizione e commuta, evidentemente, con l'operatore di posizione, rendendo quindi gli autostati di tale operatore *pointer states* e mostrando come, in situazioni puramente macroscopiche, la decoerenza quantistica porti alla scomparsa delle sovrapposizioni lineari di stati di posizione.

La situazione generale in cui le intensità delle diverse interazioni è confrontabile richiede uno studio specifico della forma dell'Hamiltoniana totale per poter applicare il *criterio di commutatività*.

3.4 Osservazioni

Attraverso il formalismo della decoerenza quantistica è stato possibile derivare matematicamente l'eventuale assenza di interferenza, e la selezione di particolari osservabili da misurare, in un qualunque processo di misura, tuttavia rimane ancora da spiegare come, e perché, una misurazione comporti l'acquisizione, da parte di un osservatore, di un solo unico risultato.

Purtroppo una risposta concreta ed assoluta a tale quesito è ancora da trovare, i tentativi proposti risultano essere interpretazioni della meccanica quantistica piuttosto che effettive deduzioni logiche derivate dalla struttura formale della meccanica quantistica stessa. Al riguardo citiamo, senza alcuna esposizione, le interpretazioni più famose:

- L'interpretazione di Copenaghen.
- L'interpretazione a molti mondi.

Per un'esposizione chiara e piuttosto completa di tali interpretazioni della meccanica quantistica si rimanda a [8].

Conclusioni

Dopo aver adattato lo schema di pre-misurazione di Von Neumann (descritto ed analizzato nel capitolo 2) al formalismo della decoerenza quantistica, è stato possibile mostrare, con l'ausilio di un modello specifico, come l'introduzione del sistema rappresentante l'ambiente provochi la rapida scomparsa dei termini di interferenza nell'operatore di stato ridotto al sistema H_{SA} .

L'analisi della correlazione d'entanglement implicata dalla definizione di processo di misura qui data, ci ha permesso di stabilire un criterio, il *criterio di commutatività*, utile nella selezione teorica degli osservabili misurabili in una data interazione di misura.

In definitiva, attraverso il formalismo della decoerenza quantistica, è stato possibile rispondere a due dei tre interrogativi inerenti il cosiddetto problema della misura rimanendo all'interno di una formulazione generale della meccanica quantistica, evitando quindi l'introduzione di ipotesi o principi *ad hoc*.

Bibliografia

- [1] M. Schlosshauer (2005): *Decoherence, the measurement problem, and interpretations of quantum mechanics*. arXiv:0312059v4 [quant-ph].
- [2] M. Schlosshauer (2008): *Decoherence and the quantum to classical transition*. Springer.
- [3] J. Von Neumann (1955): *Mathematical foundations of quantum mechanics*. Princeton University press.
- [4] W. H. Zurek (1982): *Environment-induced superselection rules*. Physical Review D 26.
- [5] F. M. Cucchietti, J. P. Paz, W. H. Zurek (2005): *Gaussian decoherence from random spin environments*. Physical Review A 72.
- [6] W. H. Zurek (1981): *Pointer basis of quantum apparatus: Into what mixture does the wave packet collapse?* Physical Review D 24.
- [7] M. Castagnino, S. Fortin, R. Laura, O. Lombardi (2009): *A general theoretical framework for decoherence in open and closed systems*. arXiv:0907.1337v1 [quant-ph].
- [8] R. Omnès (1994): *The interpretation of quantum mechanics*. Princeton University press.