

Buchi neri in Fisica Newtoniana

(Chiaccherata per i corsi abilitanti speciali)

Fedele Lizzi

Napoli 2007

I buchi neri, ovvero oggetti con forza gravitazionale tale da non permettere l'emissione di luce sono presenti anche in meccanica classica Newtoniana

Sono una semplice conseguenza della finitezza della velocità della luce

Ovvimante se lancio in alto un oggetto sulla superficie di un pianeta questo in generale, dopo aver raggiunto una altezza massima ricade sul pianeta

A meno che non entri in orbita!

Vediamo con che velocità dobbiamo lanciare un oggetto dalla superficie di un pianeta di massa M e raggio R

Per essere in orbita con velocità v_s a distanza R_s il satellite deve bilanciare la sua accelerazione con quella gravitazionale

$$G \frac{M}{R_s^2} = \frac{v_s^2}{R_s}$$

quindi la velocità minima per un satellite in orbita (irrealisticamente a quota zero) è :

$$v = \sqrt{G \frac{M}{R}}$$

Per la terra risulta

$$R \sim 6.4 \cdot 10^6 \text{m} \quad M \sim 6 \cdot 10^{24} \text{Kg}$$

$$G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{m}^3 \text{Kg}^{-1} \text{sec}^{-2}$$

$$v \sim 8 \frac{\text{Km}}{\text{sec}}$$

Per un satellite Geostazionario possiamo invece calcolare R tale che la velocità sia tale che il satellite fa un'orbita al giorno, in modo che si trovi sempre esattamente allo stesso punto rispetto alla terra.

$$v \sim \frac{2\pi R}{1\text{giorno}} = \sqrt{G\frac{M}{R}}$$

$$v \sim 4310^6 \text{m}$$

Con questa formula possiamo pesare la terra (usando la luna) o il sole (usando la terra)

Velocità di fuga

Se poi lanciamo il satellite con velocità ancora maggiore questo sfugge all'attrazione del pianeta:
velocità di fuga

Ponendo a zero l'energia del corpo all'infinito, l'energia cinetica iniziale deve bilanciare l'energia potenziale (negativa) dovuta all'attrazione del pianeta:

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{GmM}{R}$$

$$v = \sqrt{2G\frac{M}{R}}$$

Per la terra la velocità di fuga è

$$v \sim 11.2 \text{Kmsec}^{-1}$$

Ora immaginiamo di mantenere la massa del pianeta (o della stella) costante mentre ne riduciamo il raggio. La velocità di fuga aumenta e ci sarà un raggio particolare (raggio di Schwarzschild) per cui la velocità eccede la velocità della luce c

$$R = \frac{2GM}{c^2}$$

Per la terra il raggio di Schwarzschild è circa 1 cm. Per il sole circa 3 Km.

Per un corpo celeste di questa densità neanche la luce può (classicamente sfuggire all'attrazione gravitazionale:

BUCO NERO

La formula per questo raggio critico è valido anche in relatività generale (anche se la derivazione è più complicata)